

ECOLE CENTRALE PARIS

THESE

Présentée par

Mamadou DOSSO



pour l'obtention du

TITRE DE DOCTEUR

FORMATION DOCTORALE :

SPECIALITE : Matériaux

LABORATOIRE D'ACCUEIL : Matériaux

CONSEIL AFRICAIN ET MALGACHE
POUR L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
C. A. M. E. S. — OUAGADOUGOU
Arrivée ..14 JUIN 1986.....
Enregistré sous n° ...#00609

Sujet :

DISCRIMINATION ULTRASONORE DES DEFAUTS PAR TRAITEMENT
NUMERIQUE DE LEURS ECHOS.

Soutenue le 23 janvier 1986 devant la Commission d'examen

Messieurs : D. FRANÇOIS

L. PARADIS

G. BLANC

D. DE VADDER

A. ZAREMBOWITCH

Président

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

DISCRIMINATION ULTRASONORE DES DEFAUTS PAR
TRAITEMENT NUMERIQUE DE LEURS ECHOS.

A Frantz Fanon,
"notre frère".

"La fonction d'une structure sociale est de mettre en place des institutions traversées par le souci de l'homme. Une société qui accule ses membres à des solutions de désespoir est une société non viable, une société à remplacer."

Frantz Fanon:

"Lettre de démission au Ministre résident, Gouverneur Général de l'Algérie, Robert Lacoste, Alger 1955".

Avant-propos

Les pages qui suivent sont consacrées à un travail effectué au Centre de Recherche de l'Ecole Centrale de Paris.

Le Professeur François, Directeur du Laboratoire Matériaux, a bien voulu accepter de présider le Jury de thèse. Je l'en remercie vivement.

Monsieur De Va'dder, Responsable de l'Equipe Ultrasons, m'a aidé pour la réalisation de cette étude. Je lui en suis reconnaissant.

J'exprime toute ma gratitude à Monsieur le Professeur Zarembowitch d'avoir accepté de participer au Jury.

Que Messieurs Paradis et Blanc, rapporteurs de cette thèse, trouvent ici l'expression de mes remerciements.

Plan

	Page
A) Introduction	1
B) Première partie : bibliographie	4
C) Deuxième partie : étude théorique	27
C-1 : définitions	28
C-2 : application des équations de Freedman au traducteur large bande	30
C-3 : théorie du profil réflecteur	62
C-4 : les fonctions d'intercorrélacion	83
D) Troisième partie : discrimination, par intercorrélacion, des échos ; expériences	93
E) Quatrième partie : dimensionnement d'un petit défaut par calcul de la fonction d'autocorrélacion de son écho	144
F) Conclusion	160
G) Liste bibliographique	163
H) Annexes :	170
A0 : transformée de Fourier	171
A1 : amortissement numérique	175
A2 : filtrage numérique idéal	182
A3 : algorithme de discrimination	186
A4 : algorithme de lissage des signaux	202
A5 : tracé des courbes d'inter- corrélacion sur table tra- çante	208

Annexes (suite)	Page
A6 : cepstre d'énergie d'un signal à structure d'échos	213
A7 : fonction d'autocorrélation d'un signal à structure d'échos	230
A8 : Les fonctions d'intercorrélation : quelques propriétés fondamentales	245

INTRODUCTION.

La détection, la localisation et le dimensionnement des défauts par des techniques ultrasonores ont fait l'objet de nombreux travaux. Plusieurs méthodes ont été proposées. Celles relatives au dimensionnement comprennent : les procédés exploitant les variations de l'amplitude de l'écho renvoyé par le défaut (un exemple de tels procédés est la méthode Krautkramer, la plus ancienne méthode de détermination de dimensions des défauts de taille inférieure à la section transversale du faisceau. Elle est basée sur les diagrammes DAG-Distance, Amplitude, Grossissement- ou AVG en allemand, DGS en anglais), les méthodes cartographiques basées sur la variation de l'intensité de l'écho en fonction du déplacement du traducteur (méthodes à -6dB, à -20dB, trace C scan) enfin les techniques analytiques, plus récentes et plus fines, qui étudient les modifications introduites par le défaut dans les informations contenues dans le signal, éventuellement en fonction du déplacement du traducteur (analyse fréquentielle, phénomène de diffraction des ultrasons par les bords de défauts, etc...).

Ces travaux, qui font partie du contrôle non destructif, ont pour certains d'entre eux, trouvé de larges applications tant dans l'industrie que dans le domaine médical : examen et fiabilité de pièces mécaniques, notamment dans des installations nucléaires et en aéronautique, utilisation de sonars, échographie médicale (détection de tumeurs malignes, etc...)etc... Comme je l'ai indiqué plus haut, le phénomène de diffraction des ultrasons par les bords de défauts peut permettre de déterminer leurs dimensions. Mais les images obtenues en représentations type C ou B, ou les courbes échodynamiques ne permettent pas toujours de faire la distinction entre les deux bords d'un défaut (une fissure par exemple) et deux petits défauts : par exemple, de telles images peuvent faire apparaître comme deux défauts distincts les bords d'un seul et même défaut plan incliné. La figure 1 montre l'image type C d'un trou à fond plat de 10 mm de diamètre incliné de 30 de-

ADDENDA

Ce travail a été effectué dans le cadre du contrat GIS n° 81-P 0469 financé par le Ministère de la Recherche et de la Technologie.

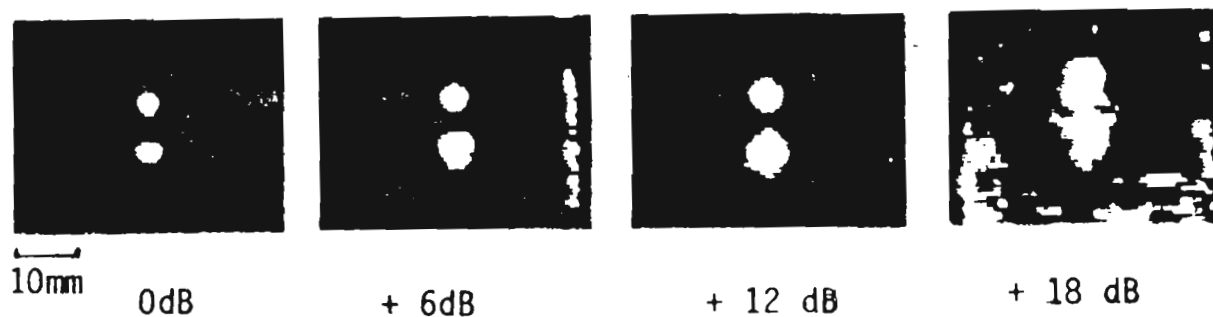
Certains des résultats qui y sont présentés ont été repris en Mars 1984 dans le rapport :

"Reconnaissance de la nature et de la morphologie des défauts par l'analyse des composants du signal ultrasonore".

DGRT GIS n° 81 - P 0469 Rapport final CEA-ECP
 Rapport complémentaire

publié sous la responsabilité conjointe du CEA (M. SERRUYS)
et de l'ECP (M. DE VADDER).

grés par rapport à l'axe du faisceau ultrasonore incident :



*Figure 1 : Imageries type C d'un trou à fond plat
Diamètre 10mm, Inclinaison 30°. Traducteur D = 30mm
F = 65mm $\lambda = 1,4mm$ Ondes longitudinales*

Les trois premières représentations (gains de 0dB, + 6dB et + 12dB) font apparaître deux taches blanches distinctes, ce qui pourrait faire croire après une analyse traditionnelle, à l'existence de défauts séparés. On peut faire la discrimination par une représentation de l'écho non redressé : la présence de deux échos de polarités opposées indique qu'il s'agit des bords du même défaut (c'est le phénomène d'inversion de polarité), alors que l'identité de polarité laisse supposer la présence de deux défauts distincts. L'onde ultrasonore utilisée ici est une onde longitudinale.

Dans le cas où un seul bord de la cible est accessible au faisceau ultrasonore incident, aucune des représentations type C, B ou A ne permet de faire la discrimination entre l'écho dû à un bord de défaut (défaut type fissure par exemple) et celui renvoyé par un petit défaut. Or une telle distinction est capitale dans un diagnostic de fiabilité.

Le travail présenté ici se propose de résoudre ce problème. La première partie est consacrée à la bibliographie, la seconde à la mise en évidence des relations existant entre les différents échos étudiés. Celle-ci est basée sur le phénomène de diffraction de l'onde ultrasonore par les bords de défauts, le mécanisme de formation d'écho démontré par A. Freedman et la théorie du profil réflecteur. Cette partie contient également le rappel et l'explicitation de quelques

propriétés fondamentales des fonctions d'intercorrélation. L'utilisation de l'hypothèse d'une onde incidente plane et homogène rend possible une explication mathématique du phénomène d'inversion de polarité.

L'élaboration d'un algorithme de discrimination entre différents défauts par calcul de la fonction d'intercorrélation entre leurs échos et un signal de référence fait l'objet de la troisième partie. Pour terminer, j'expose une méthode de dimensionnement fondée sur certaines propriétés de la fonction d'autocorrélation des signaux à structure d'échos. Seules les ondes longitudinales sont prises en compte : en effet, quand l'onde incidente est longitudinale, on constate une opposition de polarité entre les ondes diffractées par les deux bords d'un défaut ; pour une onde transversale, la différence de phase entre les ondes renvoyées par ces deux bords dépend à la fois des angles d'incidence et de diffraction (réf. 26). De plus, la vitesse des ondes longitudinales valant environ le double de celle des ondes transversales, celles-ci (et les ondes converties) arrivent au récepteur avec un retard notable sur celles-là. C'est aussi la raison pour laquelle les conversions de mode seront ignorées dans le présent travail.

J'ai considéré des défauts plans, ceux-ci étant les plus dangereux: il apparaît à leur périphérie une concentration de contraintes pouvant entraîner la rupture fragile ou par fatigue de la pièce.

Les expériences ont été faites sur des cibles immergées dans l'eau, puis sur des défauts artificiels créés dans un bloc d'acier.

Pour ce travail, j'ai mis au point des programmes utilitaires de traitement numérique du signal qui n'existaient pas dans le mini-ordinateur utilisé (S/140 de DATA GENERAL): transformée de Fourier rapide (directe ou inverse), fonctions d'intercorrélation, de convolution et de déconvolution, calculs de spectre et de cepstre de signaux, etc...

B) Première partie :
BIBLIOGRAPHIE.

BIBLIOGRAPHIE

B-1) Introduction

Le phénomène de diffraction des ultrasons par les défauts peut être analysé soit dans le domaine des fréquences, soit dans celui des temps, ou d'un point de vue spatial.

Dans le paragraphe B-2, je fais un survol de quelques méthodes de dimensionnement. Dans le suivant, je m'étends un peu plus longuement sur la discrimination entre défauts.

B-2) Dimensionnement de défauts

Le calcul des dimensions des défauts par des techniques ultrasonores a fait l'objet de nombreuses études. Je présente ici brièvement quelques unes d'entre elles.

Adler et Whaley (réf. 1) étudient les variations spectrales d'une impulsion brève réfléchiée en fonction de la dimension et de l'orientation du réflecteur. Ils montrent que les interférences entre les ondes provenant des bords du défaut sont responsables des variations du spectre fréquentiel du signal reçu. Ils arrivent ainsi à déterminer les dimensions et l'orientation d'un défaut dans un milieu solide (métal). On notera ici la nécessité de sonder la pièce sous au moins deux incidences (détermination des deux inconnues que sont la taille du défaut et son orientation par rapport à la surface du bloc le contenant).

Silk (réf. 6) détecte et calcule les dimensions de défauts type fissure par mesure du temps de vol des ondes diffractées par leurs bords : c'est la technique dite TOFD, Time-Of-Flight Diffraction technique en Anglais.

Carter (réf. 7) présente un système d'application industrielle (appareil dit Zipscan) dont une configuration est basée sur cette étude de Silk (technique TOFD nécessitant l'emploi de deux traducteurs), l'autre utilisant la méthode d'émission-réception impulsionnelle.

De Vadder et Saglio (référence 8) exploitent le phénomène de surintensité de bord pour le dimensionnement de défauts à l'aide de traducteurs focalisés : en effet, il a été constaté expérimentalement (réf. 9) que l'amplitude de l'écho d'un défaut plan (ou quasi-plan) incliné par rapport à l'axe du faisceau ultrasonore incident passe par un maximum quand cet axe coupe le bord du défaut. Il suffit alors de mesurer le déplacement du traducteur qui correspond au passage d'un maximum d'écho à un autre et le temps d'arrivée relatif à chacun des maxima. L'intérêt de cette méthode utilisant des ondes focalisées est que, contrairement à l'étude spectrale de Whaley et Adler (réf. 1), elle ne suppose pas que la taille du défaut est inférieure au diamètre du faisceau incident.

Elle diffère aussi des autres par le fait qu'elle exploite l'aspect spatial du phénomène de diffraction.

Blanc (réf. 5) a établi une bibliographie intéressante des méthodes de dimensionnement de défauts : diagramme AVG (ou DAG, ou Krautkramer), méthode à -6 dB ou à -20 dB, enregistrement en mode C, etc...

Une technique, mise au point au C.E.A. (réf. 42, 43 et 44), décompose le défaut réel (dont la réflectivité n'est pas forcément constante) en une somme de défauts plus petits de réflectivité constante. Le principe de dimensionnement consiste alors à effectuer des cartographies successives en augmentant le gain de 6 dB en 6 dB. En incidence normale, on arrête les tracés quand une augmentation de gain de 6 dB correspond à un élargissement de l'image cartographique égal à la moitié du diamètre du faisceau utile. La dimension du défaut dans un plan perpendiculaire à l'axe du faisceau incident correspond à l'avant-dernière cartographie. Dans le cas d'une incidence oblique, on tient compte de la déformation de l'image du défaut causée par le phénomène de réfraction lors du passage de l'onde du milieu contenant le traducteur à celui constitué par la pièce à contrôler (pièce où se trouve le défaut).

Notons qu'une normalisation de cette technique est en cours d'examen .

P. J. McIntyre (réf. 4), par déconvolution des signaux ultrasonores réfléchi et incident, mesure l'épaisseur d'une couche d'araldite (ou d'oxyde) : soit $h(t)$ le signal incident, $g(t)$ le signal réfléchi par un matériau d'épaisseur d (on tient ici compte des réflexions multiples). Soit $H(\nu)$ la transformée de Fourier de $h(t)$ et $G(\nu)$ celle de $g(t)$, ν étant la fréquence et t le temps. On a la relation suivante :

$$g(t) = r(t) * h(t).$$

$r(t)$ étant la fonction de transfert de la couche étudiée et $*$ indiquant le produit de convolution.

Dans le domaine des fréquences, il vient : $G(\nu) = R(\nu) \cdot H(\nu)$, d'où $R(\nu) = G(\nu) / H(\nu)$.

$r(t)$ s'obtient en calculant la transformée de Fourier inverse de $R(\nu)$.

$r(t)$ est formée d'impulsions séparées de $2 \cdot d / c$ (c vitesse de propagation dans le milieu d'épaisseur d ; l'incidence est ici supposée normale).

Par cette méthode, McIntyre a pu mesurer des épaisseurs inférieures au millimètre (de l'ordre de 288 microns pour l'araldite et 650 microns pour l'oxyde). Il faut cependant noter l'importance des bruits d'origine électronique en hautes fréquences et ceux dus à l'état de surface du bloc à analyser.

En se servant des travaux de Balluet (réf. 10) et de Grabisch (réf. 11), Paradis (réf. 12) expose une technique de détection de défauts proches de la surface du milieu où ils se trouvent et de mesure de faibles épaisseurs par utilisation de l'opérateur cepstre d'énergie qui, à une suite numérique, associe une autre suite numérique définie comme la transformée de Fourier inverse du logarithme de sa densité spectrale. Cet opérateur accroît les possibilités de détection et de résolution des techniques se servant du calcul de l'intervalle de temps entre échos.

L'annexe A6 présente l'opérateur cepstre d'énergie dans le cas de signaux à structure d'échos.

Dans le paragraphe E-3, je développe une méthode de dimensionnement basée sur le calcul de la fonction d'autocorré-

lation d'un signal à structure d'échos. Je suppose que le diamètre du faisceau ultrasonore incident est supérieur à la taille du défaut.

En résumé, on peut regrouper les méthodes de dimensionnement par ultrasons en deux grands groupes suivant qu'elles ignorent ou qu'elles prennent en compte la diffraction de l'onde incidente par la cible.

Les premières, qui considèrent que le défaut est non diffractant, utilisent l'amplitude de l'onde reçue (après réflexion ou transmission ; on peut y ajouter le phénomène des ondes rampantes). Elles ne donnent que les dimensions du défaut dans un plan perpendiculaire à l'axe du faisceau incident. Plus le défaut est incliné, plus sa taille mesurée sera plus petite que sa taille réelle : on est limité par l'angle d'incidence ; au-delà de 10 degrés, ces techniques donnent des résultats peu fiables. Le fait qu'elles sont basées sur l'utilisation de l'amplitude de l'écho explique leur sensibilité aux bruits. Elles supposent généralement que le milieu de propagation de l'onde est homogène et isotrope (méthode AVG, méthode à -6dB ou à -20dB). Les diagrammes AVG en particulier donnent non pas la taille réelle du défaut mais celle d'un disque plan équivalent, perpendiculaire à l'axe du faisceau incident, qui donnerait un écho de même amplitude (en supposant identiques les conditions expérimentales) : on obtient ainsi la taille minimale du défaut alors qu'on souhaite connaître la maximale.

Malgré tous ces inconvénients, ces méthodes, qui ont été largement industrialisées, sont d'un emploi aisé, peu coûteux.

Les techniques exploitant le phénomène de diffraction de l'onde incidente par la cible donnent des résultats plus fiables. Elles permettent d'accéder aux dimensions réelles du défaut et à son orientation. Ici on ne se sert plus de l'amplitude de l'écho pour l'évaluation de la taille du réflecteur, ce qui rend ces méthodes pratiquement insensibles aux bruits. Elles nécessitent cependant un matériel mieux

élaboré et supposent des défauts à bords francs.

B-3) Méthodes de discrimination

B-3-1) Méthodes de discrimination explicite

Ces méthodes, plus ou moins insensibles à la structure à contrôler et aux conditions expérimentales, permettent de faire une discrimination dont les critères sont la taille, la nature ou l'orientation du défaut. Paradis (réf. 12) fait un bref exposé de la méthode dite ALN (Adaptive Learning Network : réseau d'apprentissage par adaptation) et celle appelée "discrimination linéaire de Fischer".

L'ALN est une méthode de discrimination basée sur la caractérisation de formes d'ondes ultrasonores par des paramètres temporels et par par des paramètres fréquentiels. Un classificateur de données fait correspondre à chaque forme d'onde un type de défaut. Cette technique permet de distinguer un défaut d'un autre (fissure, inclusion, etc...). Elle sert aussi à reconnaître les échos parasites (réf. 13 et 14).

Soit une population d'individus répartis en plusieurs groupes disjoints. Il s'agit de savoir à quel groupe affecter un individu nouvellement arrivé. La "discrimination linéaire de Fischer" permet de réduire les redondances apparaissant dans les informations obtenues grâce aux différents paramètres (réf. 15 et 16).

B-3-2) Méthodes de discrimination implicite

Je résume ici des travaux qui, bien que ne portant pas explicitement sur la discrimination entre défauts, y aboutissent logiquement, directement ou indirectement.

B-3-2-1) Profil Réflecteur

Dory (réf. 17) utilise la notion de Profil Réflecteur pour exprimer le signal réfléchi par un obstacle en fonction du

signal incident. Ce Profil est fonction (entre autres) de la forme du défaut.

Haines et Langston (réf. 18) font une étude semblable dans le cas de cibles à surface soit plane, soit courbe ou rugueuse. Le Profil Réflecteur qui peut être défini comme la densité de surface (du défaut) projetée dans la direction de propagation de l'onde ultrasonore incidente, fera l'objet du paragraphe C-3. Cette notion constitue la base fondamentale de la méthode de discrimination proposée dans la présente étude.

B-3-2-2) Champ et réflexion d'ondes acoustiques impulsionnelles

Le présent paragraphe a pour objet une étude de Jessel et Otani (référence 19).

B-3-2-2-1) Introduction

Les auteurs s'intéressent à la propagation et à la réflexion des ondes acoustiques pulsées. Deux cas sont présentés :

1) Déformation subie par une onde impulsionnelle en fonction de l'azimut du point d'observation.

2) Modulation de l'impulsion réfléchie sous l'effet des fréquences spatiales caractéristiques de la cible.

Ils montrent qu'on peut par des considérations graphiques simples, obtenir des résultats dont l'interprétation physique est aisée.

B-3-2-2-2) Considérations générales

Elles sont basées sur l'équation de d'Alembert : $\square \Phi = Q$ (1)

avec $\square \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \Phi$; $\square \Phi$ est le d'Alembertien de Φ ;

Φ est le potentiel des vitesses et Q une quantité supposée connue. L'étude est limitée aux solutions obéissant au principe de causalité restreint (solution s'annulant quand Q tend vers zéro). Q , le terme "source", représente soit des sources "primaires" (émetteurs réels), soit des sources

"secondaires" ou "virtuelles" (défauts ou hétérogénéités du milieu de propagation de l'onde).

Si on considère la pression acoustique p , qui est proportionnelle à la dérivée, par rapport au temps, du potentiel des vitesses ϕ , la solution de l'équation (1) a la forme suivante:

$$p = \partial_t \int \frac{[Q]}{4\pi r'} \quad (2)$$

L'intégrale (2) peut être de volume, de surface, de ligne ou équivalente à une somme discrète.

r' désigne la distance AM entre le point d'observation A et le point-source M (figure 2).

Le crochet autour de Q symbolise le retard entre l'instant d'émission et celui d'observation : on remplace, dans l'expression de Q, t (le temps) par $t - r'/c$, c étant la vitesse de l'onde dans le milieu de propagation.

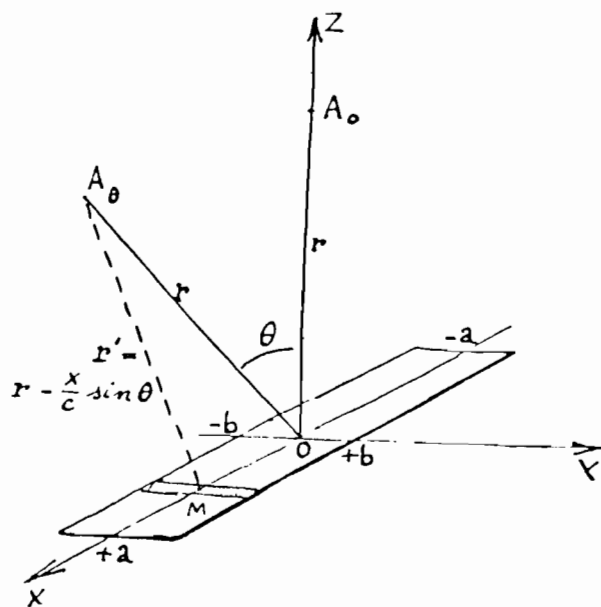


Fig. 2 : émission, par un piston rectangulaire, dans un plan médian.

Les hypothèses de calcul sont les suivantes :

- 1) la distance r' entre le point d'observation A et le point-source M est très grande devant les dimensions ($2a$ et $2b$ sur la figure 2) de la source (réelle ou virtuelle).
- 2) la répartition de sources Q possède un plan de symétrie contenant les points d'observation (figure 2).

Otani et Jessel étudient différents cas en fonction de la forme de la surface émettrice et de celle du signal émis. Le rectangle, le disque et le réseau linéaire discret ont été

choisis comme émetteurs. Les signaux émis sont soit carrés (ou rectangulaires), soit triangulaires, soit sinusoïdaux limités à un nombre n fini d'arcades ($n=1$ ou 2 le plus souvent), soit en sinus carré, soit en sinusoïde amortie: quant à la nature de l'impulsion, il s'agit ici de l'accélération qui est communiquée au milieu au niveau de la source. Enfin, Otani et Jessel font encore les hypothèses suivantes relatives aux sources : premièrement, ils supposent que les sources réelles (ou encore sources primaires) sont déclenchées directement par celui qui fait l'expérience. Deuxièmement, les sources virtuelles (ou secondaires) sont constituées par des réflecteurs : l'écho correspond au signal "émis" par la source virtuelle.

Pour illustrer le travail des auteurs, je me suis limité au cas de la source (réelle ou virtuelle) rectangulaire (figure 4) émettant une impulsion rectangulaire.

B-3-2-2-3) Champ d'un émetteur rectangulaire dans un de ses plans médians.

En A_θ , la pression acoustique a la forme suivante (aux approximations près) :

$$p(r, \theta, t) = \frac{\rho S c}{2\pi r 2a \sin \theta} [u(\tau_1) - u(\tau_2)] \quad (3)$$

Notations :

ρ : densité (ou masse spécifique volumique) du fluide ambiant.

S : surface du piston mobile.

c : vitesse du son.

u : vitesse équivalente du fluide au niveau du piston.

$$\tau_1 = t - \frac{r}{c} + \frac{a}{c} \sin \theta \quad ; \quad \tau_2 = t - \frac{r}{c} - \frac{a}{c} \sin \theta$$

$u(t)$ est supposée constante sur toute la surface du piston.

Pour θ (figure 2) tendant vers 0, l'équation (3) est indéter-

minée.

Otani et Jessel la remplace par l'équation suivante :

$$p_c(t) = p(r, 0, t) = \frac{\rho_s}{2\pi r} \alpha\left(t - \frac{r}{c}\right) \quad (4)$$

avec $\alpha(t) = \frac{\delta u(t)}{\delta t}$ (accélération).

La figure 3 ci-dessous illustre la construction de $p(r, \theta, t)$ à partir de l'équation (3) quand le signal émis (accélération) est carré. L'équation (3) fait intervenir $u(t)$ et la construction se fait à partir de l'accélération, c'est-à-dire de la dérivée de $u(t)$,

la figure 4 montre différents cas suivant la valeur de θ et de la dimension a du rectangle (piston et signal rectangulaires) : (a) $a = 5c\tau_0$ et (b) $a = 10c\tau_0$, τ_0 étant la durée du signal émis.

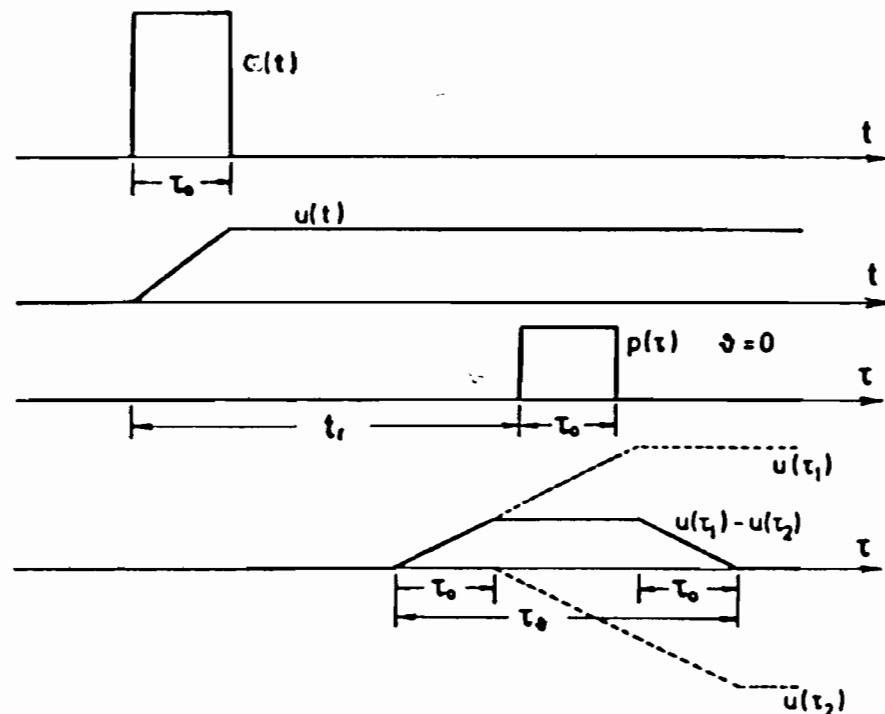
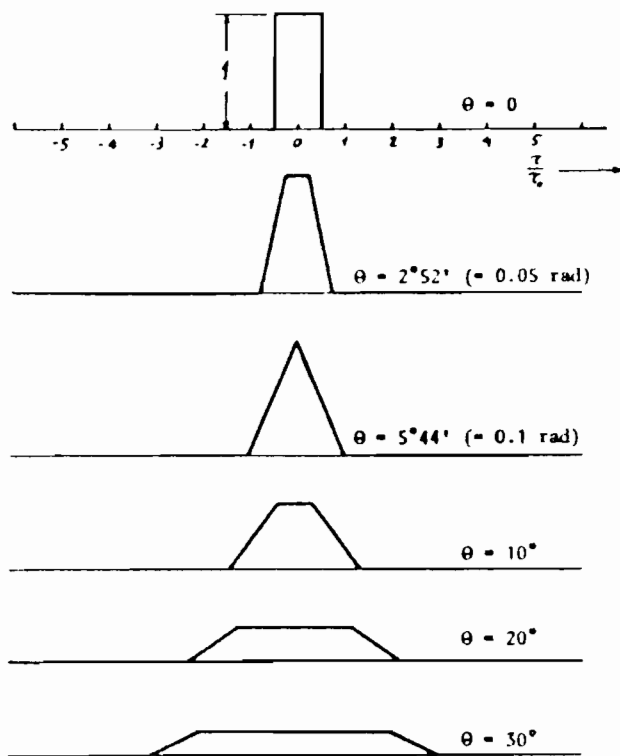
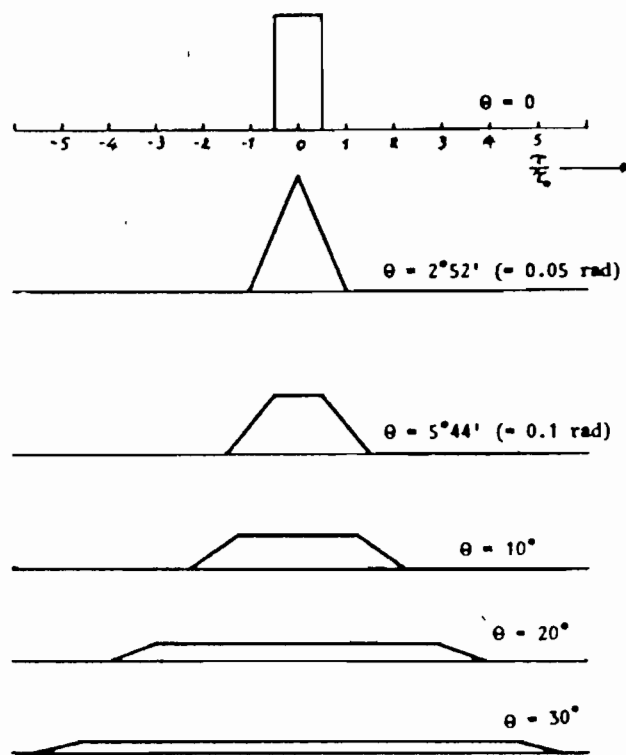


Figure 3:
Construction de la déformée d'un signal carré.



(a)



(b)

Figure 4: Piston rectangulaire, signal rectangulaire.

B-3-2-2-4) Echo renvoyé par une cible plane rectangulaire.

Otani et Jessel étudient l'écho d'une plaque rectangulaire de surface $S = 4ab$, de côtés $2a$ et $2b$, l'onde incidente étant émise par une source ponctuelle placée en O (figure 5).

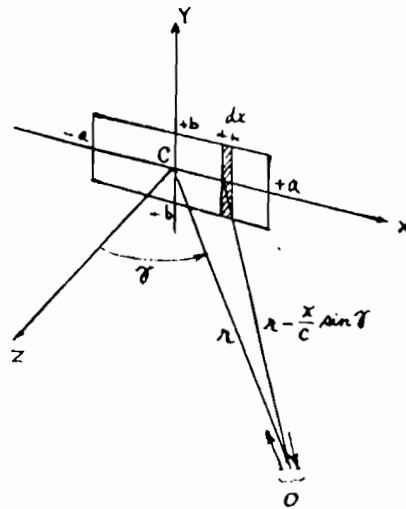


figure 5 : plaque rectangulaire insonifiée par une source ponctuelle.

La source émet un signal $\alpha(t)$ qui est à l'origine de sources virtuelles (sources secondaires) sur la plaque.

En supposant le point d'observation confondu avec le point d'émission, les auteurs trouvent la formule suivante pour la pression acoustique réfléchi :

$$p_r(t) = \text{Cste} \cdot \frac{\text{Cotg } \gamma}{r^2} [\alpha(\tau'_1) - \alpha(\tau'_2)] \quad (5)$$

(Cste = Constante)

Otani et Jessel font remarquer les analogies qu'il y a entre les équations (5) et (3).

Notations correspondant à l'équation (5) :

notations de la figure 5 et :

$$\tau'_1 = t - \frac{2r}{c} + \frac{2a}{c} \sin \gamma \quad ; \quad \tau'_2 = t - \frac{2r}{c} - \frac{2a}{c} \sin \gamma$$

Quand l'angle γ tend vers 0, la formule (5) est indéterminée. On la remplace par :

$$r_{r_0} = \frac{c \text{cte}}{r^2} \alpha' \left(t - \frac{2r}{c} \right) \quad (6); \text{ avec } \alpha'(t) = \frac{\partial \alpha(t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

La figure 6 illustre le cas où l'onde incidente est de forme rectangulaire et la cible une plaque rectangulaire de côtés $2a$ et $2b$.

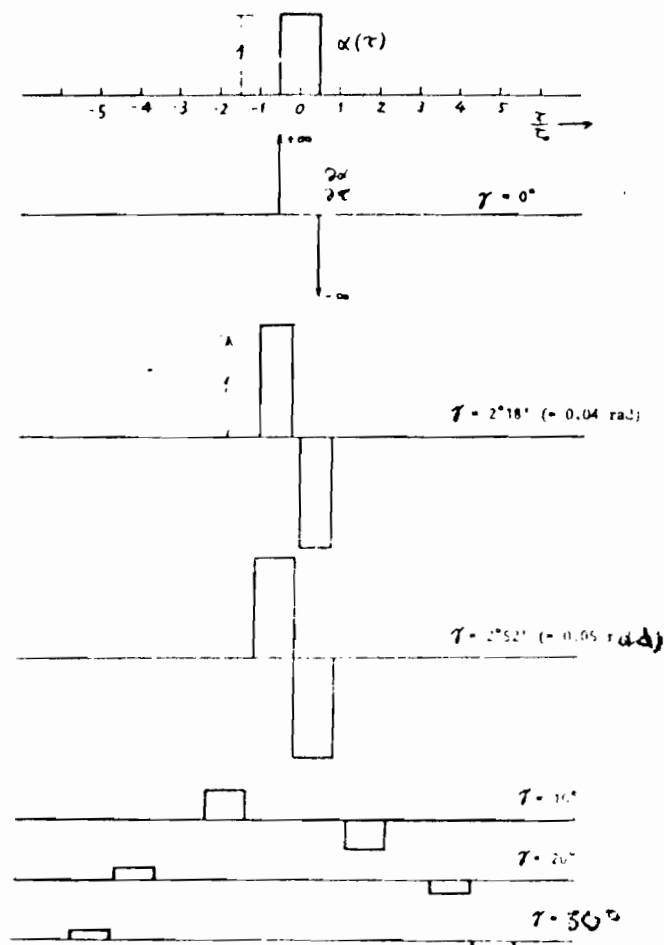


Figure 6 : échos d'une plaque rectangulaire quand le signal incident est de forme carrée.

Remarques :

1) Je ne partage pas l'opinion de Jessel et Otani quand ils affirment dans leur texte : "la base théorique de notre étude est presque trop classique et L'ON EST SURPRIS QU'ELLE N'AIT PAS ETE UTILISEE PLUS TOT." (souligné par moi).

En effet dans des études bien antérieures à la leur, Freedman (réf. 20, 21, 22, 23, 24) part de la même base théorique : la référence 21 est un texte paru dans la revue Acustica en 1962. Dans la référence 23 (date de parution : 1971), Freedman trouve pour la pression en un point du plan médian d'un émetteur rectangulaire (plan), une expression tout à fait semblable à la formule (3) donnée par Otani et Jessel (dont le texte est de 1972).

2) Limités sans doute par le nombre de pages à respecter pour la rédaction d'un texte à présenter à un colloque, les auteurs ne développent pas suffisamment leurs calculs: ils ne donnent par exemple aucune explication justifiant le passage de l'expression de la pression pour un angle θ non nul (équation (3)) à celle correspondant au cas où θ est nul (équation (4)).

B-3-2-3) Mécanisme de formation de l'écho acoustique (réf. 21).

B-3-2-3-1) Introduction

En utilisant une méthode d'analyse semblable à celle employée en optique physique, Freedman (réf. 21) étudie le mécanisme de formation d'échos acoustiques. La cible est un corps rigide immergé dans un fluide parfait. L'onde acoustique incidente est une impulsion de type général, à grands intervalles. L'explication du mécanisme de formation de l'écho s'applique aux ondes courtes.

B-3-2-3-2) Le modèle

Comme indiqué précédemment, la cible à l'origine de l'écho est supposée rigide, immergée dans un milieu fluide théoriquement illimité, isotrope et non dissipatif. Le traducteur, la cible et le milieu de propagation de l'onde acoustique sont fixes dans l'espace. Freedman s'intéresse uniquement au phénomène de simple

dispersion (ou dispersion directe, direct scattering en anglais) : il ne considère ni la dispersion multiple (multiple scattering) prépondérante quand l'obstacle est concave, ni les ondes rampantes dont l'influence devient notable quand les longueurs d'onde croissent jusqu'à être de l'ordre de grandeur de la taille de la cible : ainsi Freedman limite son étude aux cibles convexes, de surface non rugueuse et de dimensions et de rayon de courbure grands vis-à-vis des longueurs d'onde émises, ce qui lui permet de faire l'approximation de Kirchhoff : dans les calculs, on ne tiendra compte que de la partie irradiée de l'obstacle.

Enfin, les traducteurs sont traités comme s'ils étaient ponctuels, avec un diagramme de directivité correspondant à l'émission et un autre à la réception. Il faut rappeler que le phénomène de dispersion (simple ou multiple) est prépondérant quand les longueurs d'onde utilisées sont petites par rapport aux dimensions de la cible.

B-3-2-3-3) CAS OU L'ONDE INCIDENTE EST MONOFREQUENTIELLE

Soit $v \cdot \exp(i\omega t)$ la tension appliquée à l'émetteur, v étant une constante réelle et ω la pulsation angulaire, Freedman montre que la tension reçue $E(t)$ est donnée par :

$$E(t) = B_s \int_0^{+\infty} \frac{dW_p(r)}{dr} \exp(-i2kr) dr \quad \left. \vphantom{E(t)} \right\} (7)$$

$$B_s = \frac{-i v P H}{d} \exp(i\omega t)$$

Avec :

- P est la pression apparaissant à une distance d'une unité sur l'axe du traducteur, quand la tension appliquée à ses bornes est un volt (traducteur fonctionnant en émetteur) : c'est la constante piézoélectrique donnant la pression en fonction de la tension.

- H est la constante piézoélectrique permettant d'exprimer la tension apparaissant aux bornes du récepteur en fonction de la pression incidente.

- λ est la longueur d'onde : $\lambda = \frac{c}{\nu}$

- c est la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu où se trouve la cible, ν est la fréquence de l'onde émise

$$W_p(r) = \int_0^r \int_{r=\text{constante}} \frac{D_p(r, \theta) \cdot D_H(r, \theta) \cdot F(r, \theta)}{r^2} d\theta dr \quad \} \quad (8)$$

$D_p(r, \theta)$ indique la directivité du traducteur à l'émission
 $D_H(r, \theta)$ la directivité à la réception

$F(r, \theta) d\theta dr$ est la projection de l'élément de surface ds de la cible dans la direction de l'onde incidente (coordonnées polaires) : si ψ est l'angle d'incidence sur ds , on a :

$$F(r, \theta) d\theta dr = \cos(\psi) ds$$

r est la distance entre l'élément de surface ds et le traducteur

$W_p(r)$ est l'angle solide, pondéré par la directivité à l'émission et à la réception, sous lequel on voit le traducteur à partir d'une portion $S(r)$ de la cible : la partie de $S(r)$ la plus éloignée du traducteur est à la distance r de celui-ci.

L'angle solide non pondéré, $W(r)$, est :

$$W(r) = \int_0^r \int_{r=\text{constante}} \frac{F(r, \theta)}{r^2} d\theta dr \quad (9)$$

k est le nombre d'onde : $k = \omega/c = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c}$

Comme indiqué plus haut, ψ est l'angle d'incidence sur l'élément de surface ds . La figure suivante résume les définitions des différents paramètres :

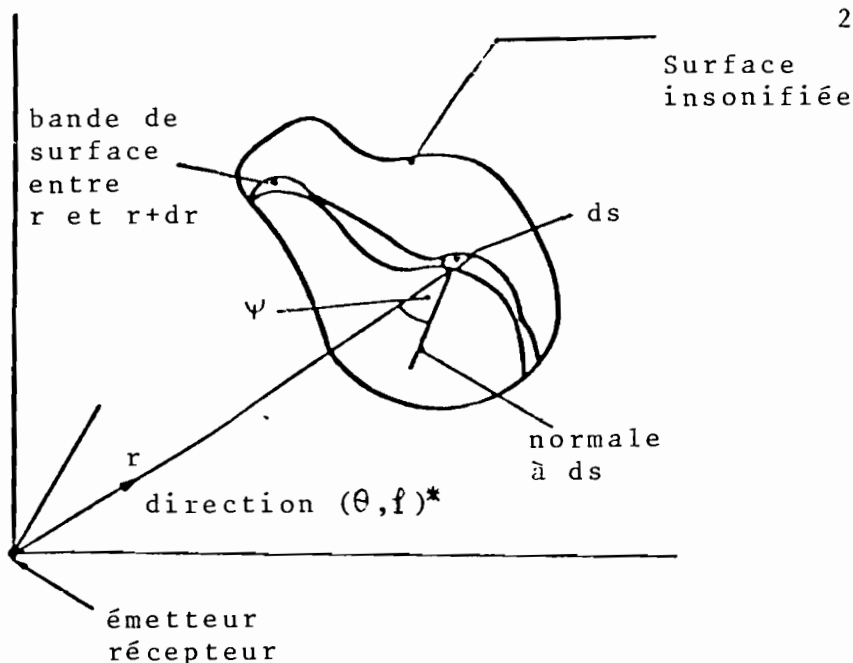


Figure 7 : Définition des différents paramètres
 * : les points de la surface irradiée vérifient une relation de la forme $f = g(r, \theta)$
 r, θ et f étant les coordonnées sphériques d'un point de la surface, g la fonction donnant f à partir de r et de θ .

Reprenons l'équation (7) :

$$E(t) = B_0 \int_0^{\infty} \frac{dW_p(r)}{dr} \exp(-i2kr) dr$$

Soit r_1 la distance entre le traducteur et le point de la cible qui lui est le plus proche. L'équation (7) est valable quand kr_1 est petite devant 1 (défaut à très grande distance du traducteur).

Soit r_g la distance entre le traducteur et un élément de surface pour lequel $W_p(r)$ ou l'une ou plusieurs de ses dérivées n ième présentent une discontinuité.

Soit r_f la distance entre le traducteur et la partie irradiée de la cible la plus éloignée de l'émetteur :

Freedman montre qu'on a :

$$E(t) = \sum_{g=1}^L E_g \quad \text{avec} \quad E_g = \frac{iM}{\lambda} \exp[-i2k(r_g - r_1)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D(W_{p,g,n})}{(i2k)^n} \quad (1)$$

$$\text{en posant : } D(W_{p,g,n}) = W_{p^-}^{(n)}(r_g) - W_{p^+}^{(n)}(r_g)$$

$$\text{avec } W_{p^-}^{(n)}(r_g) = \lim_{r \rightarrow r_g^-} W_p^{(n)}(r)$$

$$W_{p^+}^{(n)}(r_g) = \lim_{r \rightarrow r_g^+} W_p^{(n)}(r)$$

$W_p^{(n)}(r)$: dérivée n ième de $W_p(r)$; $n = 0, 1, 2, \dots, \infty$

$$M = v \cdot P.H. \exp(i(\omega t - 2k r_1))$$

Le système d'équations (10) peut s'écrire de la façon suivante :

$$E(t) = \sum_{g=1}^L E_g \quad ; \quad E_g = \sum_{n=0}^{\infty} E(g,n) \quad \left. \vphantom{E(t)} \right\} (1)$$

$$E(g,n) = \frac{iM}{\lambda} \exp(-i2k(r_g - r_1)) \frac{D(W_{p,g,n})}{(i2k)^n}$$

Quand le réflecteur (on appelle ainsi le corps qui réfléchit et (ou) diffracte l'onde incidente) est suffisamment éloigné du traducteur pour que la quantité $1/r^2$ puisse être considérée comme constante sur toute la cible (ou plus exactement sur la partie irradiée de celle-ci), on pose $\frac{1}{r^2} = \frac{1}{r_m^2}$ et on a $W_p(r) = \frac{A_p(r)}{r_m^2}$

r_m est la distance moyenne entre le traducteur et le réflecteur.

Pour chaque élément de surface ds , on prend sa projection dans un plan perpendiculaire au rayon incident : $A_p(r)$ est la surface cumulée ainsi obtenue à la distance r du traducteur, surface pondérée par le produit de la directivité à l'émission par la directivité à la réception.

$$A_p(r) = \int_0^r \int_{r=\text{constante}} D_p(r,\theta) \cdot D_H(r,\theta) \cdot F(r,\theta) d\theta dr$$

$A(r)$ est la surface cumulée, non pondérée, à la distance r :

$$A(r) = \int_0^r \int_{r=\text{constante}} F(r, \theta) d\theta dr = \int_0^r \omega_s(\psi) ds$$

Rappelons que ψ est l'angle d'incidence pour l'élément de surface ds .

Ainsi, pour une cible très éloignée du traducteur et de dimensions finies, le système d'équations (10) devient:

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}(t) &= \sum_{g=1}^k E_g \\ E_g &= \frac{iM}{4r_m^2} \cdot \exp[i2k(r_g - r_1)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D(A_p, g, n)}{(i2k)^n} \end{aligned} \right\} (12)$$

Quand le traducteur est de plus supposé avoir pour le réflecteur considéré une directivité uniforme (à l'émission et à la réception), les quantités pondérées $W_p(r)$ et $A_p(r)$ sont remplacées dans les équations précédentes par les quantités non pondérées $W(r)$ et $A(r)$ respectivement (on enlève l'indice p de pondération)

B-3-2-3-4) CAS DU REGIME IMPULSIONNEL

En régime monofréquentiel (cas traité dans le précédent paragraphe), la tension appliquée à l'émetteur était $v \cdot \exp(i\omega t)$ avec v réel et $\omega = 2\pi \nu$, ν étant la fréquence de l'onde émise. En régime impulsionnel, la tension appliquée devient $v_1(t)$, $v_1(t)$ pouvant être complexe.

Soit $V(\omega)$ la transformée de Fourier de $v_1(t)$; supposons que les grandeurs précédemment utilisées, P , H , $D_p(r, \theta)$, $D_H(r, \theta)$, $W_p(r)$ et $D(W_p, g, n)$ varient avec la fréquence (ou avec la pulsation angulaire) respectivement sous les formes suivantes $P(\omega)$, $H(\omega)$, $D_p(r, \theta, \omega)$, $D_H(r, \theta, \omega)$, $W_p(r, \omega)$ et $D(W_p, g, n, \omega)$.

L'équation (12) est valable pour une seule fréquence (régime monofréquentiel). Considérons maintenant que $dE(g, n)$ est la contribution à la formation de l'écho de la dérivée n ième de $W_p(r_g)$ (on suppose que $W_p(r)$ présente une discontinuité à la distance r_g du traducteur) dans la bande de fréquences

ce $d\omega$:

de l'équation (12), on obtient :

$$dE(g, n) = \frac{i\omega}{2\pi c} V(\omega) \cdot P(\omega) H(\omega) \exp\left[i\omega\left(t - 2\frac{r_g}{c}\right)\right] \left(\frac{c}{2i\omega}\right)^n D(W_p, g, n, \omega) d\omega$$

On a la contribution de la dérivée n ième de $W_p(r_g)$ sur toute la bande de fréquence en intégrant $dE(g, n)$ par rapport à ω :

$$E(g, n) = \frac{i}{2\pi c} \left(\frac{c}{2i}\right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^{(1-n)} V(\omega) P(\omega) H(\omega) \exp\left[i\omega\left(t - 2\frac{r_g}{c}\right)\right] D(W_p, g, n, \omega) d\omega$$

B-3-2-3-5) Solution approchée.

Pour calculer l'intégrale (13), Freedman fait un certain nombre d'hypothèses (approximations) :

Il suppose d'abord que le produit $P(\omega) \cdot H(\omega)$ est constant et égal à $P(\omega_0) \cdot H(\omega_0)$ pour ω compris entre $\omega_0 - \Delta\omega/2$ et $\omega_0 + \Delta\omega/2$ et nul en dehors de cet intervalle : $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ avec ν_0 fréquence centrale de la bande de largeur $\Delta\omega$.

L'équation (13) devient :

$$E(g, n) = i \frac{P(\omega_0) H(\omega_0)}{2\pi c} \left(\frac{c}{2i}\right)^n \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} \omega^{(1-n)} D(W_p, g, n, \omega) V(\omega) \exp\left[i\omega\left(t - 2\frac{r_g}{c}\right)\right] d\omega$$

La deuxième hypothèse de Freedman est que $[\omega^{(1-n)} D(W_p, g, n, \omega)]$ varie très peu dans la bande de largeur $\Delta\omega$, $\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} \leq \omega \leq \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$. Ainsi, il vient :

$$E(g, n) \approx i \frac{P(\omega_0) H(\omega_0) D(W_p, g, n, \omega_0)}{2\pi c (i2k_0)^n} \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} V(\omega) \exp\left[i\omega\left(t - 2\frac{r_g}{c}\right)\right] d\omega$$

avec $2\pi\nu_0 = \omega_0 = k_0 c$

Freedman suppose enfin que tout le spectre de la tension $v_1(t)$ appliquée au traducteur émetteur est concentré entre $\omega_0 - \Delta\omega/2$ et $\omega_0 + \Delta\omega/2$:

$$v_1\left(t - 2\frac{r_g}{c}\right) \approx \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} V(\omega) \exp\left[i\omega\left(t - 2\frac{r_g}{c}\right)\right] d\omega$$

$V(\omega)$ est la transformée de Fourier de $v_1(t)$ (TF de $v_1(t)$)
Comme le spectre de $v_1(t)$ est concentré autour de ω_0 , on peut écrire:

$$v_1(t) = v(t) \exp(i\omega_0 t)$$

$$\text{et } v_1(t - \frac{2r_g}{c}) = v(t - \frac{2r_g}{c}) \exp[i\omega_0(t - \frac{2r_g}{c})]$$

d'où :

$$\left. \begin{aligned} E(g, n) &\approx i v(t - \frac{2r_g}{c}) \frac{P(\omega_0) H(\omega_0)}{\lambda_0} \exp[i(\omega_0 t - 2k_0 r_g)] \frac{D(W_p, g, n, \omega_0)}{(i2k_0)^n} \\ E_g &\approx i v(t - \frac{2r_g}{c}) \frac{P(\omega_0) H(\omega_0)}{\lambda_0} \exp[i(\omega_0 t - 2k_0 r_g)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D(W_p, g, n, \omega_0)}{(i2k_0)^n} \end{aligned} \right\} (14)$$

La tension totale à la réception est :

$$E(t) = \sum_{g=1}^{\frac{1}{2}} E_g(t)$$

Les indices g correspondent aux distances où $W_p(r)$ présentent des discontinuités ($W_p(r)$ ou l'une ou plusieurs de ses dérivées successives).

Pour les très grandes distances justifiant l'hypothèse selon laquelle $\frac{1}{r^2}$ est constante et égale à $\frac{1}{r_m^2}$, on peut remplacer W_p par A_p/r_m^2 (W_p est un angle solide et A_p une surface): il vient:

$$\left. \begin{aligned} E_g(t) &\approx i v(t - \frac{2r_g}{c}) \frac{P(\omega_0) H(\omega_0)}{\lambda_0 r_m^2} \exp[i(\omega_0 t - 2k_0 r_g)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D(A_p, g, n, \omega_0)}{(i2k_0)^n} \\ E(t) &= \sum_{g=1}^{\frac{1}{2}} E_g(t) \end{aligned} \right\} (15)$$

Avec les hypothèses énoncées ci-dessus et en remplaçant v (régime monofréquentiel) par $v(t - 2r_g/c)$ (régime impulsionnel), on voit donc que les équations donnant $E(g, n)$ (et donc aussi E_g et E) sont les mêmes, qu'on soit en régime monofréquentiel ou impulsionnel : on obtient les équations en régime impulsionnel à partir de celles du régime monofréquentiel à la fréquence ν_0 ($\omega_0 = 2\pi\nu_0$) et en remplaçant v par $v(t - 2r_g/c)$.

Les équations (14) et (15) donnant E_g deviennent respectivement :

$$\bar{E}_g \approx v \frac{M_g}{\lambda} \exp[-i2k(r_g - r_1)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D(W_{p,g,n})}{(i2k)^n} \quad (16)$$

$$\bar{E}_g \approx i \frac{M_g}{\lambda r_m} \exp[-i2k(r_g - r_1)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D(A_{p,g,n})}{(i2k)^n} \quad (17)$$

$$M_g = v(t - 2r_g/c) \cdot P \cdot H \cdot \exp[i(\omega t - 2k r_1)]$$

$V(t)$ est la tension appliquée à l'émetteur; il est sous-entendu que les quantités P , H , λ , ω , k , $D(W_{p,g,n})$ et $D(A_{p,g,n})$ correspondent à la fréquence centrale d'émission (ν_0)

On voit ainsi, AVEC CES HYPOTHESES DE FREEDMAN, que E_g a la même forme temporelle que la tension appliquée au traducteur. Comme le signal reçu est

$$E(t) = \sum_{g=1}^{\frac{t}{\tau}} E_g(t), \text{ on peut en conclure que :}$$

L'ECHO TOTAL REÇU EST UNE SUITE D'IMPULSIONS, CHAQUE IMPULSION AYANT LA MEME FORME TEMPORELLE QUE LA TENSION IMPULSIONNELLE APPLIQUEE A L'EMETTEUR.

Remarques :

Si les hypothèses formulées par Freedman (bande passante petite par rapport à la fréquence centrale, toutes les quantités fonctions de la fréquence variant très peu dans la bande $\Delta\omega$, etc...), si donc ces hypothèses ne sont pas respectées, l'écho reçu sera toujours composé d'une suite d'impulsions, chaque impulsion prenant naissance aux endroits du réflecteur où $W_p(r)$ (ou $A_p(r)$) ou l'une ou plusieurs de ses dérivées successives présentent une discontinuité. MAIS CES IMPULSIONS N'ONT PLUS FORCEMENT LA MEME FORME TEMPORELLE QUE LA TENSION IMPULSIONNELLE APPLIQUEE AU TRADUCTEUR.

La figure suivante résume le mécanisme de formation d'écho :

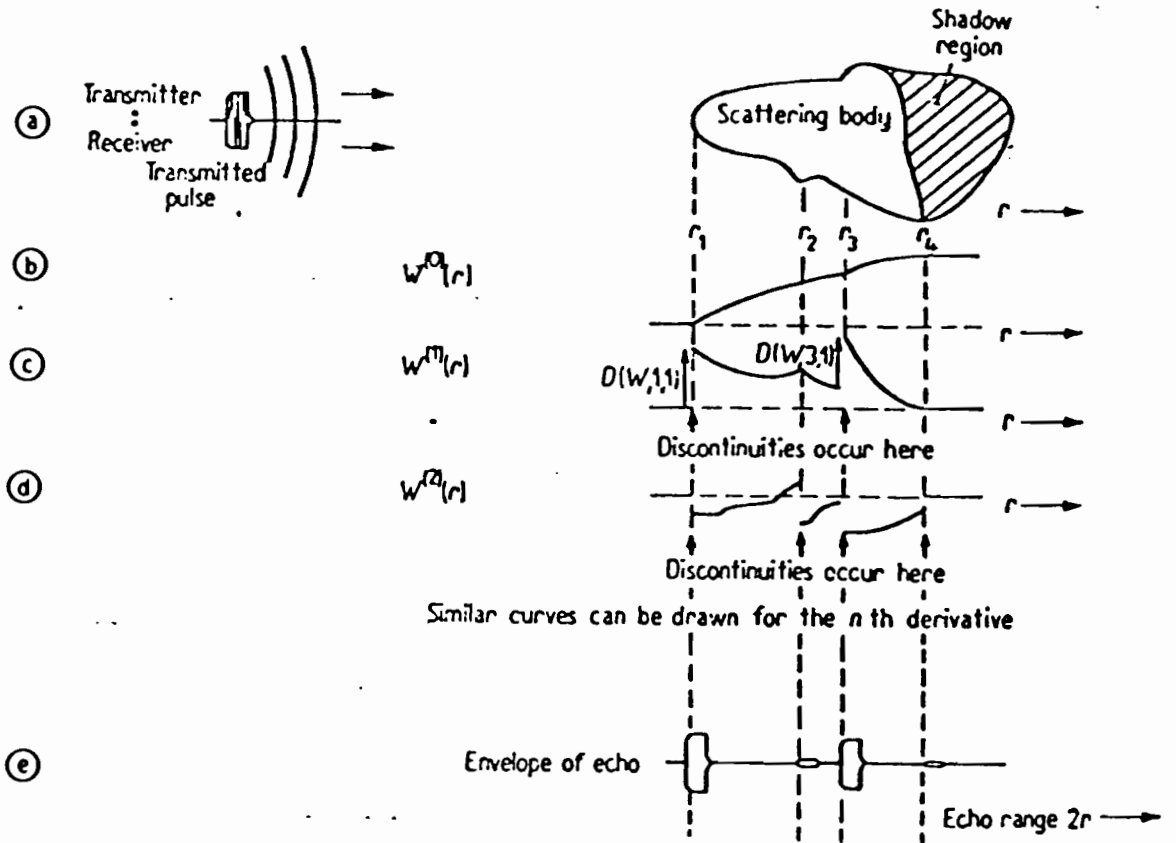


Figure 8 : Mécanisme de formation d'écho d'après la référence 21.

c)

DEUXIEME PARTIE :

ETUDE THEORIQUE.

C) ETUDE THEORIQUE

Dans cette étude, les termes "défauts", "obstacles" ou "cibles" ont été indifféremment employés les uns à la place des autres. De façon générale, par "défaut" on entend toute discontinuité matérielle dans un milieu : il peut s'agir par exemple d'un petit disque métallique immergé dans l'eau, d'un trou dans un bloc d'acier, etc...

Les défauts ont été classés en deux grands groupes :

- 1) Les petits défauts
- 2) Les grands défauts

C-1) Définitions

C-1-1) Petit défaut :

On appelle petit défaut un défaut dont la plus grande dimension transversale est inférieure au diamètre du faisceau ultrasonore incident :

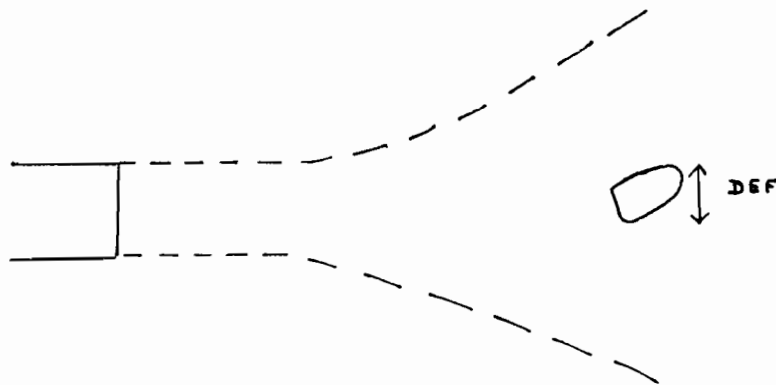


Figure 9 : petit défaut

DF : diamètre du faisceau incident

DEF : plus grande dimension transversale du défaut

On a DF plus grand que DEF (définition du petit défaut).

C-1-2) Grand défaut :

On appelle grand défaut un défaut dont la plus petite dimension transversale est supérieure au diamètre du faisceau incident

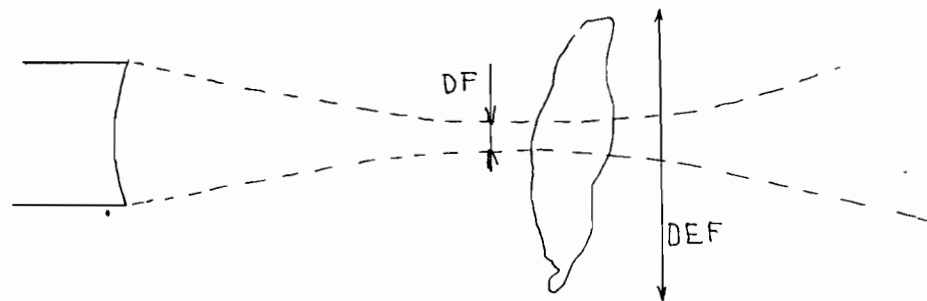


Figure 10 : grand défaut

DF = diamètre du faisceau incident

DEF = plus petite dimension transversale du défaut.

C-1-3) Bord proche et bord lointain

Pour un défaut plan incliné par rapport à l'axe du faisceau incident, on définit un bord proche et un bord lointain: Le bord proche est le bord du défaut le plus proche du transducteur émetteur et le bord lointain celui qui en est le plus éloigné :

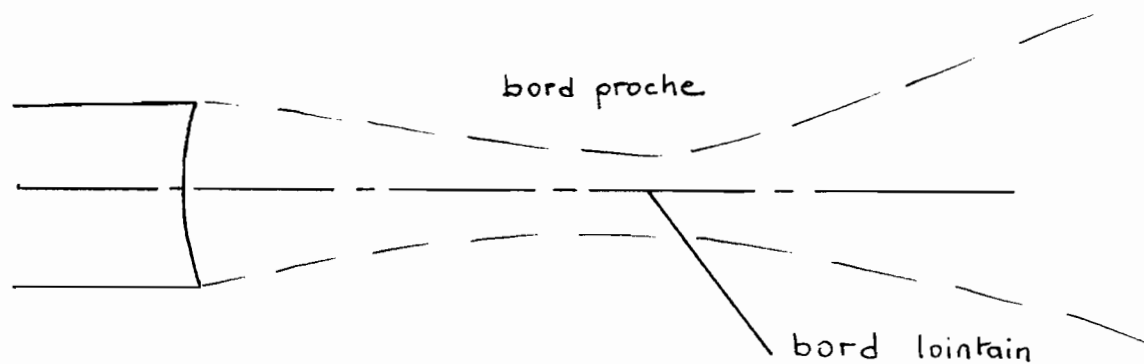


Figure 11 : Bord proche et bord lointain

C-2) APPLICATION DES EQUATIONS DE FREEDMAN DANS LE CAS OU
L'EMETTEUR-RECEPTEUR EST UN TRADUCTEUR LARGE BANDE

C-2-1) Introduction

Freedman a étudié le mécanisme de formation d'écho en faisant un certain nombre d'hypothèses (réf. 21), l'une des plus importantes étant que la bande passante de l'émetteur est petite par rapport à la fréquence centrale:

Il montre ainsi que l'écho renvoyé par un corps rigide immergé dans un milieu fluide parfait est composé d'une ou plusieurs impulsions, chaque impulsion ayant la même forme temporelle que la tension impulsionnelle appliquée à l'émetteur. J'applique ici les équations de Freedman dans le cas des émetteurs-récepteurs de large bande (la condition $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1$ n'étant plus vraie) insonifiant des défauts plans à bords francs : il apparaît ainsi que les impulsions renvoyées n'ont plus nécessairement la même forme temporelle que l'impulsion appliquée au traducteur (contrairement au cas traité par Freedman dans la référence 21). Je suppose que les impulsions successives ne se chevauchent pas, i.e. leur longueur est inférieure à la distance entre deux discontinuités successives. Je fais les autres hypothèses suivantes :

- a) L'onde émise est plane et homogène (je ne tiens pas compte de la divergence du faisceau ultrasonore)
- b) La distance entre le traducteur et la cible est grande vis-à-vis des dimensions de celle-ci.

C-2-2) Equations de Freedman (réf. 21)

Soit $v_1(t)$ la tension impulsionnelle appliquée à l'émetteur, $V(\omega)$ sa transformée de Fourier, les équations ci-dessous permettent de calculer l'écho $E(t)$ (cf la partie bibliographique du présent texte ou la référence 21).

$$E(t) = \sum_{g=1}^{\frac{1}{2}} E_g \quad ; \quad E_g = \sum_{n=0}^{\infty} E(g, n)$$

$$E(g, n) = \frac{i}{2\pi c} \left(\frac{c}{2c}\right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^{(1-n)} V(\omega) P(\omega) H(\omega) D(W_p, g, n, \omega) \cdot \exp\left[i\omega\left(t - \frac{2r_g}{c}\right)\right] d\omega$$
(18)

Pour les notations, voir le paragraphe B-3-2-3.

Il faut rappeler que ces équations ont été établies par Freedman dans un cas général. C'est seulement au niveau des applications (calcul de l'intégrale donnant $E(g, n)$ qu'il fait certaines restrictions).

$W_p(r)$ est l'angle solide, pondéré par la directivité à l'émission et à la réception, sous lequel on voit le traducteur d'une portion $S(r)$ de la cible (partie de $S(r)$ la plus éloignée de l'émetteur EMT à une distance r de celui-ci).

Comme l'onde incidente est plane et homogène, on peut remplacer $W_p(r)$ par $W(r)$ (l'indice p indiquant le phénomène de pondération) (hypothèse a)

J'ai supposé aussi (hypothèse b) que la distance entre le traducteur et la cible est très grande par rapport aux dimensions de celle-ci : on peut substituer à $W(r)$ la quantité

$$\frac{B(r)}{r_m^2} \cos(\psi)$$

avec :

r_m : distance moyenne entre le traducteur et la cible

ψ : angle d'incidence (le même pour tous les éléments de surface car la cible est supposée plane)

$B(r)$: surface cumulée égale à la somme de tous les éléments de surface à une distance du traducteur inférieure ou égale à r (bien entendu, il n'est question ici que de la partie irradiée de la cible).

Le système d'équations (18) devient :

$$E(t) = \sum_{g=1}^{\frac{1}{2}} E_g \quad ; \quad E_g = \sum_{n=0}^{+\infty} E(g, n)$$

$$E(g, n) = \left(\frac{i}{2\pi c}\right) \frac{\cos \psi}{r_m^2} \left(\frac{c}{2c}\right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^{(1-n)} V(\omega) P(\omega) H(\omega) \cdot D(B, g, n, \omega) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{2r_g}{c}\right)\right] d\omega$$

Supposons que $P(\omega)$ et $H(\omega)$ soient des constantes (constantes piézoélectriques à l'émission ($P(\omega) = P$ pour tout ω) et à la réception ($H(\omega) = H$ pour tout ω) on a :

$$\left. \begin{aligned} E(t) &= \sum_{g=1}^1 E_g \quad ; \quad E_g = \sum_{n=0}^{\infty} E(g, n) \\ E(g, n) &= \left(\frac{i}{2\pi c} \right) \frac{PH}{r_m^2} \cos(\psi) \left(\frac{c}{2i} \right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^{(1-n)} V(\omega) D(B, g, n, \omega) \exp \left[i\omega \left(t - \frac{2rg}{c} \right) \right] d\omega \end{aligned} \right\} (20)$$

$V(\omega)$ est la transformée de fourier de la tension $v_1(t)$ appliquée à l'émetteur. $B(r)$ est la surface irradiée cumulée à la distance r du traducteur. $D(B, g, n, \omega)$ indique comment la discontinuité, à la distance rg du traducteur, de la fonction $\frac{\partial^n B(r)}{\partial r^n}$ notée $B^{(n)}(r)$ (dérivée n ième de $B(r)$) varie avec ω ($\omega = 2\pi\nu$, ν est la fréquence ; n , de façon générale peut varier de 0 à l'infini : $n = 0, 1, 2, \dots$) en rg .

C-2-3) Echo renvoyé par un petit défaut plan rectangulaire

Dans les calculs qui suivent, l'écho est la tension électrique qui apparaît aux bornes du traducteur émetteur-récepteur après réflexion et diffraction de l'onde ultrasonore par le défaut. L'impulsion électrique appliquée est $v_1(t)$ et l'écho électrique $E(t)$.

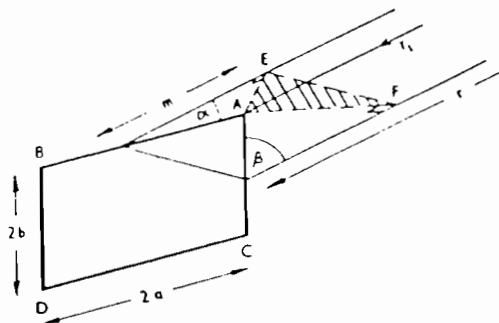
C-2-3-1) Cas général

Pour calculer $B(r)$ (surface irradiée cumulée à la distance r du traducteur), j'utilise les résultats établis par Freedman dans la référence 23.

Supposons un petit défaut plan rectangulaire de côtés $2a$ et $2b$ (figure 12). Supposons que l'onde incidente soit plane et homogène ; que le diamètre du faisceau ultrasonore soit plus grand que la plus grande distance transversale du défaut (hypothèse du petit défaut).

La direction de propagation de l'onde fait avec les côtés $2a$ et $2b$ du rectangle respectivement les angles α et β .

Dans le cas général traité ici, $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ et $\beta \neq \frac{\pi}{2}$



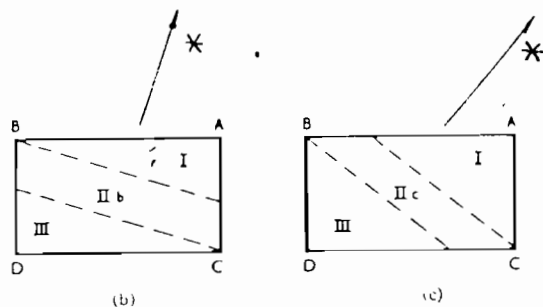
(a)

Figure 12: Petit défaut plan rectangulaire : $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ et $\beta \neq \frac{\pi}{2}$.

(a): définitions

(b): $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} < \frac{b}{a}$

(c): $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} > \frac{b}{a}$



(b)

(c)

* : Direction de propagation de l'onde incidente.

La distance entre le traducteur et le défaut est supposée grande vis-à-vis des dimensions de celui-ci, tous les rayons incidents sont parallèles.

Appelons r_1 la distance entre l'émetteur et le point A du rectangle (A étant le point de la cible le plus proche du traducteur) ; la distance r entre un point M quelconque du défaut et le traducteur est :

$$r = r_1 + m.$$

$$d_m = dr$$

Pour le point B : $r_B = r_1 + 2a \cos \alpha$

C : $r_C = r_1 + 2b \cos \beta$

D : $r_D = r_1 + 2(a \cos \alpha + b \cos \beta)$

Selon que $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$ est plus petit ou plus grand que b/a , les lieux des points du défaut à une distance r constante de l'émetteur, contenant ou B ou C, divisent le rectangle en différentes parties montrées sur les figures 12-b ($\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} < b/a$) et 12-c ($\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} > b/a$)

On recherche comment varie $\frac{\delta B(r)}{\delta r^n}$ dans ces différentes parties et on calcule les discontinuités éventuelles (présentées par $\frac{\delta^2 B(r)}{\delta r^n}$) quand on passe d'une zone à la suivante : (par la

suite, on note $B^{(n)}(r)$ la fonction $\frac{\partial^n B(r)}{\partial r^n}$: dérivée n ième de $B(r)$, surface cumulée irradiée à la distance r de l'émetteur (n étant un entier naturel pouvant varier de 0 à l'infini; pour $n = 0$, on a bien entendu $B(r)$)

Pour $r < r_1$: $B^{(n)}(r) = 0$ pour tout n ($n = 0, 1, 2, \text{etc...}$)

Pour $r_1 < r < r_1 + 2(a \cos \alpha + b \cos \beta)$:

Zone I :

$$B(r) = \frac{m^2}{2 \cos(\alpha) \cos(\beta)}$$

$$B^{(1)}(r) = \frac{m}{\cos(\alpha) \cos(\beta)}$$

$$B^{(2)}(r) = \frac{1}{\cos(\alpha) \cos(\beta)}$$

$$B^{(n)}(r) = 0 \text{ pour tout } n > 2 \quad (n = 3, 4, 5, \dots \infty)$$

Zone II-b : ($\cos \alpha / \cos \beta < b/a$)

$$B(r) = \frac{2a}{\cos \beta} (m - a \cos \alpha)$$

$$B^{(1)}(r) = \frac{2a}{\cos \beta}$$

$$B^{(n)}(r) = 0 \text{ pour tout } n > 1 \quad (n = 2, 3, 4, \dots \infty)$$

Zone II-c : ($\cos \alpha / \cos \beta > b/a$)

$$B(r) = \frac{2b}{\cos \alpha} (m - b \cos \beta)$$

$$B^{(1)}(r) = \frac{2b}{\cos \alpha}$$

$$B^{(n)}(r) = 0 \quad \forall n > 1 \quad (n = 2, 3, 4, \dots \infty)$$

Zone III :

$$B(r) = \frac{-1}{\cos(\alpha) \cos(\beta)} \left[\frac{m^2}{2} - 2m(a \cos \alpha + b \cos \beta) + 2(a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta) \right]$$

$$B^{(1)}(r) = \frac{-1}{\cos(\alpha) \cos(\beta)} [m - 2(a \cos \alpha + b \cos \beta)]$$

$$B^{(2)}(r) = \frac{-1}{\cos(\alpha) \cos(\beta)}$$

$$B^{(n)}(r) = 0 \text{ pour tout } n > 2 \quad (n = 3, 4, \dots \infty)$$

Pour $r > r_1 + 2(a \cos \alpha + b \cos \beta)$

$B(r) = 4ab$ (surface du rectangle); $B^{(n)}(r) = 0$ pour tout n supérieur ou égal à 1.

En remplaçant m par ses différentes valeurs lors du passage d'une région à la suivante, on obtient les tableaux I à VI qui permettent donc de calculer les discontinuités $D(B,g,n)$. g peut prendre 4 valeurs : 1, 2, 3 ou 4 (pages 36, 37).

On voit ainsi que les discontinuités $D(B,g,n)$ existent uniquement pour $n = 2$. (pour n différent de 2, il n'y a pas de discontinuité, $D(B,g,n)$ étant égal à 0).

En A et en D (points extrêmes), $D(B,g,2) = -\text{sec}(\alpha) \cdot \text{sec}(\beta)$

En B et en C (points intermédiaires), $D(B,g,2) = +\text{sec}(\alpha) \cdot \text{sec}(\beta)$;
en notant $\text{sec} \alpha = 1/\cos \alpha$; $\text{sec} \beta = 1/\cos \beta$.

On a donc des discontinuités égales 2 à 2 (les deux points extrêmes, A et D, et les deux points intermédiaires, B et C)

Il faut maintenant appliquer ces résultats aux équations 20 page 32. Je rappelle ces équations :

$$E(t) = \sum_{g=1}^4 E_g \quad ; \quad E_g = \sum_{n=0}^{\infty} E(g,n)$$

$$E(g,n) = \left(\frac{i}{2\pi c}\right) \frac{P.H}{r^2 m} \cos(\psi) \cdot \left(\frac{c}{2i}\right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^{(1-n)} V(\omega) \cdot$$

$$D(B,g,n,\omega) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{2rg}{c}\right)\right] d\omega.$$

ψ est l'angle d'incidence, $V(\omega)$ est la transformée de Fourier de la tension $v_1(t)$ appliquée à l'émetteur.

Ici, seule la valeur $n = 2$ nous intéresse. $g = 1$ ou 2 ou 3 ou 4. $D(B,g,n)$ est indépendant de ω : on a une onde plane, homogène ; on ne tient pas compte de la divergence du faisceau ultrasonore.

$$E(t) = \sum_{g=1}^4 E_g$$

$$E_g = E(g,2)$$

$$E(g,2) = \frac{P.H.C}{8\pi r_m^2} \cos(\psi) \cdot D(B,g,2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{V(\omega)}{i\omega} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{2rg}{c}\right)\right] d\omega$$

Tableau I: Discontinuités en A.

n	$B_{-}^{(n)}(r_1)$	$B_{+}^{(n)}(r_1)$	$D(B,1,n)$
0	0	0	0
1	0	0	0
2	0	$\sec\alpha \sec\beta$	$-\sec\alpha \sec\beta$
3	0	0	0

Tableau II: Discontinuités en B si $\cos\alpha/\cos\beta < b/a$

n	$B_{-}^{(n)}(r_2)$	$B_{+}^{(n)}(r_2)$	$D(B,2,n)$
0	$2u^2 \cos\alpha \sec\beta$	$2u^2 \cos\alpha \sec\beta$	0
1	$2u \sec\beta$	$2a \sec\beta$	0
2	$\sec\alpha \sec\beta$	0	$\sec\alpha \sec\beta$
3	0	0	0

Tableau III: Discontinuités en B si $\cos\alpha/\cos\beta > b/a$

n	$B_{-}^{(n)}(r_2)$	$B_{+}^{(n)}(r_2)$	$D(B,3,n)$
0	$2b(2a - b \sec\alpha \cos\beta)$	$2b(2a - b \sec\alpha \cos\beta)$	0
1	$2b \sec\alpha$	$2b \sec\alpha$	0
2	0	$-\sec\alpha \sec\beta$	$\sec\alpha \sec\beta$
3	0	0	0

Tableaux I à III (Réf.23): $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$; $\sec\beta = \frac{1}{\cos\beta}$

Tableau IV: Discontinuités en C si $\cos \alpha / \cos \beta < b/a$

n	$B_{-}^{(n)}(r_3)$	$B_{+}^{(n)}(r_3)$	$D(B,3,n)$
0	$2a(2b - a \cos \alpha \sec \beta)$	$2a(2b - a \cos \alpha \sec \beta)$	0
1	$2a \sec \beta$	$2a \sec \beta$	0
2	0	$-\sec \alpha \sec \beta$	$\sec \alpha \sec \beta$
3	0	0	0

Tableau V: Discontinuités en C si $\cos \alpha / \cos \beta > b/a$.

n	$B_{-}^{(n)}(r_2)$	$B_{+}^{(n)}(r_2)$	$D(B,2,n)$
0	$2b^2 \sec \alpha \cos \beta$	$2b^2 \sec \alpha \cos \beta$	0
1	$2b \sec \alpha$	$2b \sec \alpha$	0
2	$\sec \alpha \sec \beta$	0	$\sec \alpha \sec \beta$
3	0	0	0

Tableau VI: Discontinuités en D.

n	$B_{-}^{(n)}(r_4)$	$B_{+}^{(n)}(r_4)$	$D(B,4,n)$
0	$4ab$	$4ab$	0
1	0	0	0
2	$-\sec \alpha \sec \beta$	0	$-\sec \alpha \sec \beta$
3	0	0	0

Tableaux IV à VI (Réf.23): $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$ $\sec \beta = \frac{1}{\cos \beta}$

Remarque : Jusqu'ici, j'ai suivi la méthode de calcul de Freedman. A partir de maintenant, je ne fais plus ses restrictions (entre autres celle imposant que la bande passante du traducteur soit petite devant la fréquence centrale).

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{V(\omega)}{i\omega} \exp[i\omega(t - \frac{2r_g}{c})] d\omega = \text{transformée de Fourier inverse de } V(\omega)/i\omega \quad (\text{TF}^{-1} \text{ de } V(\omega)/i\omega)$$

La variable temps ici est $t - 2r_g/c$ (la soustraction indiquant une translation)

$$\text{Or } \text{TF}^{-1} \left(\frac{V(\omega)}{i\omega} \right) = \int_0^{t - 2r_g/c} v_1(\tau) d\tau$$

En effet, la transformée de Fourier de la primitive d'une fonction (par exemple $x(t)$) est égale à la transformée de Fourier de cette fonction (par exemple $X(\omega)$) divisée par $i.\omega$.

Je note $Pv_1(t)$ la primitive de $v_1(t)$; posons $L = \frac{P.H.c.\omega\alpha\psi}{8\pi r_m^2 \cos(\alpha)\cos(\beta)}$
Je suppose que les signaux sont nuls pour tous les instants t inférieurs ou égaux à 0.

On a donc :

$$E(1,2) = -L \int_0^{t-t_1} v_1(\tau) d\tau \quad ; \quad E(4,2) = -L \int_0^{t-t_4} v_1(\tau) d\tau$$

$$\text{de même } E(2,2) = +L \int_0^{t-t_2} v_1(\tau) d\tau \quad ; \quad E(3,2) = +L \int_0^{t-t_3} v_1(\tau) d\tau.$$

avec $t_g = +2r_g/c$;

$$\begin{aligned} r_4 &= r_1 + 2(a \cos \alpha + b \cos \beta) \\ r_3 &= r_1 + 2b \cos \beta & \text{si } \cos \alpha / \cos \beta < b/a \\ \text{et } r_3 &= r_1 + 2a \cos \alpha & \text{si } \cos \alpha / \cos \beta > b/a \\ r_2 &= r_1 + 2a \cos \alpha & \text{si } \cos \alpha / \cos \beta < b/a \\ \text{et } r_2 &= r_1 + 2b \cos \beta & \text{si } \cos \alpha / \cos \beta > b/a. \end{aligned}$$

L'écho total reçu est $E(t) = E(1,2) + E(2,2) + E(3,2) + E(4,2)$:

$$\text{ainsi } E(t) = L \left[- \int_0^{t-t_1} v_1(\tau) d\tau + \int_0^{t-t_2} v_1(\tau) d\tau + \int_0^{t-t_3} v_1(\tau) d\tau - \int_0^{t-t_4} v_1(\tau) d\tau \right]$$

* ATTENTION : Il ne faut pas confondre $Pv_1(t)$ (primitive de $v_1(t)$) avec le produit de $v_1(t)$ par la constante piézoélectrique P :
 P lie la pression au niveau du traducteur à la tension appliquée.

$$\text{avec } L = \frac{P \cdot H \cdot c \cdot \cos(\psi)}{4 \pi r_m^2 \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}$$

et P et H constantes piézoélectriques (P à l'émission et H à la réception), ψ angle d'incidence (angle entre la direction de propagation de l'onde incidente supposée plane et homogène et la normale à la surface du défaut plan).

c : vitesse de propagation de l'onde ultrasonore dans le milieu de propagation

α : angle entre le côté de dimension 2a du rectangle et la direction de propagation de l'onde

β : angle entre le côté de dimension 2b du rectangle et la direction de propagation de l'onde

r_1 : distance entre le traducteur et le point du défaut qui lui est le plus proche (ici le sommet A)

r_m : distance moyenne entre le rectangle et le traducteur :

$$r_m = r_1 + a \cdot \cos \alpha + b \cdot \cos \beta .$$

Comme précédemment indiqué, je note $Pv_1(t)$ la primitive par rapport au temps de la tension $v_1(t)$ appliquée à l'émetteur; l'écho total reçu $E(t)$ s'écrit finalement :

$$E(t) = L \left[-Pv_1(t-t_1) + Pv_1(t-t_2) + Pv_1(t-t_3) - Pv_1(t-t_4) \right] \quad \left. \vphantom{E(t)} \right\} (22)$$

avec $t_g = +2rg/c$ ($g=1, 2, 3, 4$); $Pv_1(t-t_g) = \int_0^{t-t_g} v_1(\tau) d\tau$

Ainsi :

L'ECHO RENVOYE PAR UN PETIT DEFAUT PLAN RECTANGULAIRE DONT AUCUN COTE N'EST PERPENDICULAIRE A LA DIRECTION DE PROPAGATION DE L'ONDE INCIDENTE (PLANE ET HOMOGENE) SE COMPOSE DE QUATRE IMPULSIONS, CHACUNE DE CES IMPULSIONS AYANT LA MEME FORME TEMPORELLE QUE LA PRIMITIVE PAR RAPPORT AU TEMPS DE LA TENSION IMPULSIONNELLE APPLIQUEE AU TRADUCTEUR (EMETTEUR-RECEPTEUR)

(Les deux impulsions extrêmes sont de même polarité, cette polarité étant opposée à celle des deux impulsions intermédiaires).(cf. figure F1 page 46).

Remarque :

Les quatre impulsions dues au petit défaut plan rectangulaire dont aucun côté n'est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente ont toutes la même amplitude; elles prennent naissance aux quatre sommets du rectangle.

C-2-3-2) ECHO DU A UN PETIT DEFAUT PLAN RECTANGULAIRE DONT DEUX (ET SEULEMENT DEUX) COTES PARALLELES SONT PERPENDICULAIRES A LA DIRECTION DE PROPAGATION DE L'ONDE INCIDENTE PLANE ET HOMOGENE

On reprend le même rectangle de côtés $2a$ et $2b$. Ici, on suppose que $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\beta \neq \frac{\pi}{2}$. Les discontinuités de $B^{(n)}(r)$ ont lieu seulement pour le côté de dimension $2a$ (figure 13):

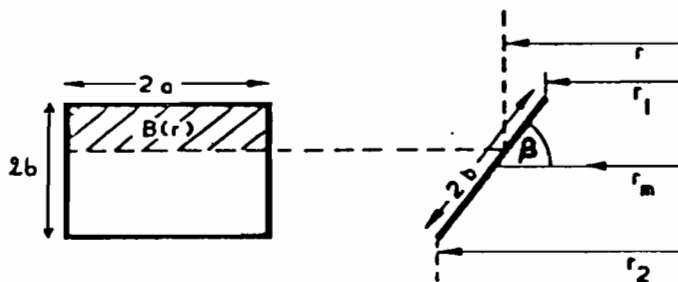


Figure 13 : $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\beta \neq \frac{\pi}{2}$

r_1 : plus petite distance entre le traducteur et le rectangle

$$r_2 = r_1 + 2b \cos \beta$$

Pour $r < r_1$ $B^{(n)}(r) = 0$ pour tout n ($n = 0, 1, 2, \dots$)

Pour $r_1 < r < r_2$:

$$B(r) = \frac{2a(r-r_1)}{\cos \beta}$$

$$B^{(n)}(r) = \frac{2a}{\cos \beta} \quad ; \quad B^{(n)}(r) = 0 \text{ pour } n > 1$$

Pour $r > r_2$ $B(r) = 4ab$ (surface du rectangle)

$$B^{(n)}(r) = 0 \text{ pour tout } n \text{ supérieur à } 0 \text{ (} n=1, 2, \dots \text{)}$$

Les tableaux VII et VIII (page suivante) montrent que les discontinuités de $B^{(n)}(r)$ ont lieu seulement quand $n = 1$

$D(B, g, n) = 0$ pour tout n différent de 1

Tableau VII
Discontinuités en r_1

n	$B_{-}^{(n)}(r_1)$	$B_{+}^{(n)}(r_1)$	$D(B, 1, n)$
0	0	0	0
1	0	$2a \sec\beta$	$-2a \sec\beta$
2	0	0	0

Tableau VIII
Discontinuités en r_2

n	$B_{-}^{(n)}(r_2)$	$B_{+}^{(n)}(r_2)$	$D(B, 2, n)$
0	$4ab$	$4ab$	0
1	$2a \sec\beta$	0	$2a \sec\beta$
2	0	0	0

$$\left(\sec\beta = \frac{1}{\cos\beta} \right)$$

Pour $r = r_1$ $D(B, 1, 1) = - \frac{2a}{\cos\beta}$ tableau VII

Pour $r = r_2$ $D(B, 2, 1) = + \frac{2a}{\cos\beta}$ tableau VIII

Tous ces tableaux (I à VIII) sont extraits de la référence 23

Appliquons ces résultats (les valeurs de $D(B, 1, 1)$ et de $D(B, 2, 1)$ qu'on vient de calculer) aux équations (20) de la page 32.

$$E(t) = \sum_{g=1}^{\infty} E_g \quad ; \quad E_g = \sum_{n=0}^{\infty} E(g, n)$$

$$E(g, n) = \left(\frac{i}{2\pi c} \right) \frac{P.H}{r_m^2} \cdot \cos(w) \cdot \left(\frac{c}{2i} \right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^{(n-1)} \cdot v(\omega) \cdot D(B, g, n, \omega) \cdot \exp \left[i\omega \left(t - \frac{2r_g}{c} \right) \right] d\omega .$$

Or ici $n = 1$ et $g = 1$ ou 2 .

Donc l'écho total reçu est : $E(t) = E_1 + E_2$

$D(B,1,1)$ et $D(B,2,1)$ ne sont pas fonctions de la fréquence ; ils sont indépendants de ω : dans l'intégrale donnant $E(g,n)$ je peux donc sortir $D(B,g,n)$:

$$E_1 = E(1,1) ; E_2 = E(2,1) ;$$

Pour $g = 1$ ou 2 , on a :

$$E_g = \frac{P. H. \cos(\psi) \cdot D(B,g,1)}{4\pi r_m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} V(\omega) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{2r_g}{c}\right)\right] d\omega. \quad (23)$$

$\int_{-\infty}^{+\infty} V(\omega) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{2r_g}{c}\right)\right] d\omega$ est la transformée de Fourier inverse de $V(\omega)$ pour l'instant $t - 2r_g/c$ ($g = 1$ ou 2)

Avec les valeurs de $D(B,1,1)$ et $D(B,2,1)$ précédemment calculées, on déduit E_1 et E_2 :

$$E_1 = -\frac{P. H. \cos(\psi)}{2\pi r_m^2} \cdot \frac{a}{\omega \sin \beta} v_1\left(t - \frac{2r_1}{c}\right)$$

$$E_2 = +\frac{P. H. \cos(\psi)}{2\pi r_m^2} \cdot \frac{a}{\omega \sin \beta} v_1\left(t - \frac{2r_2}{c}\right)$$

Posons $S_y = \frac{P. H. \cos(\psi) \cdot a}{2\pi r_m^2}$; $(\beta = \frac{\pi}{2} - \psi, \psi \text{ angle d'incidence})$

$$t_1 = \frac{2r_1}{c} \quad \text{et} \quad t_2 = \frac{2r_2}{c}$$

L'écho total renvoyé par le petit défaut plan rectangulaire dont seuls deux côtés parallèles sont perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde incidente plane et homogène est :

$$E(t) = S_y \cdot \left[-v_1(t - t_1) + v_1(t - t_2) \right] \quad (24)$$

(S_y est une constante égale à $\frac{P. H. a}{2\pi r_m^2} \cos(\psi)$)

Ainsi :

L'ECHO RENVOYE PAR UN PETIT DEFAUT PLAN RECTANGULAIRE DONT SEULS DEUX COTES PARALLELES SONT PERPENDICULAIRES A LA DIRECTION DE PROPAGATION DE L'ONDE INCIDENTE PLANE ET HOMOGENE SE COMPOSE DE DEUX IMPULSIONS DE POLARITE OPPOSEE (inversion de polarité), CHACUNE DE CES IMPULSIONS AYANT LA MEME FORME TEMPORELLE QUE LA TENSION IMPULSIONNELLE APPLIQUEE AUX BORNES DU TRADUCTEUR EMETTEUR-RECEPTEUR (cf. figure F2 page 46).

Remarque :

J'ai remarqué la même inversion de polarité dans le paragraphe C-3-3 (cf infra page 67) en utilisant la théorie du profil réflecteur : dans le paragraphe C-3-3, on a exprimé l'écho en fonction du signal incident (sur le défaut) alors qu'ici l'écho est donné en fonction de la tension appliquée à l'émetteur, $v_1(t)$.

C-2-3-3) PETIT DEFAUT PLAN RECTANGULAIRE PERPENDICULAIRE A LA DIRECTION DE PROPAGATION DE L'ONDE INCIDENTE SUPPOSEE PLANE ET HOMOGENE

L'onde incidente est toujours plane et homogène; le petit rectangle est ici perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente: l'angle ψ est donc nul;

$$\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$$

$B^{(n)}(r)$ ne présente plus qu'une seule discontinuité: elle a lieu pour $r = r_1$ et $n = 0$.

Pour $r < r_1$, $B^{(n)}(r) = 0$ pour tout n ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$)

Pour $r > r_1$, $B(r) = 4ab$ (surface du rectangle)

$B^{(n)}(r) = 0$ pour tout n supérieur ou égal à 1

Il apparaît ainsi que $D(B, 1, 0) = -4ab$

Reprenons encore une fois les équations (20) et faisons $n = 0$ et $g = 1$, il vient :

$$E(t) = E_1 = \frac{-P.H.4ab}{2\pi c r_m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} i\omega V(\omega) \cdot \exp\left[i\omega\left(t - 2\frac{r_1}{c}\right)\right] d\omega. \quad (25)$$

$V(\omega)$ est la transformée de Fourier de $v_1(t)$ (qui est, rappelons le encore une fois, la tension appliquée au traducteur émetteur). Donc $i.\omega.V(\omega)$ est la transformée de Fourier de la dérivée de $v_1(t)$ par rapport au temps, $\frac{\partial v_1(t)}{\partial t}$ (ou $v_1'(t)$). La multiplication de $i.\omega.V(\omega)$ par $\exp(-i.\omega.2r_1/c)$ correspond à la translation, dans le domaine temporel, de sa transformée de Fourier inverse, translation d'une quantité $2.r_1/c$.

Donc on a :

$$E(t) = - \frac{P.H.4ab}{2\pi c r_m^2} v_1' \left(t - \frac{2r_1}{c} \right)$$

Posons $S_{rect} = 4ab$ (surface du rectangle) et $Q_s = \frac{P.H.S_{rect}}{2\pi c r_m^2}$

Il vient :

$$E(t) = - Q_s v_1' \left(t - \frac{2r_1}{c} \right) \quad (26)$$

D'où :

L'ECHO DU A UN PETIT DEFAUT PLAN RECTANGULAIRE PERPENDICULAIRE A LA DIRECTION DE PROPAGATION DE L'ONDE INCIDENTE PLANE ET HOMOGENE A LA MEME FORME TEMPORELLE QUE LA DERIVEE PAR RAPPORT AU TEMPS DE LA TENSION IMPULSIONNELLE APPLIQUEE AU TRADUCTEUR EMETTEUR : on retrouve le même résultat même si le petit défaut plan n'est pas rectangulaire, s'il a une forme quelconque; la seule condition est que ce soit un défaut plan (on retrouve le résultat précédent en remplaçant $4ab$ par la surface du défaut plan) : cf. figure F3 page 46.

C-2-3-4) Résumé

En étendant les formules de Freedman (réf. 21, 22, 23) au traducteur large bande (ou plus exactement au cas où la bande $\Delta\omega$ n'est pas petite devant la fréquence centrale), on a les résultats suivants :

(ON RAPPELLE QUE L'ONDE INCIDENTE EST SUPPOSEE PLANE ET HOMOGENE).

1) Un petit défaut plan rectangulaire dont aucun côté n'est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente renvoie un écho formé de quatre impulsions, chacune de ces impulsions ayant la même forme temporelle que la primitive par rapport au temps de la tension impulsionnelle appliquée au traducteur émetteur-récepteur.

(Les quatre impulsions sont dues aux quatre sommets du rectangle. Les deux impulsions extrêmes sont de même signe, opposé au signe commun des deux impulsions intermédiaires. Elles ont toutes quatre la même amplitude).

2) Un petit défaut plan rectangulaire dont seuls deux côtés parallèles sont perpendiculaires à l'axe du faisceau incident renvoie un écho formé de deux impulsions, chacune de ces impulsions ayant la même forme temporelle que la tension impulsionnelle appliquée au traducteur émetteur-récepteur.

(Les deux impulsions sont de signes opposés (inversion de polarité) ; elles sont dues aux deux bords perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde incidente : bord proche et bord lointain.)

3) Un petit défaut plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente (toujours supposée plane et homogène) renvoie un écho formé d'une seule impulsion, cette impulsion ayant la même forme temporelle que la dérivée par rapport au temps de la tension impulsionnelle appliquée au traducteur émetteur-récepteur.

(J'ai fait la démonstration dans le cas du petit défaut rectangulaire).

Echos théoriques dus au petit défaut plan rectangulaire :

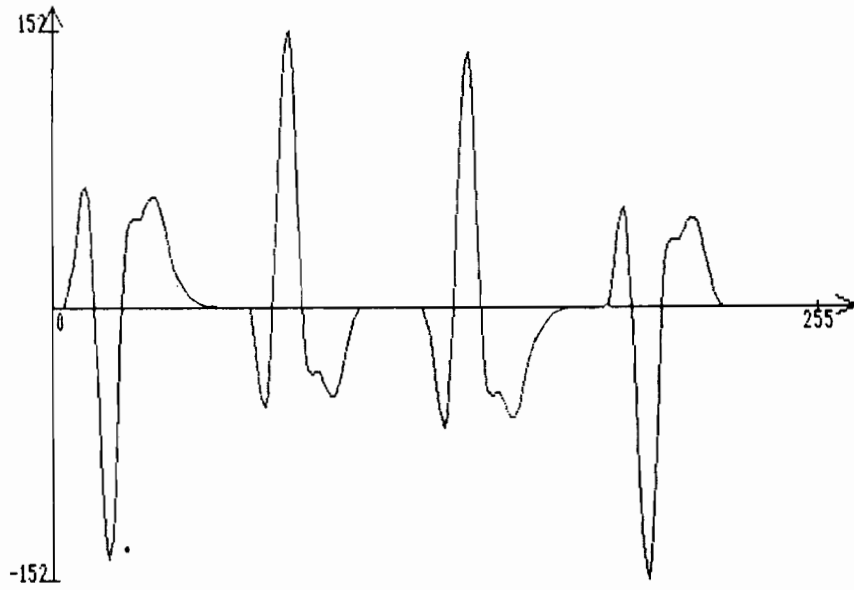


Figure F1 : Echo théorique du rectangle quand $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ et $\beta \neq \frac{\pi}{2}$

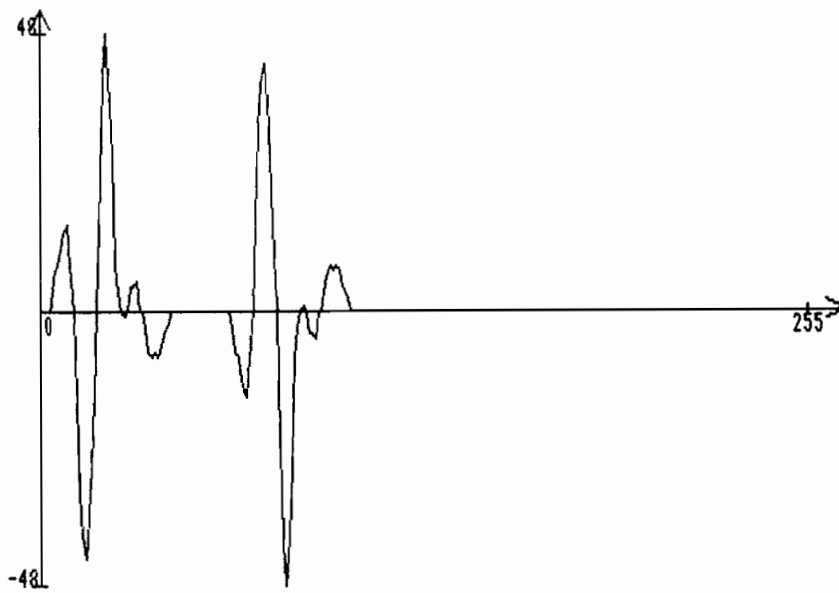


Figure F2 : écho théorique du rectangle quand $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\beta \neq \frac{\pi}{2}$ (ou $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ et $\beta = \frac{\pi}{2}$)

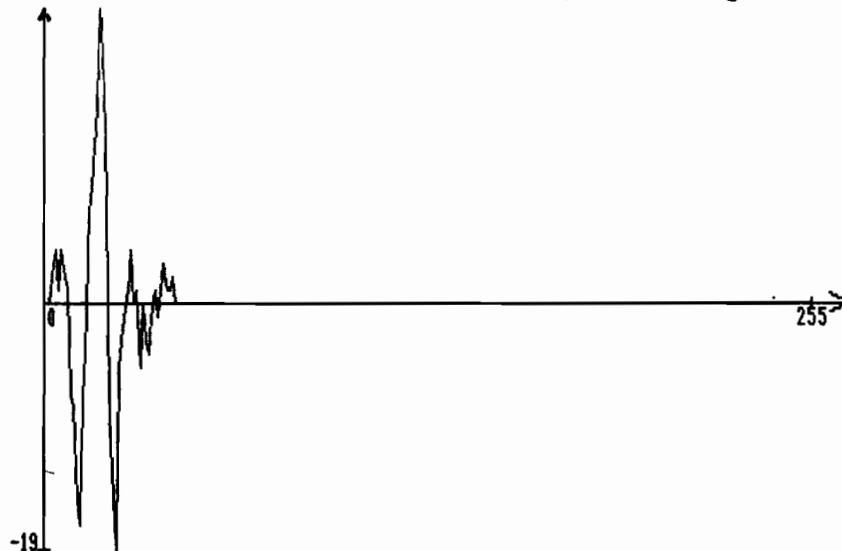


Figure F3 : écho théorique du rectangle perpendiculaire à l'axe du faisceau US : $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$

Remarque :

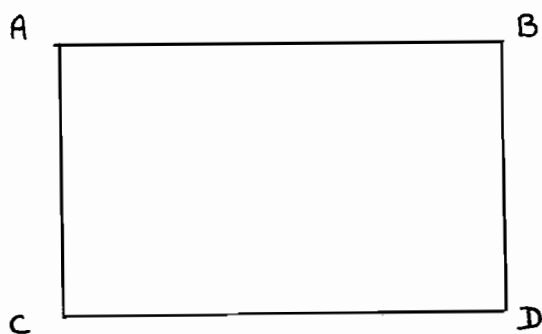
Freedman, en faisant certaines hypothèses (entre autres la bande $\Delta\omega$ devant être petite devant la fréquence centrale), trouve que l'écho renvoyé par le défaut est toujours composé d'impulsions ayant la même enveloppe que la tension impulsionnelle appliquée à l'émetteur. Il les appelle "image de l'impulsion" ("image pulse").

C-2-4) Extension des résultats précédents aux grands défauts plans.

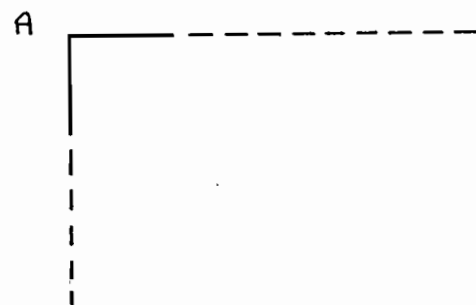
C-2-4-1) Intrôduction.

Je rappelle qu'un grand défaut a été défini comme un défaut dont la plus petite dimension transversale est nettement supérieure au diamètre du faisceau ultrasonore incident (conf. paragraphe C-1-2).

J'étends ici, par un raisonnement simple, les résultats obtenus au paragraphe C-2-3 précédent aux grands défauts plans. L'onde incidente est toujours supposée plane et homogène. Le grand défaut plan que je considère est en quelque sorte un rectangle de côtés $2a$ et $2b$ pour a et b très grands (dans le cas idéal, a et b sont infinis) :



a) Petit défaut plan rectangulaire



b) Grand défaut plan

Figure 14 : Définitions des types de défauts.

Pour le grand défaut plan idéal, les sommets B, C et D sont rejetés à l'infini (a et b très grands) .

C-2-4-2) Echo dû à un sommet (écho de sommet).

Je reprends l'exemple C-2-3-1) : petit défaut plan rectangulaire (de côtés de dimensions $2a$ et $2b$) dont aucun bord n'est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente supposée plane et homogène ($\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ et $\beta \neq \frac{\pi}{2}$). Pour avoir le grand défaut, je considère a et b très grands (dans le cas idéal, a et b sont infinis ; dans la pratique, il suffit qu'ils soient suffisamment grands pour que le faisceau incident ne puisse irradier à la fois qu'un sommet du rectangle).

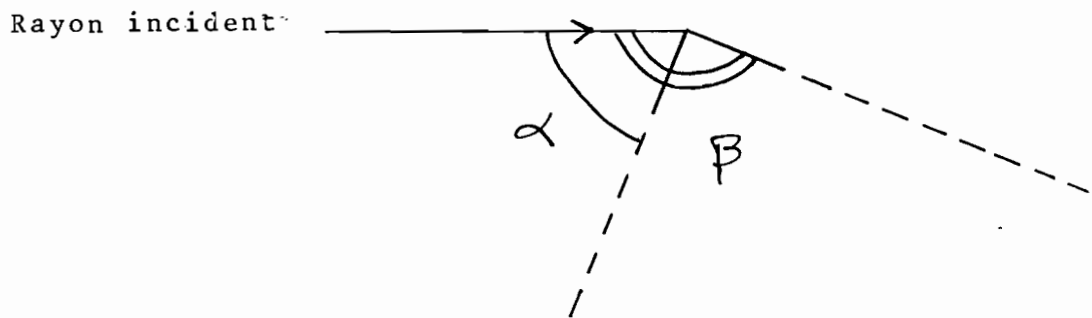


Figure 15 : définition d'un sommet : $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$; $\beta \neq \frac{\pi}{2}$.

Dans ces conditions, on conçoit que l'écho renvoyé ne sera plus formé que d'une seule impulsion et non de quatre comme dans l'exemple du petit défaut plan rectangulaire : en effet, on a vu que les impulsions qui reviennent sous forme d'écho prennent naissance aux sommets du défaut quand aucun bord de celui-ci n'est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente, qu'elles ont la même forme temporelle que la primitive par rapport au temps de la tension impulsion-

nelle appliquée au traducteur émetteur-récepteur. Or dans le cas présent, le grand défaut plan incliné ne présente qu'un sommet : je fais donc la proposition suivante :

L'ECHO RENVOYE PAR UN SOMMET (GRAND DEFAUT PLAN DONT AUCUN BORD N'EST PERPENDICULAIRE A LA DIRECTION DE PROPAGATION DE L'ONDE INCIDENTE) A LA MEME FORME TEMPORELLE QUE LA PRIMITIVE PAR RAPPORT AU TEMPS DE LA TENSION IMPULSIONNELLE APPLIQUEE AU TRADUCTEUR EMETTEUR-RECEPTEUR.

(Cet écho n'est évidemment formé que d'une seule impulsion ; je rappelle que ces défauts plans sont supposés avoir des bords rectilignes.)

C-2-4-3) Echo de bord.

Je reprends l'exemple du paragraphe C-2-3-2 : petit défaut plan rectangulaire dont seuls deux côtés parallèles sont perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde incidente. Pour avoir le grand défaut, je considère que a et b (dimensions du rectangle : 2a et 2b) sont très grands :

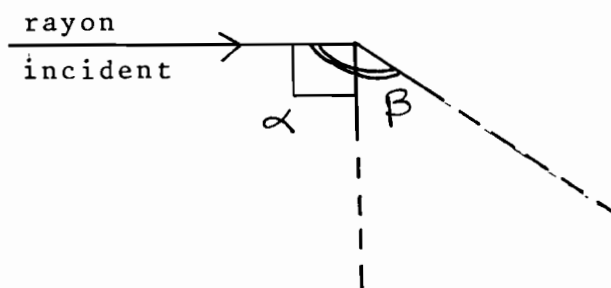


Fig. 16 : définition d'un bord : $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$; $\beta \neq \frac{\pi}{2}$

L'écho renvoyé sera alors formé d'une seule impulsion (on n'a qu'un bord) de même forme temporelle que la tension impulsionnelle appliquée au traducteur émetteur-récepteur (comme au paragraphe C-2-3-2).

C-2-5) Discussions

C-2-5-i) Remarque liminaire

Freedman montre (réf. 22), dans le cas où l'onde émise est plane et homogène, que la quantité $D(B,g,n,\omega)$ (apparaissant par exemple dans le système d'équations (20)) est la même, qu'on soit en émission-réception ou en transmission. Cela est dû au fait que $D(B,g,n,\omega)$ est une grandeur caractéristique de la surface (surface réfléchissante en émission-réception, surface émettrice en transmission). On suppose que les dimensions et le rayon de courbure de cette surface sont grands par rapport aux longueurs d'onde utilisées.

C-2-5-2) Polarité de l'écho de sommet

C-2-5-2-1) Introduction

J'ai fait les calculs précédents (paragraphe C-2-3 et suivants) en utilisant le modèle d'un défaut plan rectangulaire; ce faisant, je me suis limité aux sommets à côtés perpendiculaires (paragraphe C-2-3 et C-2-4-2).

En se plaçant en transmission (réf. 24), Freedman a calculé la quantité $D(B,g,n)$ pour un sommet de type général (l'angle entre ses côtés pouvant être quelconque). On suppose qu'on a une onde plane et homogène : par conséquent, $D(B,g,n,\omega)$ ne dépend plus de ω et devient $D(B,g,n)$.

Bien que travaillant en émission-réception, je peux, en vertu de la remarque liminaire faite en introduction de ce paragraphe C-2-5, utiliser les résultats des calculs de Freedman relatifs à $D(B,g,n)$.

C-2-5-2-2) Cas général

Appelons (figure 17, page suivante) :

\vec{x} la projection de l'axe Δ du faisceau incident dans le plan du défaut (supposé plan).

$\vec{C1}$ le côté du sommet correspondant au sens opposé à celui de rotation des aiguilles d'une montre ($\vec{C1}$: counterclockwise edge),

$\vec{C2}$ le côté correspondant au sens de rotation des aiguilles d'une montre ($\vec{C2}$: clockwise edge),

θ_1 l'angle que fait $\vec{C1}$ avec \vec{x}

θ_2 l'angle entre $\vec{C2}$ et \vec{x}

\vec{n} la normale à la surface du défaut

ψ l'angle d'incidence.

La figure ci-dessous schématise ces différentes définitions :

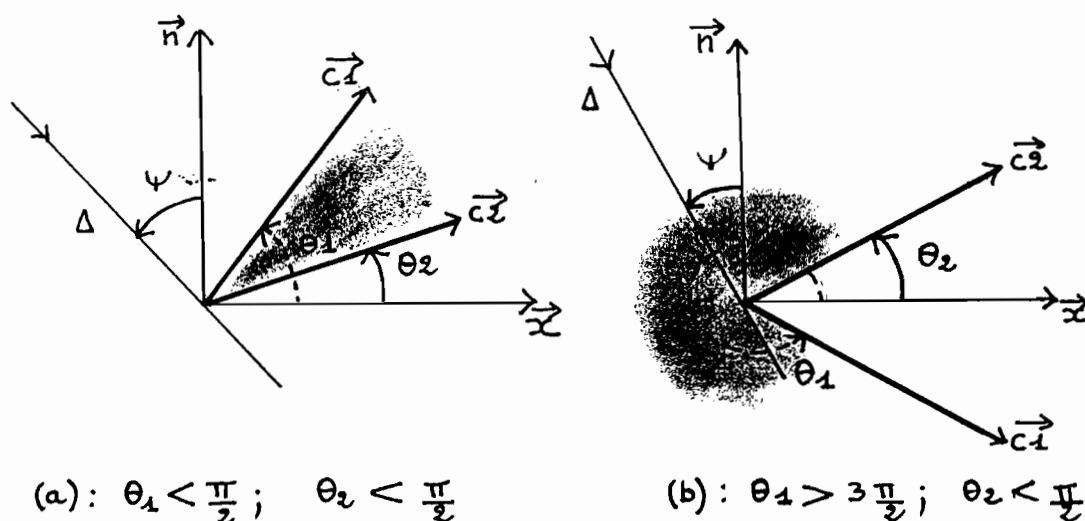


Figure 17 : définitions des différents symboles

Dans ce cas de figure, Freedman montre que $D(B, g, n)$ est non nul pour une seule valeur de n et que cette valeur est 2.

Pour $n = 2$, on a :

$$D(B, g, 2) = \frac{-(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)}{\sin^2 \psi} \quad \text{avec} \quad \left. \begin{array}{l} \theta_1 \neq \frac{\pi}{2}; \theta_2 \neq \frac{\pi}{2} \\ (\text{donc } \psi \neq 0) \end{array} \right\} (27)$$

Remarques :

a) Par souci de clarté et d'homogénéité de mon texte, je n'a-

dopte pas exactement les mêmes notations que Freedman (réf.24).

b) Je considère qu'on a une onde incidente plane et homogène, que $D(B,g,n)$ est indépendante de ω : dans l'intégrale du système d'équations (20), $D(B,g,n)$ est donc une constante (par rapport à la variable d'intégration ω) : elle ne modifie donc pas la forme de l'écho mais son amplitude.

c) si θ_1 (ou θ_2) est égal à 90 degrés, le côté correspondant du sommet est perpendiculaire à l'axe du faisceau incident et renvoie un écho de bord (paragraphes C-2-3-2 et C-2-4-3)

(1-5-2-3) Cas du sommet à côtés perpendiculaires

$$\text{On a alors : } \theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{2} \quad \left(\theta_1 \neq \frac{\pi}{2} \right)$$

L'équation 27 devient :

$$D(B,g,2) = \frac{-1}{(\sin^2 \psi) \cdot (\sin \theta_1) (\cos \theta_1)} \quad (28)$$

$$\left(\text{En effet, } \operatorname{tg} \theta_1 - \operatorname{tg} \theta_2 = \frac{\sin (\theta_1 - \theta_2)}{[\cos \theta_1][\cos \theta_2]} = \frac{1}{\cos \theta_2 \cdot \sin \theta_1} \right)$$

$$\theta_1 \text{ et } \theta_2 \neq \frac{\pi}{2}$$

Soit toujours \vec{x} la projection de l'axe Δ du faisceau acoustique incident, \vec{y} un axe perpendiculaire à \vec{x} et contenu dans le plan du défaut (supposé plan) : \vec{x} , \vec{y} et \vec{n} forment une base orthonormée.

On a quatre différentes possibilités suivant que \vec{CI} se trouve dans le 1er, 2ème, 3ème ou 4ème quadrant ; la figure 18 de la page suivante résume ces cas :

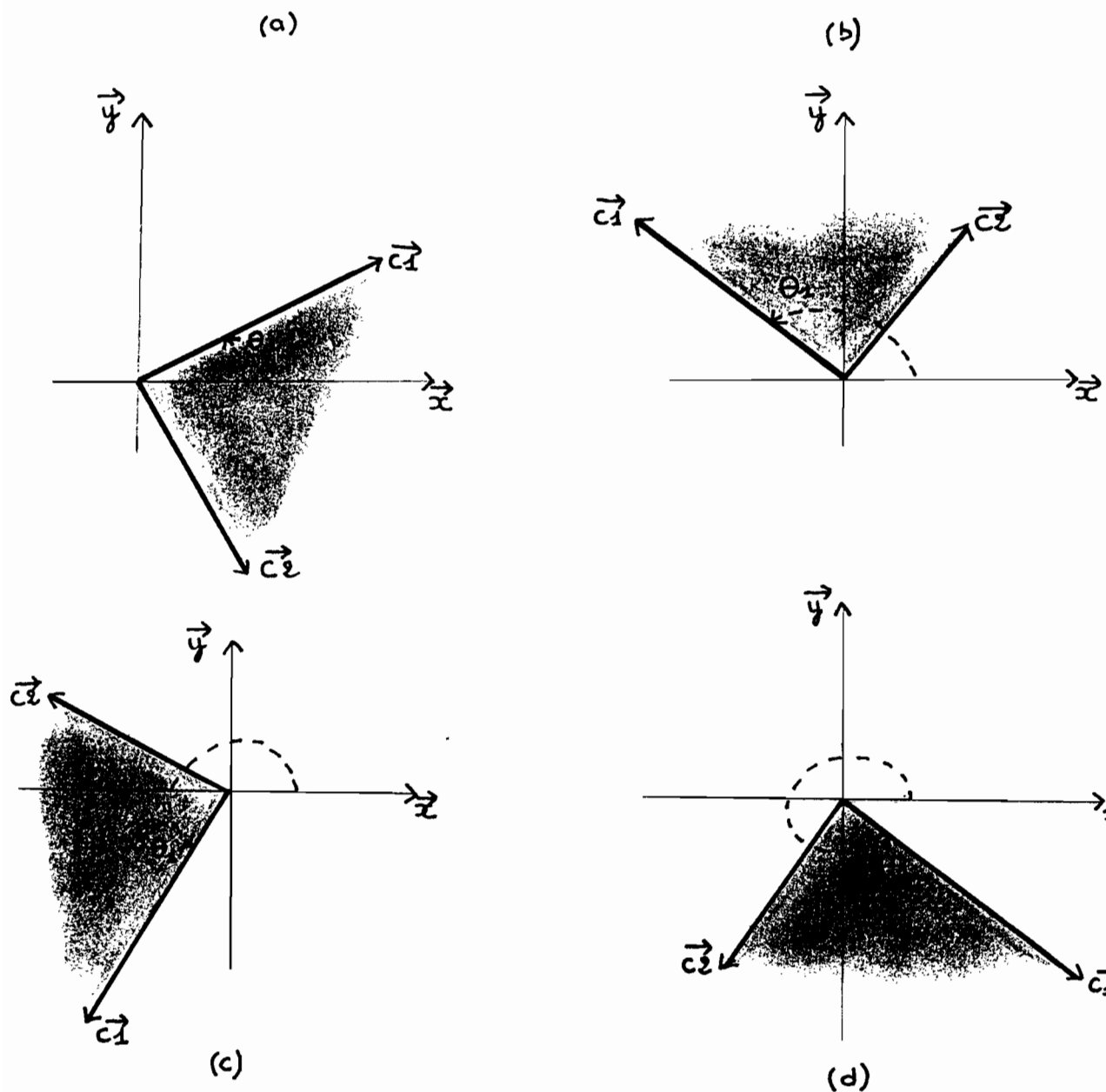


Figure 18 : sommet à côtés perpendiculaires.

On a (équation 28)
$$D(B,g,2) = \frac{-1}{\sin^2 \psi \sin \theta_1 \cos \theta_1} \quad (28)$$

Le signe de $D(B,g,2)$ dépend de l'angle θ_1 (pour un angle d'incidence ψ donné, la valeur de $D(B,g,2)$ ne dépend que de θ_1).

On peut écrire :

$$D(B,g,2) = \frac{\pm 1}{\sin^2 \psi |\sin \theta_1 \cos \theta_1|} \quad (29)$$

Le signe - correspond aux cas (a) et (c) et le signe + (de $D(B,g,2)$.) aux cas (b) et (d) de la figure 18.

Remarque :

Les cas (a) et (c) ($D(B,g,2)$ de signe négatif) correspondent aux sommets proche A et lointain D du défaut plan rectangulaire du paragraphe C-2-3, les cas (b) et (d) aux sommets intermédiaires B et C .

C-2-5-2-4) Sommet axial et sommet non axial

Comme on le voit (figure 18 et commentaire suivant), le signe + ou - de $D(B,g,2)$ est lié au fait que les deux côtés du sommet se trouvent du même côté de la projection \vec{x} , dans le plan du défaut, de l'axe Δ du faisceau incident (signe +) ou de part et d'autre de cet axe \vec{x} (signe -). Ou ce qui revient au même : le signe + correspond au cas où les deux côtés du sommet sont du même côté du plan (P) perpendiculaire au plan du défaut et contenant l'axe du faisceau incident, le signe - au cas où ils (les côtés) sont de part et d'autre de (P).
D'où ces définitions :

a) Un SOMMET AXIAL est un sommet dont les côtés sont de part et d'autre du plan perpendiculaire au plan du défaut et contenant l'axe du faisceau incident (exemples : sommets A et D du rectangle du paragraphe C-2-3 et cas (a) et (c) de la figure 18.)

b) Un SOMMET NON AXIAL a ses deux côtés du même côté du plan perpendiculaire au plan du défaut et contenant l'axe du faisceau incident (exemples : les sommets B et C du rectangle utilisé au paragraphe C-2-3 et les cas (b) et (d) de la figure 18).

Ces nouvelles définitions sont nécessaires. Voici pourquoi :
Les notions de "sommet proche" et "sommet lointain" ne sont pas un critère de discrimination de la polarité des échos de sommet : en effet, on vient de voir que les sommets A (sommet proche) et D (sommet lointain) ont la même polarité. L'important, c'est la position des côtés du sommet par rapport au plan contenant

l'axe du faisceau incident et normal au plan du défaut.

(Comme on le verra plus loin dans la partie consacrée à l'étude du profil réflecteur et comme il apparaît implicitement dans le paragraphe C-2-3-2 (pages 40 à 43, équation (24) page 42), les notions de "bord proche" et "bord lointain" suffisent comme critère de discrimination de la polarité de l'écho de bord.)

En résumé :

D'après, d'une part l'équation (28) et la remarque qui la suit et d'autre part l'équation (22), on a les propriétés suivantes :

a) UN SOMMET AXIAL renvoie un écho de même forme que la primitive $P\psi_1(t)$ par rapport au temps de l'impulsion électrique $\psi_1(t)$ appliquée au traducteur émetteur mais de polarité opposée (à celle de $P\psi_1(t)$).

b) UN SOMMET NON AXIAL renvoie un écho de même forme que la primitive $P\psi_1(t)$ par rapport au temps de l'impulsion électrique $\psi_1(t)$ appliquée au traducteur émetteur et de même polarité (que celle de $P\psi_1(t)$).

C-2-5-2-5) Relations entre les dimensions d'un défaut et l'amplitude de son écho.

a) Echo de sommet

Reprenons les équations 22 :

$E(t) = L.(-Pv_1(t-t_1) + Pv_2(t-t_2) + Pv_3(t-t_3) - Pv_4(t-t_4))$
 $t_g = 2r_g/c$ ($g = 1, 2, 3$ ou 4) ; $Pv_i(t-t_g)$ est la primitive par rapport au temps de $v_i(t-t_g)$.

$-L.Pv_1(t-t_1)$, $+L.Pv_2(t-t_2)$, $+L.Pv_3(t-t_3)$ et $-L.Pv_4(t-t_4)$ sont les échos dus aux quatre sommets. La valeur de L est donnée au début de la page 39 .

$$L = \frac{c.P.H.\cos(\psi)}{8\pi r_m^2 \cos\alpha \cos\beta}$$

P et H sont des constantes piézoélectriques, c est la vitesse de propagation des ultrasons dans le milieu contenant le défaut, r_m est la distance moyenne entre le traducteur et la cible, α et β sont les angles que font les côtés du rectangle avec l'axe du faisceau incident, ψ est l'angle d'incidence.

On voit ainsi que :

L'AMPLITUDE DE L'ECHO RENVOYE PAR LES SOMMETS NE DEPEND PAS DES DIMENSIONS DU DEFAUT (cette amplitude dépend, entre autres choses, de l'orientation du défaut par rapport au traducteur émetteur (et ici récepteur)).

Le rectangle utilisé comme modèle a les côtés de dimensions $2a$ et $2b$.

Remarque :

Les positions des différents échos sont données par les instants t_1, t_2, t_3, t_4 : d'après l'équation (22), $t_g = 2r_g/c$
 On trouve les différentes valeurs de r_g à la page 38 ($g = 1, 2, 3$ ou 4) :

r_1 : distance de A (sommet du rectangle le plus proche du traducteur) à l'émetteur.

$$r_4 = r_1 + 2(a \cos\alpha + b \cos\beta); \quad r_3 = r_1 + 2b \cos\beta \text{ si } (\cos\alpha/\cos\beta) < \frac{b}{a}$$

$$\begin{aligned}
 r_3 &= r_1 + 2a \cos \alpha & \text{si } \cos \alpha / \cos \beta > b/a \\
 r_2 &= r_1 + 2a \cos \alpha & \text{si } \cos \alpha / \cos \beta < b/a \\
 r_2 &= r_1 + 2b \cos \beta & \text{si } \cos \alpha / \cos \beta > b/a .
 \end{aligned}$$

Si on connaît les angles α et β , on peut calculer les dimensions du défaut (ici $2a$ et $2b$) par la connaissance des instants t_1, t_2, t_3 et t_4 : il suffit de calculer les différences $t_g - t_1$ ($g = 2, 3, 4$). Si on ne connaît pas ces angles, une série d'essais pour différentes positions de l'émetteur peut permettre d'accéder aux dimensions du défaut.

Ces mesures sont (presque) indépendantes du bruit.

b) Echo de bord

D'après l'équation (24), l'écho renvoyé par les deux bords du défaut perpendiculaires à l'axe du faisceau incident est :

$$E(t) = S_y \cdot (-v_2(t-t_1) + v_1(t-t_2))$$

$$S_y = \frac{P. H. \omega t(\omega) \cdot 2a}{4\pi r_m^2}$$

On voit ainsi que l'AMPLITUDE DE L'ECHO DE BORD EST PROPORTIONNELLE A LA DIMENSION DE CE BORD, TOUTES CHOSES EGALES PAR AILLEURS. Ici le bord concerné est de dimension $2a$ (Il s'agit en fait de la dimension de la partie diffractante du bord : partie insonifiée par le faisceau incident).

c) Echo renvoyé par un petit défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau incident.

D'après l'équation (26), l'écho renvoyé par un tel défaut est :

$$E(t) = -Q_3 v_1' \left(t - 2 \frac{r_1}{c} \right)$$

$$Q_3 = \frac{P. H. S_{rect}}{2\pi c r_m^2} ; S_{rect} \text{ est la surface du rectangle.}$$

Donc l'AMPLITUDE DE L'ECHO D'UN PETIT DEFAUT PLAN PERPENDICULAIRE A L'AXE DU FAISCEAU INCIDENT EST PROPORTIONNELLE A LA SURFACE DE CE DEFAUT, TOUTES CHOSES EGALES PAR AILLEURS.

Remarque :

L'équation (26) a été établie dans le cas d'un petit défaut plan rectangulaire. Mais on trouve la même forme d'équation pour n'importe quel petit défaut plan perpendiculaire à l'axe du

faisceau incident (référence 46).

C-2-6) Schématisation

Je résume ici sur une figure l'ensemble des ondes réfléchies et diffractées par le défaut plan rectangulaire de dimensions $2a$ sur $2b$:

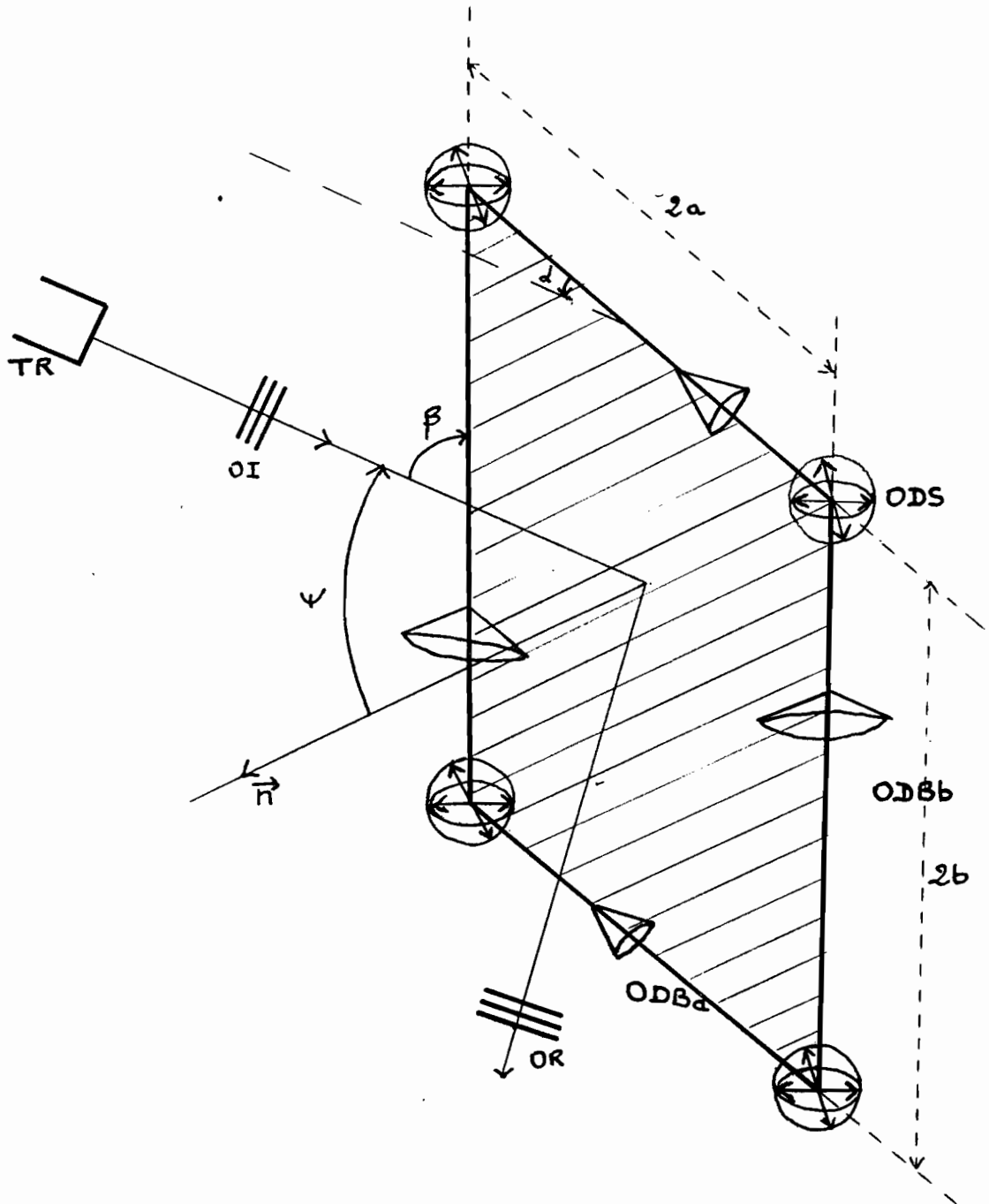


Figure 19 : Schématisation des ondes renvoyées par le défaut plan rectangulaire (onde incidente plane et homogène)

Signification des différents symboles utilisés sur la figure précédente :

TR : traducteur émetteur récepteur

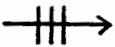
2a et 2b sont les dimensions du rectangle

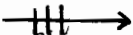
\vec{n} : normale à la surface du défaut

ψ : angle d'incidence

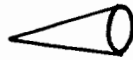
α : angle entre le côté de dimension 2a et l'axe Δ du faisceau incident.

β : angle entre le côté de dimension 2b et l'axe Δ du faisceau incident

OI : onde incidente (plane) : 

OR : onde réfléchie (plane) obéissant aux lois de la réflexion: 

ODBa : ondes diffractées par les bords de dimension 2a : ces ondes sont cylindriques quand l'axe du faisceau incident est perpendiculaire à ces côtés (de dimension 2a), coniques dans le cas contraire :



ODBb : ondes diffractées par les bords de dimension 2b : ces ondes sont cylindriques quand l'axe du faisceau incident est perpendiculaire à ces côtés (de dimension 2b), coniques dans le cas contraire :



ODS : ondes diffractées par les sommets (ondes sphériques) :



La figure 19 fait comprendre que suivant l'orientation du traducteur (à la fois émetteur et récepteur) par rapport au défaut, l'onde totale reçue va se composer de chacune des ondes précédemment évoquées dans des proportions diverses (onde réfléchie, plane comme l'onde incidente, onde diffractée par les bords (bord de dimension 2a ou bord de dimension 2b), onde diffractée par les sommets).

Il apparaît ainsi que :

a) plus on se rapproche de la position $\psi = 0$ ($\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\beta = \frac{\pi}{2}$) plus il y a prépondérance, dans la composition de l'onde reçue, de l'onde réfléchie OR ;

b) Plus on se rapproche de la position $\beta = \frac{\pi}{2}$ et $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ ($\psi \neq 0$) plus l'importance des ondes diffractées par les bords de dimension $2b$ est grande ;

c) Plus on tend vers la position telle que $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\beta \neq \frac{\pi}{2}$ ($\psi \neq 0$), plus l'importance des ondes diffractées par les bords de dimension $2a$ est grande ;

d) Plus les écarts entre $\frac{\pi}{2}$ et chacun des angles α et β seront grands en valeur absolue, plus l'importance des ondes diffractées par les sommets sera grande (on doit avoir simultanément $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ et $\beta \neq \frac{\pi}{2}$).

Remarques :

1) Dans les cas a), b), c) et d) ci-dessus, il s'agit toujours de l'importance d'un type d'onde par rapport aux autres dans la composition de l'onde totale reçue par le récepteur.

2) Un travail ultérieur pourrait être consacré à une étude approfondie des proportions dans lesquelles interviennent ces différentes ondes dans la composition de l'onde totale reçue par le traducteur en fonction de la position et de l'orientation de celui-ci.

C-2-7) Conclusion

Tout ce paragraphe C-2 montre clairement que, dans le cas d'un DEFECT PLAN, la diffraction de l'onde incidente est due soit aux bords, soit aux sommets : l'importance relative de ces ondes dépend, toutes choses égales par ailleurs, de l'orientation du défaut par rapport au traducteur (ici à la fois émetteur et récepteur).

On voit ainsi que le phénomène de surintensité de l'écho, constaté expérimentalement par De Vadder et al (réf. 8 et 9), ne doit pas, en toute rigueur, être exclusivement attribué aux bords de défaut : dans le cas de défauts plans, on devrait plutôt parler de PHENOMENE DE SURINTENSITE DE BORD OU DE SOMMET.

Je rappelle, pour terminer, que j'ai supposé qu'on avait une onde plane et homogène, que l'amplitude de l'onde incidente était la même pour tous les points du défaut : cela m'a permis de considérer la quantité $D(B, g, n, \omega)$ (ou $D(W, g, n, \omega)$) comme indépendante de ω (par exemple dans le système d'équations (21)).

Si, pour être plus près de la réalité, on tient compte de la variation de $D(B, g, n, \omega)$ en fonction de ω , il est évident que les relations entre les différents échos et l'impulsion électrique (ici $\mathcal{V}_1(t)$) appliquée à l'émetteur seront modifiées : ainsi, pour ne citer que cet exemple, l'écho de sommet n'aura plus nécessairement la même forme que la primitive de l'impulsion ($\mathcal{V}_1(t)$). Mais il est important de noter ceci : la prise en compte de l'influence de ω sur $D(B, g, n, \omega)$ a pour conséquence une modification de la forme des impulsions renvoyées mais ne change évidemment pas leur source : pour un angle d'incidence suffisamment grand (au-delà de 10 degrés), un défaut plan dont aucun bord n'est perpendiculaire à l'axe du faisceau incident renverra des échos qui prennent leur source à ses sommets (la même remarque est valable pour les échos de bord). Donc :

LE PHENOMENE DE SURINTENSITE DE BORD OU DE SOMMET (précédemment évoqué) A LIEU MEME SI L'ONDE INCIDENTE N'EST PAS PLANE ET HOMOGENE.

Remarque :

Par la suite, TOUS LES DEFAUTS UTILISES DANS CETTE ETUDE SONT SUPPOSES AVOIR UN AU MOINS DE LEURS BORDS PERPENDICULAIRES A L'AXE DU FAISCEAU INCIDENT (notamment dans la partie consacrée à la théorie du profil réflecteur et dans celle relative à la méthode de discrimination et aux résultats expérimentaux).

C-3) Théorie du profil réflecteur : (réf. 17, 18)

C-3-1) Introduction

Bien que la théorie du PROFIL REFLECTEUR, qui fait l'objet du présent paragraphe, soit applicable quels que soient la forme et le type de défaut, on se limite ici aux obstacles plans : ces derniers sont en effet les plus à craindre car des concentrations de contraintes se produisent au voisinage de leur péripnérie sous l'effet de sollicitations de la pièce (réf. 5). Ceci peut entraîner sa destruction soit immédiatement, soit à plus long terme par fatigue.

C-3-2) Le profil réflecteur : (réf. 17)

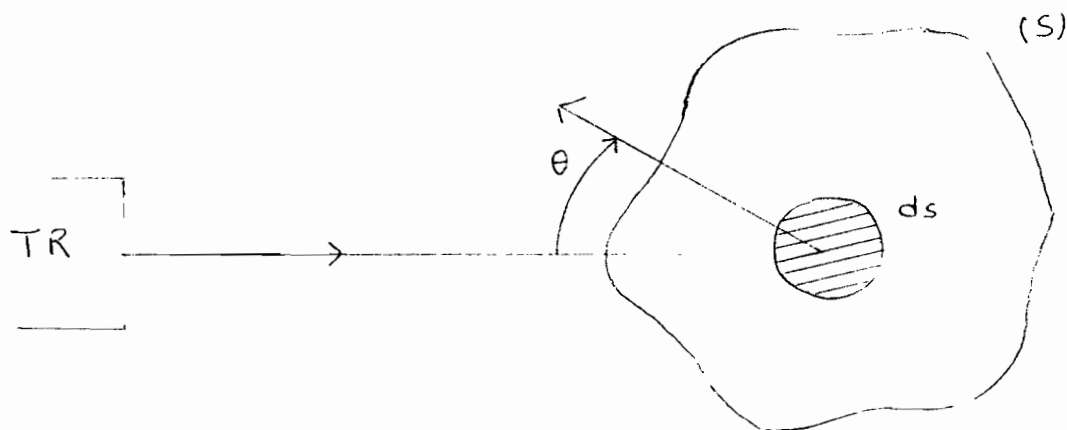


Figure 20: Principe général.

On travaille en émission-réception d'impulsions ultrasonores : l'onde, après réflexion sur l'obstacle inconnu, est captée par le traducteur. Le traitement de l'écho ainsi recueilli donne des renseignements sur la forme et sur les dimensions du défaut.

Soit $s_i(t)$ le signal électrique d'émission (fonction du temps t) et $S_i(\omega)$ sa transformée de Fourier.

Soit $s_r(t)$ le signal de réception et $S_r(\omega)$ sa transformée de Fourier.

(Les lettres minuscules désignant les signaux temporels et les majuscules leur transformée de Fourier (TF)) :

La théorie du PROFIL REFLECTEUR permet de calculer $S_r(\omega)$ à partir de $S_i(\omega)$, le rapport de ces deux grandeurs étant fonction entre autres, de la forme, des dimensions, de la rugosité et de l'orientation de la cible.

Dans le cas où l'obstacle est un PLAN (INFINI) PERPENDICULAIRE au faisceau d'ultrasons, on peut admettre qu'il ne modifie pas la forme du signal : tout se passe comme si l'impulsion était directement transmise entre deux traducteurs rigoureusement identiques placés face à face.

(On suppose ici qu'on a une onde plane infinie, ce qui revient à négliger la divergence du faisceau.)

Dans ces conditions n'intervient que la fonction de transfert du traducteur $T(\omega)$:

$$S_r(\omega) = T(\omega) \cdot S_i(\omega) \quad (30)$$

Maintenant, si la réflexion se fait sur un obstacle de forme et d'orientation quelconques, on doit tenir compte d'un autre facteur, $H_d(\omega)$, qui traduit la contribution de l'obstacle à la déformation du signal :

l'équation (30) ci-dessus devient :

$$S_r(\omega) = T(\omega) \cdot H_d(\omega) \cdot S_i(\omega) \quad (31)$$

$H_d(\omega)$ est la FONCTION DE TRANSFERT DE L'OBSTACLE considéré : elle permet de calculer son PROFIL REFLECTEUR :

On fait les hypothèses suivantes :

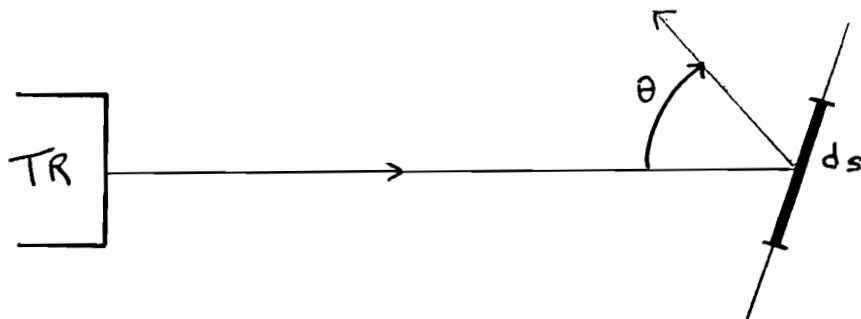


Figure 21

- L'onde ultrasonore réfléchiée par l'obstacle dans une direction est la somme des ondes élémentaires réfléchies par chaque élément de surface ds de l'obstacle.

- Les ondes incidente et réfléchiée sont PLANES ET HOMOGENES dans la zone intéressée par les calculs.

En utilisant le principe de HUYGENS, on montre alors que l'amplitude de chaque onde élémentaire est proportionnelle à :

$$(ds \cdot \omega \cdot \cos(\theta)) / (r \cdot c) \quad \text{avec :}$$

- θ l'angle que fait la normale à l'élément de surface ds avec l'axe du faisceau incident

- c vitesse des ultrasons dans le milieu considéré

- r distance entre le traducteur et l'élément de surface ds

Soit ds' la projection de ds dans un plan perpendiculaire à l'axe du faisceau incident :

$$ds' = ds \cdot \cos(\theta)$$

Soit le système d'axes d'origine O indiqué sur la figure 22 (O est un point de l'obstacle : théoriquement ce peut être un point quelconque. Pour simplifier les calculs, on prend le point le plus proche du traducteur ou un point de symétrie).

Soit XO la distance entre le traducteur et l'origine O des axes.

La projection ds' de ds dans un plan perpendiculaire à l'axe des X (voir figure 22) est fonction de x (x étant l'abscisse de ds' comptée sur l'axe X) : on pose :

$$ds' = ds \cdot \cos(\theta) = R(x) \cdot dx$$

$R(x)$ est par définition LE PROFIL REFLECTEUR DE L'OBSTACLE :

c'est la dérivée de ds' par rapport à x : $R(x) = ds' / dx$.

si $i(t)$ étant le signal incident, avec les hypothèses précédemment émises, le signal $s_r(t)$ au niveau de l'obstacle est :

$$s_r(t) = \frac{\omega}{XO \cdot c} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x) \cdot i\left(t - \frac{2x}{c}\right) R(x) dx \quad (32)$$

$Q(x)$ est le coefficient de réflexion pour l'élément de surface ds . En toute rigueur, Q est fonction de x , mais pour simplifier les calculs, on le suppose constant.

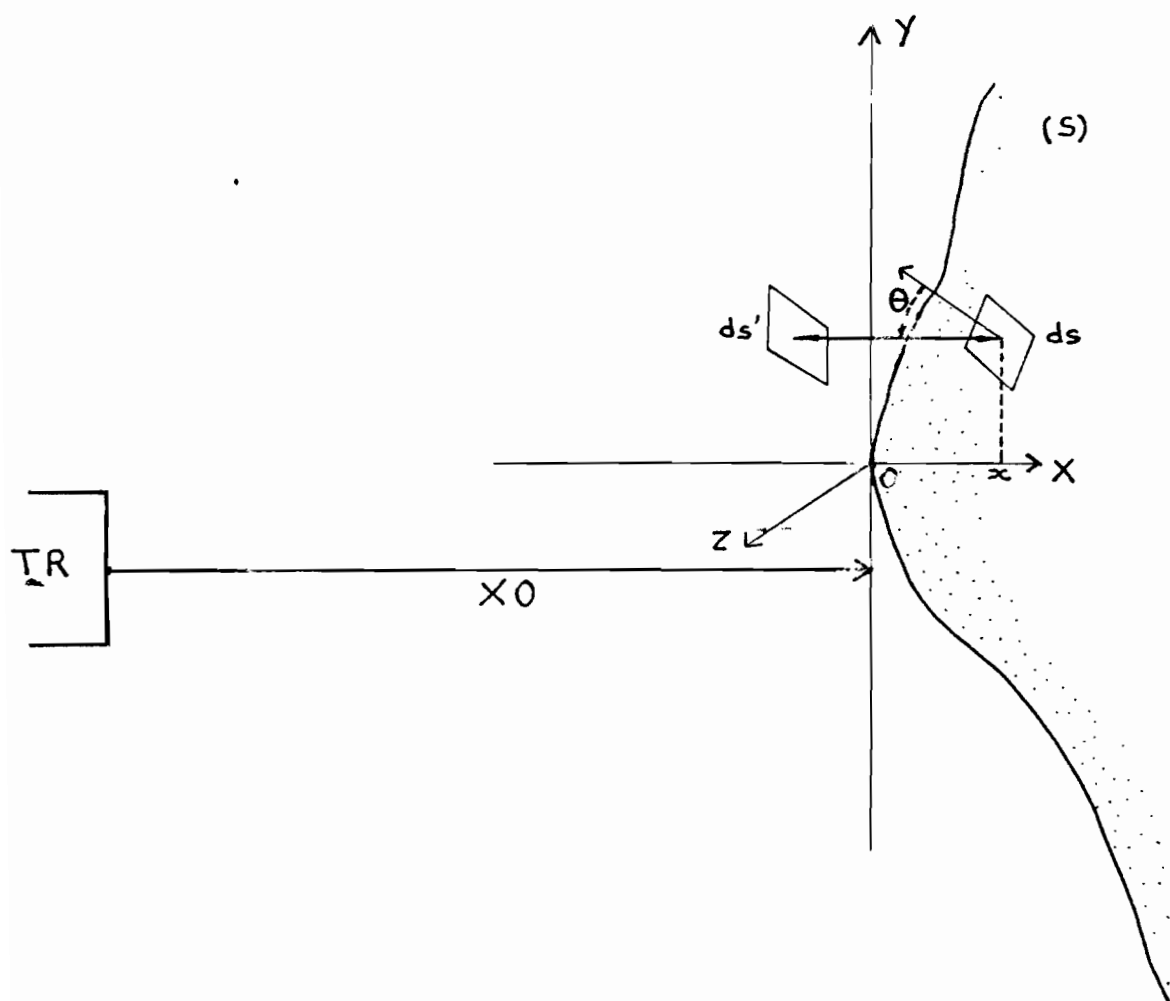


Figure 22: Profil réflecteur.

L'équation (32) devient :

$$sr(t) = \frac{Q \cdot \omega}{X_0 \cdot c} \int_{-\infty}^{+\infty} s_i \left(t - \frac{2x}{c} \right) R(x) dx \quad (33)$$

Si on pose $2 \cdot x/c = t'$, $x = c \cdot t'/2$ L'équation (33) devient :

$$sr(t) = \frac{Q \cdot \omega}{X_0 \cdot c} \int_{-\infty}^{+\infty} s_i(t - t') R(c \cdot t'/2) \cdot (c/2) dt' \quad (34)$$

Si on prend $g(t') = (c/2) \cdot R(c \cdot t'/2)$ on a :

$$sr(t) = \frac{Q \cdot \omega}{X_0 \cdot c} \int_{-\infty}^{+\infty} s_i(t - t') \cdot g(t') dt'$$

Au coefficient multiplicateur $(Q \cdot \omega) / (X_0 \cdot c)$ près, $sr(t)$ est le produit de convolution entre $s_i(t)$ (signal incident) et $g(t)$ (profil réflecteur exprimé en fonction du temps) :

$$sr(t) = ((Q \cdot \omega) / (X_0 \cdot c)) \cdot s_i(t) * g(t) \quad (35)$$

(* indiquant, comme on sait, la convolution)

Si on indique, comme précédemment, les transformées de Fourier par des lettres majuscules, l'équation 35 devient :

$$Sr(\omega) = ((Q \cdot \omega) / (X_0 \cdot c)) \cdot Si(\omega) \cdot G(\omega) \quad (36)$$

$((Q \cdot \omega) / (X_0 \cdot c)) \cdot G(\omega)$ représente la fonction de transfert de l'obstacle (grandeur traduisant la contribution de l'obstacle à la modification du spectre de l'onde incidente). La fonction de transfert de l'obstacle est égale au produit de la transformée de Fourier du profil réflecteur par ω (exactement par $Q \cdot \omega / (X_0 \cdot c)$, X_0 et c étant des constantes), ce qui donne dans le domaine temporel (à $Q / (X_0 \cdot c)$ près) :

LA TRANSFORMÉE DE FOURIER INVERSE DE LA FONCTION DE TRANSFERT D'UN OBSTACLE EST ÉGALE À LA DÉRIVÉE (par rapport au temps) DE SON PROFIL RÉFLECTEUR.

(La multiplication par ω dans le domaine fréquentiel correspondant à une dérivation dans le domaine temporel).

C-3-3) Cas particuliers

C-3-3-1) Equation générale

En reprenant les notations de la figure 22, on montre que l'onde réfléchie est donnée par : (réf. 18)

$$S_r(\omega) = \frac{i \cdot Q \cdot \omega \cdot S_i(\omega) \exp(-i(\frac{\omega}{c}) x_0)}{2\pi x_0 \cdot c} \cdot \iint_{S'} \exp\left(\frac{-2i\omega}{c} x\right) ds' \quad (37)$$

Avec S' projection, dans un plan perpendiculaire à l'axe du faisceau incident, de la surface réfléchissante S .

(En posant $(2 \cdot x)/c = t$, $ds' = R(x) dx = g(t) \cdot dt$,
 $(c/2) \cdot R(c \cdot t/2) dt = g(t) \cdot dt$).

- Q coefficient de réflexion (supposé constant).

- x_0 est la distance traducteur-obstacle (distance moyenne)

- c est la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu considéré.

C-3-3-2) Petit défaut plan perpendiculaire au faisceau

incident :

D'après (37) :

$$S_r(\omega) = \frac{i \cdot Q \cdot \omega \cdot S_i(\omega) \exp\left(\frac{-i\omega x_0}{c}\right)}{2\pi x_0 \cdot c} \iint_{S'} \exp\left(\frac{-2i\omega x}{c}\right) ds'$$

$(ds' = R(x) dx)$

Dans le cas d'un petit défaut plan perpendiculaire au faisceau incident, tous les éléments de surface ds (ici $ds' = ds$) se trouvent à la même abscisse (supposée nulle). On a alors :

$$S_r(\omega) = \frac{i \cdot Q \cdot \omega \cdot S_i(\omega) \exp\left(\frac{-i\omega x_0}{c}\right)}{2\pi x_0 \cdot c} \iint_S ds$$

(S = surface de l'obstacle supposé plan).

d'où :

$$S_r(\omega) = \frac{i \cdot Q \cdot \omega \cdot S_i(\omega) \exp\left(-\frac{i \cdot \omega \cdot x_0}{c}\right)}{2\pi \cdot x_0 \cdot c} \cdot S$$

avec $A = \frac{(Q \cdot S)}{2\pi \cdot x_0 \cdot c}$: $S_r(\omega) = i \cdot A \cdot \omega \cdot S_i(\omega) \exp\left(-\frac{i \cdot \omega \cdot x_0}{c}\right)$ (38)

Dans le domaine temporel et en posant : $t_0 = \frac{x_0}{c}$ et $si'(t) = \frac{ds_i(t)}{dt}$

on a : $sr(t) = A \cdot si'(t - t_0)$ (39)

d'où : UN PETIT DÉFAUT PLAN PERPENDICULAIRE AU FAISCEAU DÉRIVE
L'IMPULSION INCIDENTE

(Le déphasage traduisant simplement le décalage entre défaut et traducteur).

REMARQUE :

$A = (QS)/(2\pi \cdot x_0 \cdot c)$: le signe de $sr(t)$ dépend de Q , coefficient de réflexion. Dans le cas d'un obstacle immergé dans l'eau, Q est positif de façon générale (impédance acoustique de la cible supérieure à celle de l'eau).

C-3-3-3) Petit défaut plan rectangulaire

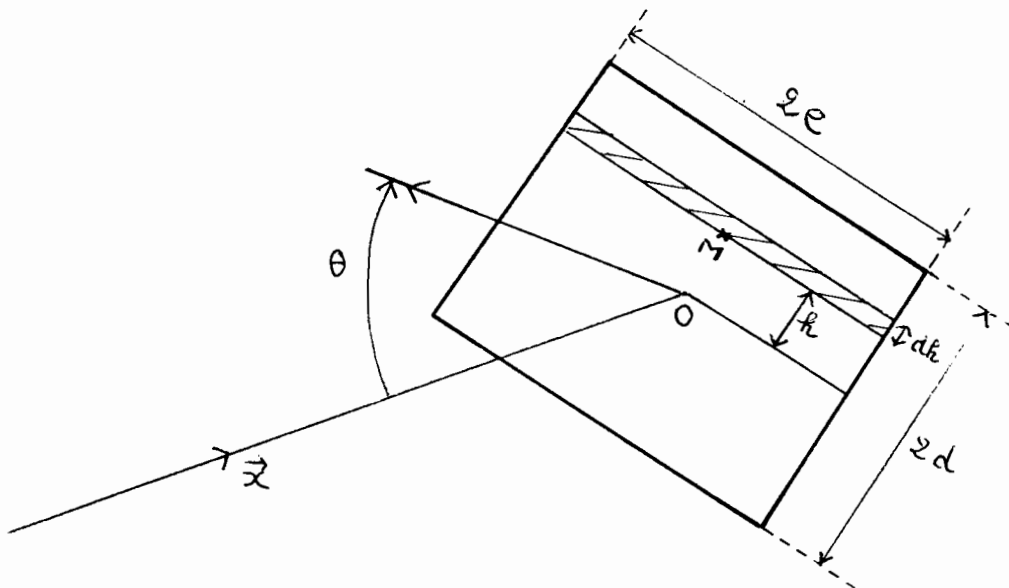


Figure 23

Soit un petit défaut plan rectangulaire (figure 23) :
d'après l'équation 37, on a :

$$S_r(\omega) = \frac{i \cdot Q \cdot \omega \cdot S_i(\omega) \exp\left(-\frac{i\omega}{c} x_0\right)}{2\pi \cdot x_0 \cdot c} \iint_{S'} \exp\left(-\frac{2i\omega x}{c}\right) ds'$$

(on suppose ici que les deux côtés parallèles de dimension $2e$ sont normaux à la direction de propagation de l'onde incidente).

CALCUL DE L'INTEGRALE :

L'élément de surface ds (hachurée sur la figure de la page précédente) est égale à $2.e.dh$

Soit x l'abscisse, comptée à partir de 0 sur l'axe $(0, X)$, de M :

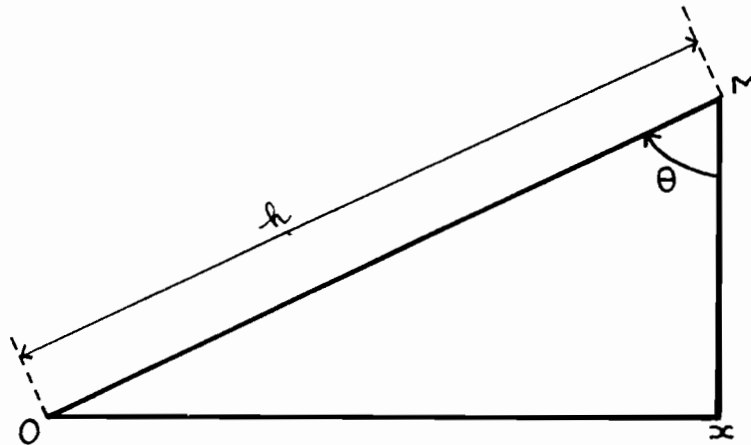


Figure 24

$x = h \cdot \sin(\theta)$: d'où $dh = dx / \sin(\theta)$.

(La surface étant plane, θ est une constante)

$ds = 2.e.dh = (2.e.dx) / (\sin(\theta))$.

La projection de ds dans un plan perpendiculaire à l'axe $(0, X)$ est : $ds' = ds \cdot \cos(\theta)$. Or par définition, $ds' = R(x) \cdot dx$,
($R(x)$ étant le profil réflecteur)

$$ds' = (2.e \cdot dx) \cdot \cos(\theta) / \sin(\theta) = R(x) \cdot dx$$

d'où : $R(x) = (2.e \cdot \cos(\theta)) / \sin(\theta)$.

Pour x compris entre $-d \cdot \sin(\theta)$ et $+d \cdot \sin(\theta)$, on a :

$$R(x) = (2.e \cdot \cos(\theta)) / \sin(\theta).$$

Et pour tout x en dehors de cet intervalle, $R(x) = 0$:

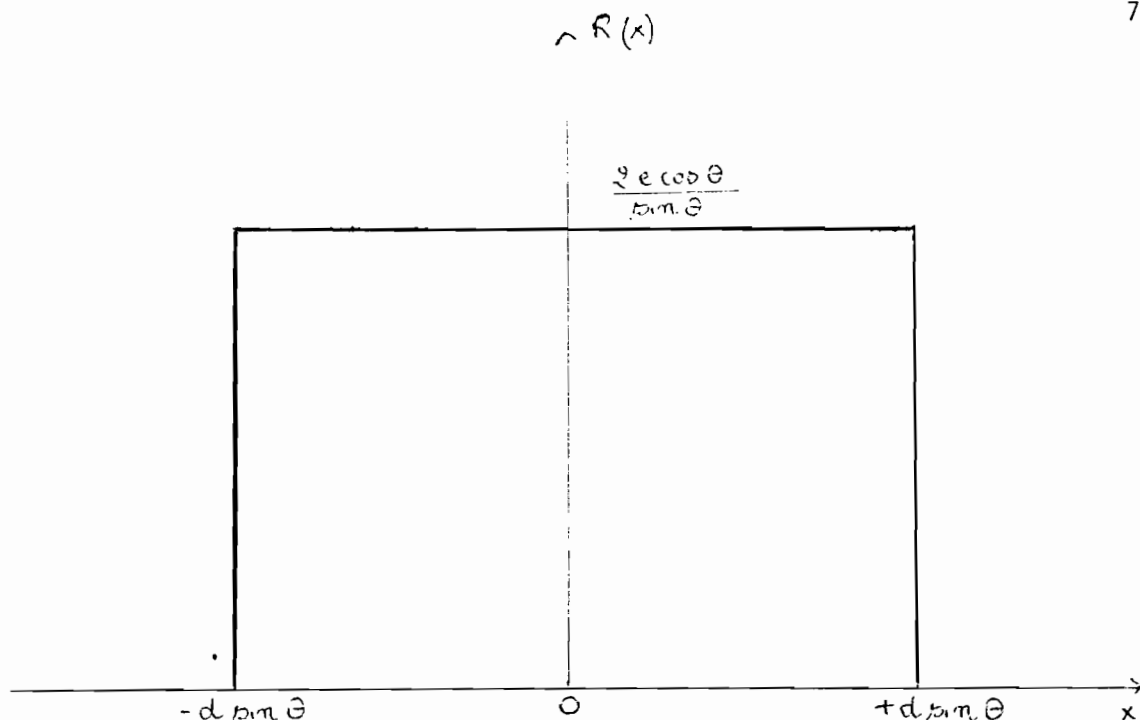


Figure 25: Profil réflecteur (espace).

Si donc on remplace ds' par $R(x)dx$, on a :

$$\begin{aligned}
 \iint_{S'} \exp\left(-\frac{2i\omega x}{c}\right) ds' &= \int_{-d \sin \theta}^{d \sin \theta} R(x) \exp\left(-\frac{2i\omega x}{c}\right) dx \\
 &= \int_{-d \sin \theta}^{d \sin \theta} \frac{2e \cos \theta}{\sin \theta} \exp\left(-\frac{2i\omega x}{c}\right) dx \\
 &= \frac{2e \cos \theta}{\sin \theta} \left[\frac{-c \exp\left(-\frac{2i\omega x}{c}\right)}{2i\omega} \right]_{-d \sin \theta}^{d \sin \theta} \\
 &= \frac{2e \cos \theta}{\sin \theta} \cdot i \cdot \frac{\sin\left(2 \frac{\omega}{c} d \sin \theta\right)}{i \frac{\omega}{c}} \\
 &= 4 \cdot e \cdot d \cdot \omega b(\theta) \cdot \frac{\sin\left(2 \frac{\omega}{c} d \sin \theta\right)}{\left(2 \frac{\omega}{c} d \sin \theta\right)} \quad (40)
 \end{aligned}$$

En reprenant l'équation (37) et en remplaçant l'intégrale par sa valeur calculée en (40), on trouve le spectre $S_r(\omega)$ de l'onde renvoyée en fonction de celui de l'onde incidente :

$$S_r(\omega) = \frac{Q(4ed)}{2\pi \cdot x_0 \cdot c} \cos(\theta) \exp\left(-i \frac{\omega}{c} x_0\right) \cdot i\omega \cdot \frac{\int_0^{2\pi} \left(\frac{\omega}{c} d \sin \theta\right)}{\left(\frac{2\omega}{c} d \sin \theta\right)} \cdot S_i(\omega)$$

- $4.e.d$ est la surface du rectangle de côtés $2.e$ et $2.d$ ($s = 4.e.d$).

- Q est le coefficient de réflexion :

Si on pose $\frac{Q.S}{2\pi \cdot x_0 \cdot c} = A$, on obtient :

$$S_r(\omega) = A \exp\left(\frac{-i\omega x_0}{c}\right) \cdot \cos(\theta) \cdot i\omega \cdot \frac{\int_0^{2\pi} \left(\frac{\omega}{c} d \sin \theta\right)}{\left(\frac{2\omega}{c} d \sin \theta\right)} \cdot S_i(\omega) \quad (41)$$

a) θ DIFFERENT DE 0 (DEFAUT INCLINE PAR RAPPORT A L'AXE DU FAISCEAU INCIDENT) :

Dans le domaine temporel, l'équation (41) devient :

- avec $s_r(t)$ transformée de Fourier inverse de $S_r(\omega)$

- $s_i(t)$; transformée de Fourier inverse de $S_i(\omega)$

$$s_r(t) = TF^{-1}(S_r(\omega)) \quad s_i(t) = TF^{-1}(S_i(\omega))$$

$$s_r(t) = \left(A \cdot \delta(t-t_0) \cdot \cos(\theta) \right) * TF^{-1}(F(\omega)) * s_i(t) \quad (42)$$

$$\text{avec } F(\omega) = i\omega \cdot \frac{\int_0^{2\pi} \left(\frac{\omega}{c} d \sin \theta\right)}{\left(\frac{2\omega}{c} d \sin \theta\right)}$$

$\frac{\sin\left(\frac{2\omega}{c} \cdot d \cdot \sin\theta\right)}{\left(\frac{2\omega}{c} \cdot d \cdot \sin\theta\right)}$ est une fonction sinus cardinal (sinc) :

sa transformée de Fourier inverse est la fonction rectangle. (Précédemment, on a trouvé ce résultat par un raisonnement; on vient de le retrouver ici par calcul).

Si on multiplie la fonction sinus cardinal (sinc) par $i\omega$, on dérive sa transformée de Fourier inverse (qui est encore une fois la fonction rectangle):

l'équation (42) devient :

$$S_r(t) = A \cdot \omega(\theta) \cdot \delta(t-t_0) * \text{si}(t) * \left[\frac{c}{4d \sin(\theta)} \cdot \frac{d \left(\text{rect} \left(\frac{t}{\frac{4d \sin(\theta)}{c}} \right) \right)}{dt} \right]$$

$$S_r(t) = \frac{A \cdot c \cdot \omega(\theta)}{4d \sin(\theta)} \cdot \text{si}(t-t_0) * \frac{d \text{rect} \left(\frac{ct}{4d \sin(\theta)} \right)}{dt} \quad (43)$$

Posons $t_1 = \frac{2d}{c} \sin(\theta)$,

$\text{rect} \left(\frac{t}{2t_1} \right)$ est une fonction rectangle de largeur $2t_1$.

(On passe de la variable d'espace à la variable temps en écrivant $x = \frac{ct}{2}$)

La figure 26 de la page suivante représente la fonction rectangle :

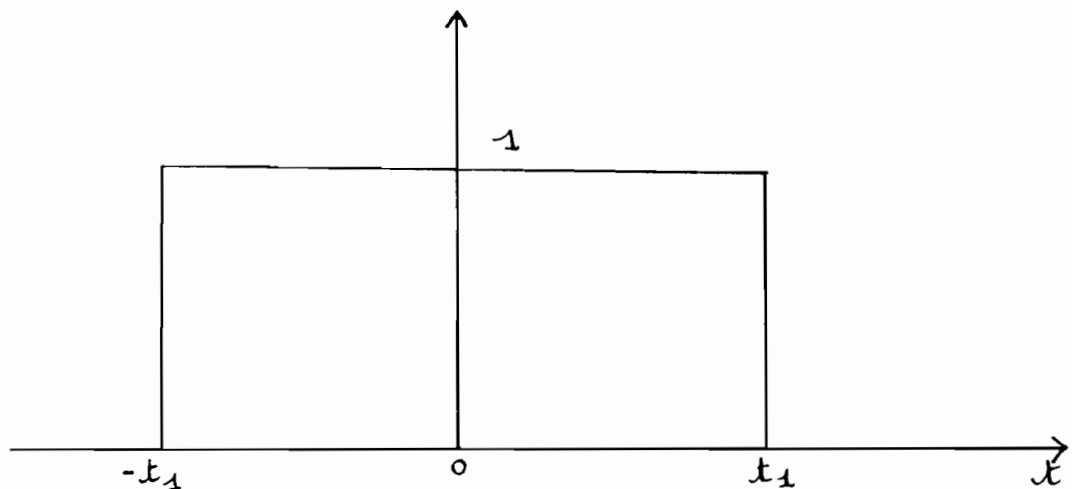


Figure 26

(On rappelle qu'on suppose l'onde plane et homogène).

Sa dérivation par rapport au temps donne donc deux impulsions de Dirac de signes opposés, positionnées en $-t_1$ et $+t_1$:

$$\frac{d}{dt} (\text{rect}(t/2t_1)) = \delta(t+t_1) - \delta(t-t_1)$$

L'équation (43) devient :

$$sr(t) = \frac{Ac \cos \theta}{4d \sin \theta} \cdot \text{si}(t-t_0) * (\delta(t+t_1) - \delta(t-t_1))$$

$$sr(t) = \frac{Ac \cos \theta}{4d \sin \theta} \cdot (\text{si}(t - (t_0 - t_1)) - \text{si}(t - (t_0 + t_1)))$$

$t_0 = X_0/c$ tient compte de la distance entre le traducteur et l'obstacle.

$t_1 = \frac{2d \sin \theta}{c}$ fait intervenir l'obstacle.

Soit $t_2 = t_0 - t_1$ et $t_3 = t_0 + t_1$

Si on place l'origine des temps en t_0 , $t_0 = 0$ et $t_2 = -t_1$ et $t_3 = t_1$

d'où $sr(t) = \frac{Ac \cos \theta}{4d \sin \theta} (\text{si}(t+t_1) - \text{si}(t-t_1))$; $A = \frac{QS}{2\pi X_0 c}$ } (44-c)

D'où le résultat suivant :

UN PETIT DEFAUT PLAN RECTANGULAIRE INCLINE PAR RAPPORT A L'AXE DU FAISCEAU INCIDENT RENVOIE DEUX ECHOS DE POLARITES OPPOSEES, DE MEME FORME QUE L'IMPULSION INCIDENTE.

L'écho renvoyé par le petit défaut plan rectangulaire incliné par rapport à l'axe du faisceau ultrasonore incident et dont deux côtés parallèles sont perpendiculaires à cet axe est donc formé de deux impulsions :

l'impulsion $\frac{A.c.\cos\theta}{4d.nm\theta} \text{ si}(t+t_1)$ est due au bord du défaut

le plus proche du traducteur (BORD PROCHE) et $\frac{-A.c.\cos\theta}{4d.nm\theta} \text{ si}(t-t_2)$

à son bord le plus éloigné du traducteur (BORD LOINTAIN).

On voit ainsi que :

BORD PROCHE ET BORD LOINTAIN RENVOIENT DES ECHOS DE POLARITES OPPOSEES, DE MEME FORME QUE L'ONDE IMPULSIONNELLE INCIDENTE.

Remarque : LE BORD PROCHE ET LE BORD LOINTAIN SONT LES DEUX COTES PARALLELES DU RECTANGLE QUI SONT PERPENDICULAIRES A LA DIRECTION DE PROPAGATION DE L'ONDE INCIDENTE (figure ci-dessous).

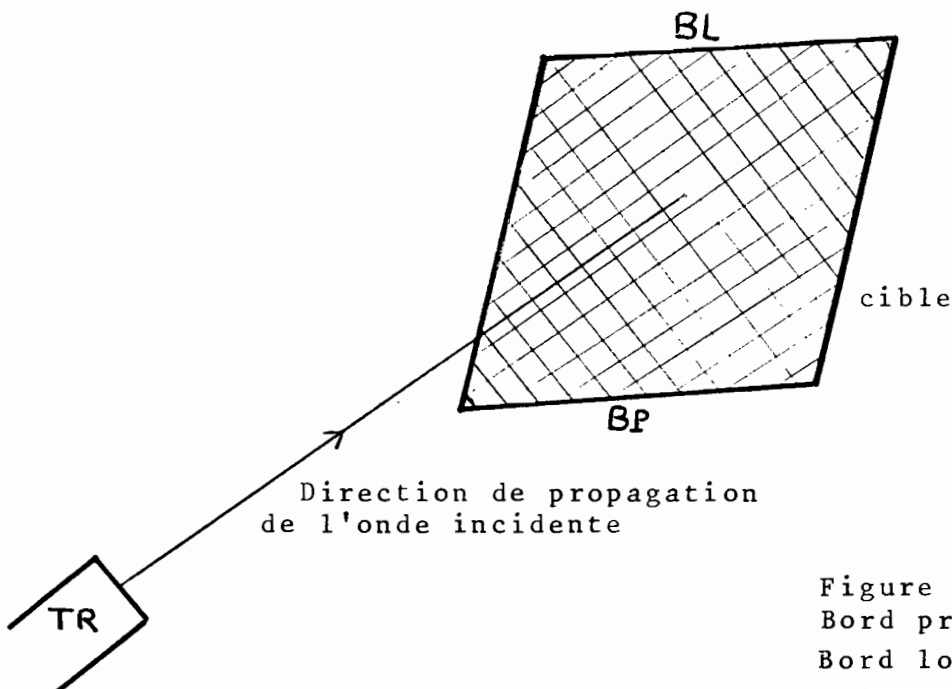


Figure 27:
Bord proche (BP)
Bord lointain (BL)

Je rappelle que tout ce qui précède est basé sur l'approximation de l'onde plane et homogène. De plus deux côtés parallèles du rectangle sont perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde incidente.

b) $\theta = 0$: PETIT DEFECT PLAN (rectangulaire) PERPENDICULAIRE AU FAISCEAU :

On reprend l'équation (41) :

$$S_r(\omega) = A \cdot \exp\left(-\frac{i\omega \cdot x_0}{c}\right) \cdot \omega b(\theta) \cdot i \cdot \omega \cdot \frac{\sin\left(\frac{2 \cdot d \cdot \sin(\theta) \cdot \omega}{c}\right)}{\left(\frac{2 \cdot d \cdot \sin(\theta)}{c} \cdot \omega\right)} \cdot S_i(\omega)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

donc :

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{2 \cdot d \cdot \sin(\theta) \cdot \omega}{c}\right)}{\left(\frac{2 \cdot d \cdot \sin(\theta)}{c} \cdot \omega\right)} = 1$$

Ainsi, pour θ tendant vers 0, on trouve :

$$S_r(\omega) = A \cdot \exp\left(-\frac{i\omega \cdot x_0}{c}\right) \cdot i \omega \cdot S_i(\omega)$$

Si on revient dans le domaine des temps :

$$s_r(t) = A \delta(t - t_0) * \frac{d}{dt} (s_i(t))$$

$$\boxed{s_r(t) = A \cdot s_i'(t - t_0)} \quad (44-b); \quad t_0 = \frac{x_0}{c} \quad \text{et} \quad s_i'(t) = \frac{ds_i(t)}{dt}$$

On retrouve ainsi le résultat obtenu dans le cas général :
UN PETIT DEFECT PLAN (ici de forme rectangulaire mais pouvant être de forme quelconque) PERPENDICULAIRE AU FAISCEAU DERIVE L'IMPULSION INCIDENTE.

C-3-3-4) BORD PROCHE ET BORD LOINTAIN

Avec toujours l'hypothèse de l'onde incidente plane et homogène (infinie), j'étends les résultats obtenus avec le petit défaut plan rectangulaire incliné au bord d'un grand défaut plan : défaut incliné dont un bord est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente.

(défaut type fissure) :

On a vu que la représentation spatiale du profil réflecteur d'un petit défaut plan rectangulaire dont deux côtés parallèles sont perpendiculaires à l'axe du faisceau ultrasonore incident, défaut incliné de θ par rapport à cet axe, est une fonction rectangle d'amplitude $\frac{2e \cos \theta}{\sin \theta}$ et de largeur $2d \sin \theta$.

Au lieu de placer l'origine des x à mi-distance des extrémités du rectangle (page 70), choisissons la comme début de la fonction porte :

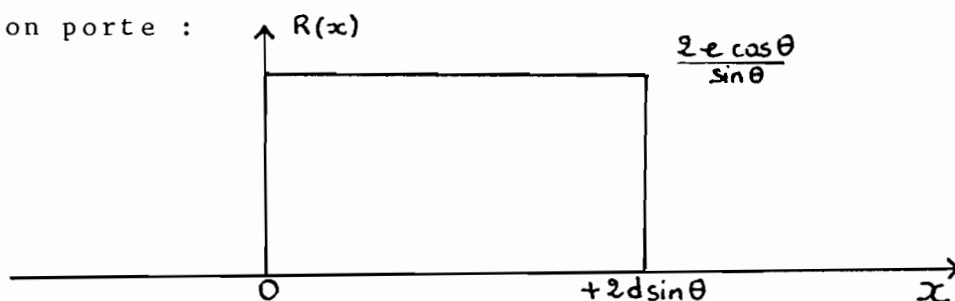


Figure 28

Si on fait tendre d (donc $2d$) vers l'infini (d très grand devant la plus grande des longueurs d'onde de l'impulsion incidente), l'angle d'incidence étant différent de 90 degrés, on obtient comme profil réflecteur une fonction de Heaviside (le côté de dimension $2d$ n'est pas perpendiculaire à l'axe du faisceau ultrasonore incident).

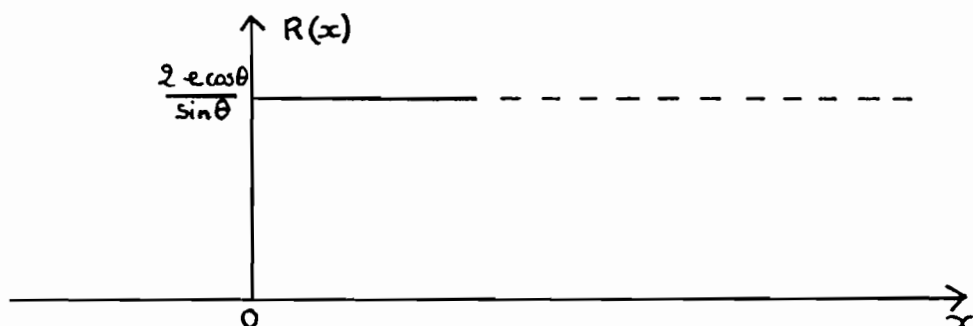


Figure 29

En théorie, si on fait tendre e (donc $2e$, dimension du côté normal à l'axe du faisceau incident) vers l'infini, l'échelon de Heaviside aura une amplitude infinie. En pratique, ce ne sera pas le cas car le diamètre du faisceau incident n'est pas infini. D'où les résultats suivants (les fonctions sont représentées dans le domaine temporel : on fait le changement de variable espace-temps en posant $x = c.t/2$, t indiquant la variable temps et x la variable espace. L'instant de début de l'émission est considéré comme origine des temps) :
(On suppose que les obstacles présentent des bords francs).

C-3-3-4-1) Bord proche

Soit un demi-plan incliné : son bord qui est le plus proche du traducteur est son BORD PROCHE :

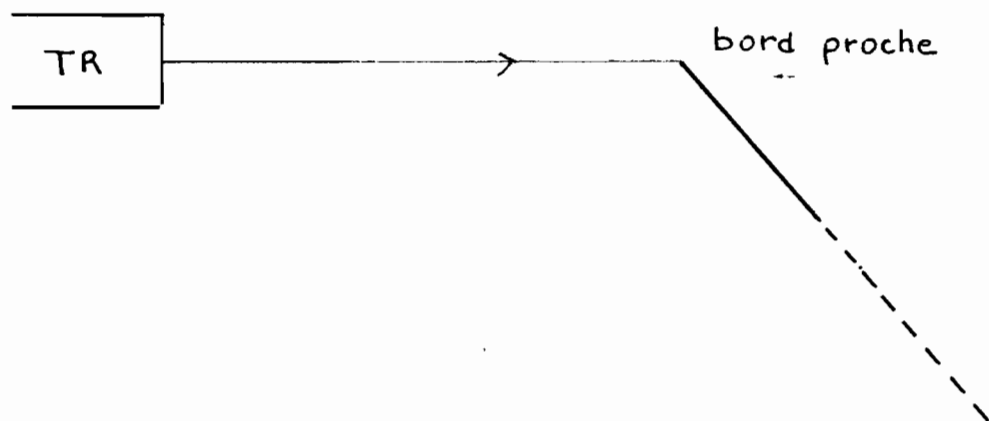


Figure 30

(dans les calculs présentés ici, on ne prétend pas à la rigueur mathématique).

Son profil réflecteur a la forme d'UN ECHELON DE HEAVISIDE positif (bord proche et coefficient de réflexion supposé positif) :

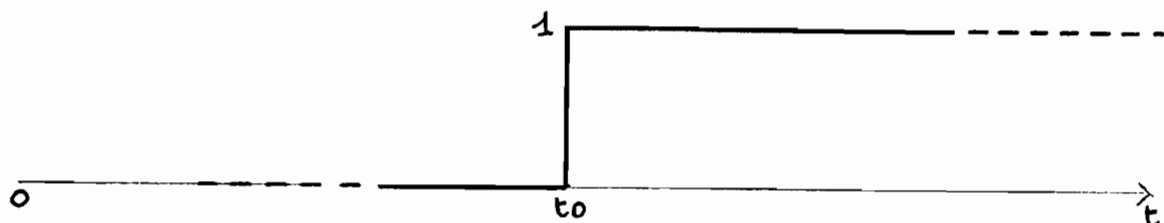


Figure 31

L'équation (37) peut s'écrire aussi sous la forme suivante :

$$S_r(\omega) = \frac{i\omega Q \cdot \exp\left(\frac{-i\omega x_0}{c}\right)}{2\pi x_0 \cdot c} \cdot TF(\text{profil réflecteur}) \cdot S_i(\omega).$$

En effet :

$$\int_{S'} \exp\left(\frac{-2i\omega x}{c}\right) ds' = \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) \exp\left(\frac{-2i\omega x}{c}\right) dx$$

est bien la transformée de Fourier (TF) du PROFIL REFLECTEUR.

Donc :

$$S_r(\omega) = \frac{Q \exp\left(\frac{-i\omega x_0}{c}\right)}{2\pi x_0 \cdot c} \left(i\omega TF(\text{profil réflecteur}) \right) S_i(\omega). \quad (45)$$

Dans le domaine temporel, l'équation (45) devient :

$$s_r(t) = \frac{Q}{2\pi x_0 \cdot c} \delta(t-t_0) * \frac{d}{dt} (\text{profil réflecteur}) * s_i(t) \quad (46)$$

$s_r(t)$ se met sous la forme :

$$s_r(t) = B \cdot \delta(t-t_0) * \delta(t) * s_i(t)$$

B est une constante faisant intervenir la cotangente (cot) de l'angle d'incidence θ : comme θ est compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, on a $\cot(\theta) > 0$ (CF supra page 73, équation 44-a, $S_r(t)$)

$$s_r(t) = B \cdot s_i(t-t_0) \quad (47)$$

LE BORD PROCHE RENVOIE UN ECHO DE MEME FORME QUE LE SIGNAL INCIDENT (ET DE MEME SIGNE SI $B > 0$, CE QUI EST LE CAS SI LE COEFFICIENT DE REFLEXION, Q , EST POSITIF (exemple de l'immersion dans l'eau)).

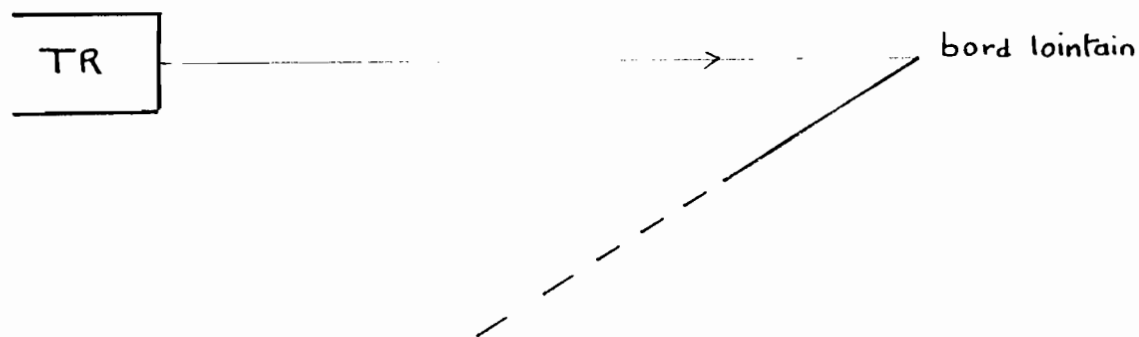
C-3-3-4-2) Le bord lointain

Figure 32

LE PROFIL REFLECTEUR a la forme suivante :

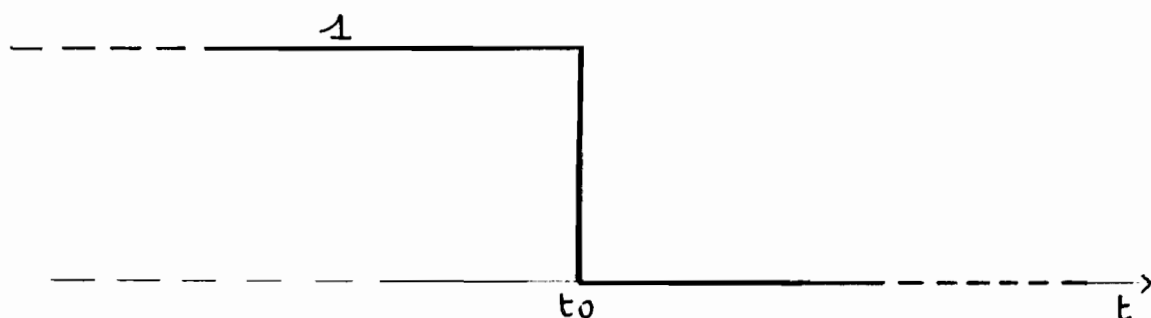


Figure 33

La dérivée (par rapport au temps) de ce profil est donc une impulsion de Dirac négative.

En reprenant l'équation (46), on a alors :

$$sr(t) = -B \delta(t-t_0) \quad (48)$$

LE BORD LOINTAIN RENVOIE UN ECHO DE MEME FORME QUE LE SIGNAL INCIDENT.

LE BORD PROCHE ET LE BORD LOINTAIN RENVOIENT DES ECHOS DE POLARITES OPPOSEES (on retrouve L'INVERSION DE POLARITE).

REMARQUE :

L'approximation du champ plan est valable tant que les dimensions transversales du réflecteur sont petites devant la dimension transversale du faisceau (pour la plus haute fréquence utilisée). Il faut aussi que dans l'étendue du réflecteur, la différence entre les surfaces équiphasées réelles (courbes) et le modèle (plan) soit négligeable devant la longueur d'onde. A l'évidence, ces conditions ne sont pas réalisées pour le demi-plan étendu jusqu'à l'infini. Or on trouve des résultats expérimentaux qui semblent confirmer cette théorie dont toutes les hypothèses ne sont pas réunies (voir plus loin). On propose l'explication suivante :

L'amplitude du champ ultrasonore décroît radialement de manière progressive. Lorsque l'on calcule la réflectivité du demi-plan dont le bord coupe l'axe du faisceau comme indiqué ci-dessous :

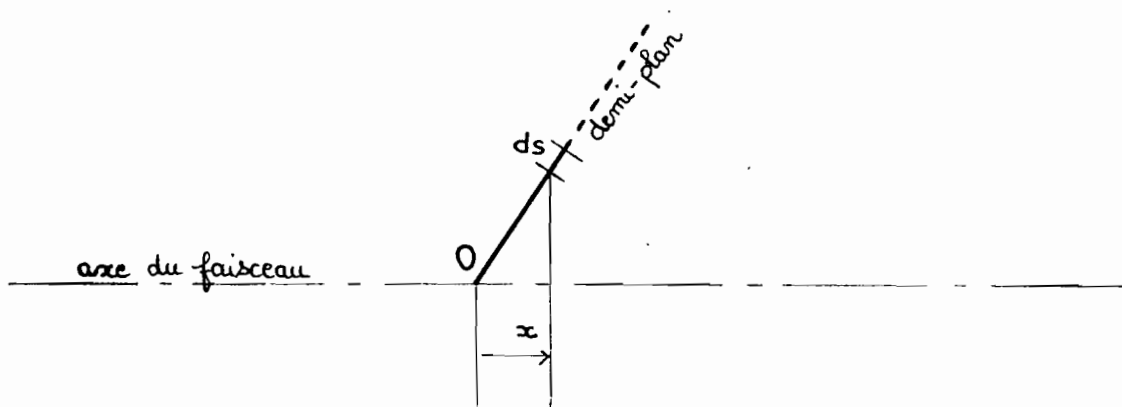


Figure 34

Un élément réflecteur, ds , correspond à la fois :

- a) à un retard $(2.x)/c$ par rapport au début de l'échelon de Heaviside.
- b) à une diminution de l'amplitude incidente.

(Dans les calculs précédents, on ne tient en fait compte que de la première condition - hypothèse d'onde plane -).

On propose donc un modèle de profil réflecteur qui serait de la forme suivante :



Figure 35

Ce profil réflecteur rend compte à la fois de la transition brusque lorsque l'onde aborde le bord du réflecteur et de la décroissance de l'amplitude corrélative à l'augmentation du retard.

Ce profil réflecteur, si la décroissance n'est pas brusque, donne en pratique des résultats très proches de ceux obtenus précédemment, tout en n'étant pas limité à l'approximation de l'onde plane.

C-3-4) Résumé des conclusions théoriques

On rappelle qu'il est supposé qu'un grand obstacle plan perpendiculaire au faisceau d'ultrasons renvoie un écho de même forme que le signal incident (hypothèse de l'onde plane). CET ECHO SERA L'ECHO DE REFERENCE.

On a obtenu les résultats théoriques suivants :

- 1) UN PETIT DEFAUT PLAN PERPENDICULAIRE AU FAISCEAU DERIVE L'IMPULSION INCIDENTE.
- 2) UN PETIT OBSTACLE PLAN RECTANGULAIRE INCLINE PAR RAPPORT A L'AXE DU FAISCEAU INCIDENT (2 COTES PARALLELES DU DEFAUT ETANT NORMAUX A CET AXE) RENVOIE 2 ECHOS DE MEME FORME MAIS DE SIGNES OPPOSES (inversion de polarité).
- 3) LE BORD PROCHE RENVOIE UN ECHO DE MEME FORME QUE LE SIGNAL INCIDENT.
- 4) LE BORD LOINTAIN RENVOIE UN ECHO DE MEME FORME QUE LE SIGNAL INCIDENT.
- 5) LES ECHOS DE BORD PROCHE ET DE BORD LOINTAIN SONT DE POLARITES OPPOSEES (inversion de polarité).
- 6) L'ECHO DE BORD PROCHE A LA MEME POLARITE QUE L'ECHO DE REFERENCE, ALORS QUE L'ECHO DE BORD LOINTAIN EST DE POLARITE OPPOSEE.

(Les deux échos ont la forme du signal incident : on s'intéresse à la variation des signaux en fonction du temps).

Par la suite, on utilisera ces résultats et les propriétés des FONCTIONS D'INTERCORRELATION pour la discrimination entre les défauts. CEUX-CI DOIVENT AVOIR UN AU MOINS DE LEURS COTES NORMAUX A L'AXE DU FAISCEAU INCIDENT.

N.B : Le lecteur familiarisé avec les fonctions d'intercorrélation pourra sauter les paragraphes C-4-1 et C-4-2.

C-4) Les fonctions d'intercorrélationC-4-i) RappelsC-4-i-i) Produit de convolution

Soit deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$ à valeurs réelles: le PRODUIT DE CONVOLUTION entre $x(t)$ et $y(t)$, noté $x(t) * y(t)$ est :

$$x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot y(t - \tau) \cdot d\tau \quad (49)$$

C-4-i-2) Fonction d'intercorrélation

a) Pour deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$ dont la puissance d'interaction est finie, LA FONCTION D'INTERCORRELATION, notée

$C_{xy}(t)$, est :

$$C_{xy}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(\tau) \bar{y}(\tau - t) d\tau \quad (50)$$

($\bar{y}(t)$ est la fonction conjuguée de $y(t)$).

Si les deux fonctions sont à valeurs réelles, on a :

$$C_{xy}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(\tau) y(\tau - t) d\tau \quad (51)$$

b) Pour deux signaux $x(t)$ et $y(t)$ dont l'énergie d'interaction est finie, LA FONCTION D'INTERCORRELATION EST :

$$C_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \bar{y}(\tau - t) d\tau \quad (52)$$

Si $x(t)$ et $y(t)$ sont à valeurs réelles (cas réel), on a :

$$C_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(\tau - t) d\tau \quad (53)$$

Par la suite, on considère uniquement des fonctions à valeurs réelles dont l'énergie d'interaction est finie (cas réel).

On a ainsi :

Pour le PRODUIT DE CONVOLUTION :

$$x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot y(t - \tau) d\tau$$

Et pour la FONCTION D'INTERCORRELATION :

$$C_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(\tau - t) d\tau$$

C-4-2) Quelques propriétés des fonctions d'intercorrélation

C-4-2-1) On peut définir la FONCTION D'INTERCORRELATION entre $x(t)$ et $y(t)$ à l'aide de leur PRODUIT DE CONVOLUTION :

$$C_{xy}(t) = x(t) * y(-t) \quad (54)$$

C-4-2-2) La FONCTION D'AUTOCORRELATION est paire :

$$C_{xx}(-t) = C_{xx}(t) \quad (55)$$

C-4-2-3) De façon plus générale :

$$C_{xy}(t) = C_{yx}(-t) \quad (56)$$

C-4-2-4) En posant :

$$h(t) = x(t) * y(t)$$

on a :

$$h'(t) = x'(t) * y(t) = x(t) * y'(t)$$

(57)

POUR DERIVER LE PRODUIT DE CONVOLUTION DE DEUX FONCTIONS, IL SUFFIT DE DERIVER L'UNE DE CES DEUX FONCTIONS.

$$C-4-2-5) \quad C_{xy'}(t) = -C_{x'y}(t) \quad (58)$$

$$C-4-2-6) \quad C_{xy'}(t) = -C_{yx'}(-t) \quad (59)$$

C-4-2-7) Cas particulier : $x(t) = y(t)$

$$\text{On obtient : } C_{xx'}(-t) = -C_{xx'}(t) \quad (60)$$

D'où le résultat suivant :

LA FONCTION D'INTERCORRELATION ENTRE UN SIGNAL ET SA DERIVEE EST UNE FONCTION IMPAIRE.

C-4-2-8) LA FONCTION D'INTERCORRELATION ENTRE LA PRIMITIVE D'UN SIGNAL $x(t)$ ET SA DERIVEE $x'(t)$ EST UNE FONCTION PAIRE DE MAXIMUM NEGATIF :

$$\text{En effet : } C_{\left[\int_0^t x(z) dz \right] x'}(t) = -C_{xx}(t) \quad (61)$$

C-4-2-9) LA PRIMITIVE DU PRODUIT DE CONVOLUTION DE DEUX FONCTIONS EST LE PRODUIT DE CONVOLUTION DE LA PRIMITIVE DE L'UNE QUELCONQUE DE CES FONCTIONS PAR L'AUTRE FONCTION :

$$\text{si } h(t) = x(t) * y(t)$$

$$\text{Alors : } \int_0^t h(z) dz = \left[\int_0^t x(z) dz \right] * y(t) = x(t) * \left[\int_0^t y(z) dz \right] \quad (62)$$

C-4-2-10) Aux constantes d'intégration près :

Soit $x_p(t)$ la primitive de $x(t)$ et $y_p(t)$ celle de $y(t)$, on a :

$$C_{x_p y}(t) = - C_x y_p(t) \quad (63)$$

REMARQUE :

Toutes ces propriétés des fonctions d'intercorrélation sont démontrées en annexe A8.

C-4-3) Procédure de calcul des fonctions d'intercorrélation

On sait que : $C_{xy}(t) = x(t) * y(-t)$

S' il s'agit de fonctions à valeurs réelles et si on pose :

$$TF(y(t)) = Y(\omega) \text{ on a } TF(y(-t)) = \overline{Y(\omega)}$$

$$\text{donc : } TF(C_{xy}(t)) = X(\omega) \cdot \overline{Y(\omega)}$$

(D'après la loi selon laquelle la transformée de Fourier du produit de convolution de deux fonctions est égale au produit des transformées de Fourier de ces fonctions).

On procède donc comme suit :

1) On calcule les transformées de Fourier de $x(t)$ et de $y(t)$, respectivement $X(\omega)$ et $Y(\omega)$;

2) On fait le produit $X(\omega) \cdot \overline{Y(\omega)}$

3) On calcule la transformée de Fourier inverse de $X(\omega) \cdot \overline{Y(\omega)}$ ce qui donne LA FONCTION D'INTERCORRELATION entre $x(t)$ et $y(t)$ soit : $C_{xy}(t)$

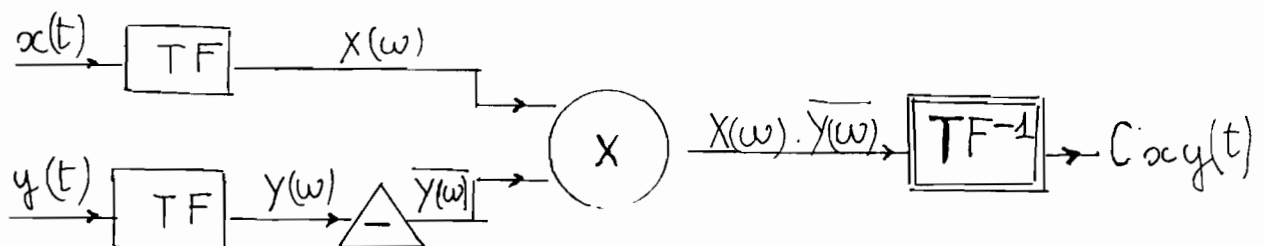


Figure 36

Le signe - correspond aux cas (a) et (c) et le signe + (de $D(B,g,2)$.) aux cas (b) et (d) de la figure 18.

Remarque :

Les cas (a) et (c) ($D(B,g,2)$ de signe négatif) correspondent aux sommets proche A et lointain D du défaut plan rectangulaire du paragraphe C-2-3, les cas (b) et (d) aux sommets intermédiaires B et C .

C-2-5-2-4) Sommet axial et sommet non axial

Comme on le voit (figure 18 et commentaire suivant), le signe + ou - de $D(B,g,2)$ est lié au fait que les deux côtés du sommet se trouvent du même côté de la projection \vec{x} , dans le plan du défaut, de l'axe Δ du faisceau incident (signe +) ou de part et d'autre de cet axe \vec{x} (signe -). Ou ce qui revient au même : le signe + correspond au cas où les deux côtés du sommet sont du même côté du plan (P) perpendiculaire au plan du défaut et contenant l'axe du faisceau incident, le signe - au cas où ils (les côtés) sont de part et d'autre de (P).

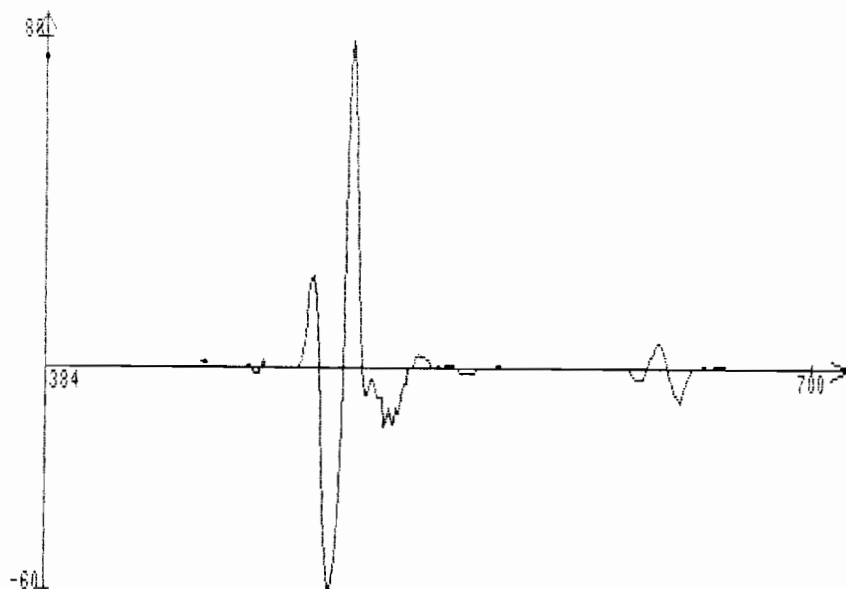
D'où ces définitions :

a) Un SOMMET AXIAL est un sommet dont les côtés sont de part et d'autre du plan perpendiculaire au plan du défaut et contenant l'axe du faisceau incident (exemples : sommets A et D du rectangle du paragraphe C-2-3 et cas (a) et (c) de la figure 18.)

b) Un SOMMET NON AXIAL a ses deux côtés du même côté du plan perpendiculaire au plan du défaut et contenant l'axe du faisceau incident (exemples : les sommets B et C du rectangle utilisé au paragraphe C-2-3 et les cas (b) et (d) de la figure 18).

Ces nouvelles définitions sont nécessaires. Voici pourquoi : Les notions de "sommet proche" et "sommet lointain" ne sont pas un critère de discrimination de la polarité des échos de sommet : en effet, on vient de voir que les sommets A (sommet proche) et D (sommet lointain) ont la même polarité. L'important, c'est la position des côtés du sommet par rapport au plan contenant

Figure 37 :
Echo d'un plan perpendiculaire
à
l'axe du faisceau ultrasonore incident
(traducteur émetteur-récepteur plan large bande).



Le pas d'échantillonnage est $T_e = 0.02$ microseconde, le nbre d'échant. = 1024

Pour avoir, entre 0 et $N-1$, une représentation semblable à la courbe 2, on procède comme suit :

- 1) On translate de $N/2$ la partie de la courbe 3) comprise entre 0 et $N/2-1$.
- 2) On translate de $-N/2$ sa partie comprise entre $N/2$ et $N-1$.

Ces deux opérations reviennent à traduire de $(N/2)$. (de la courbe 2).

On obtient :

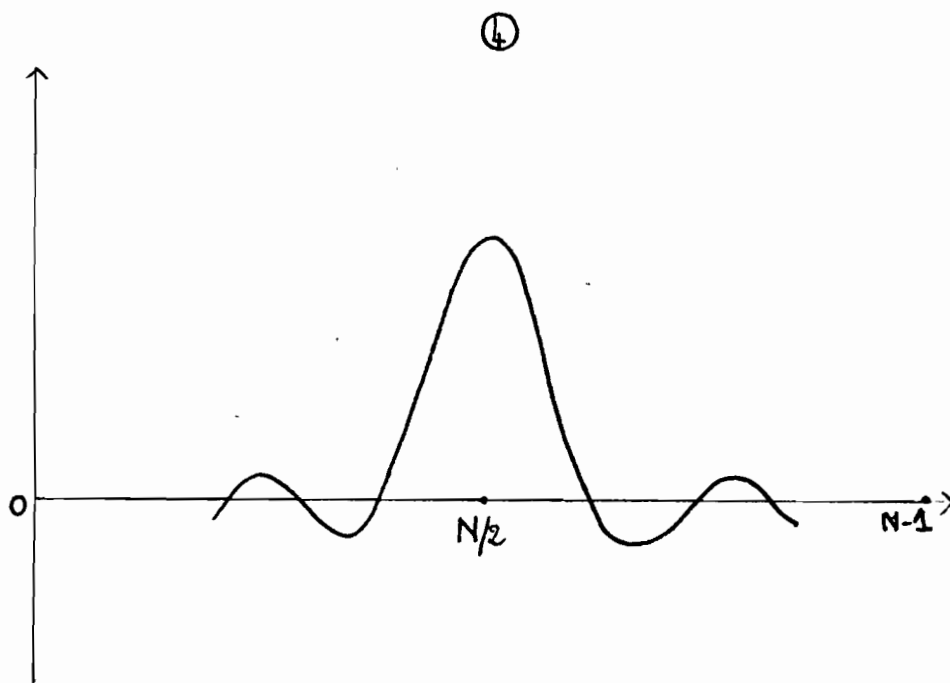


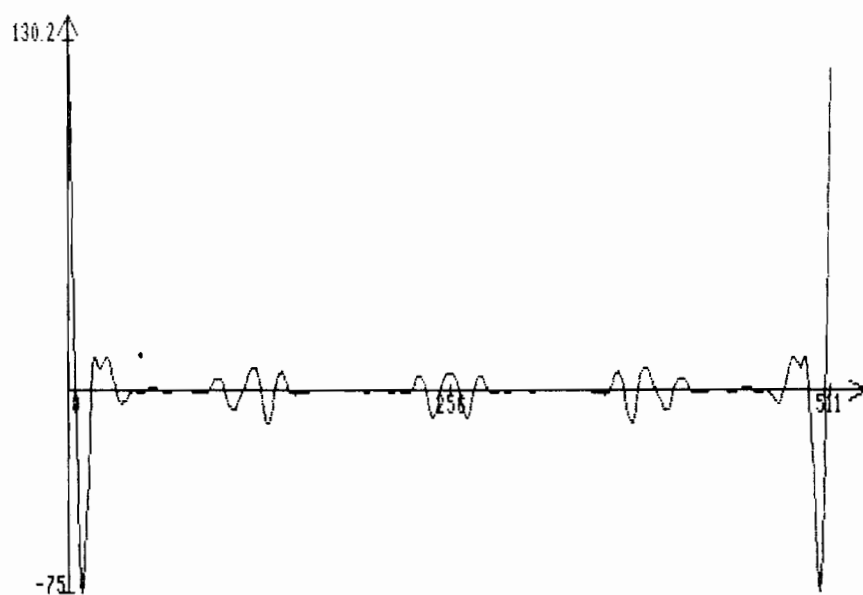
Figure 40

REMARQUE :

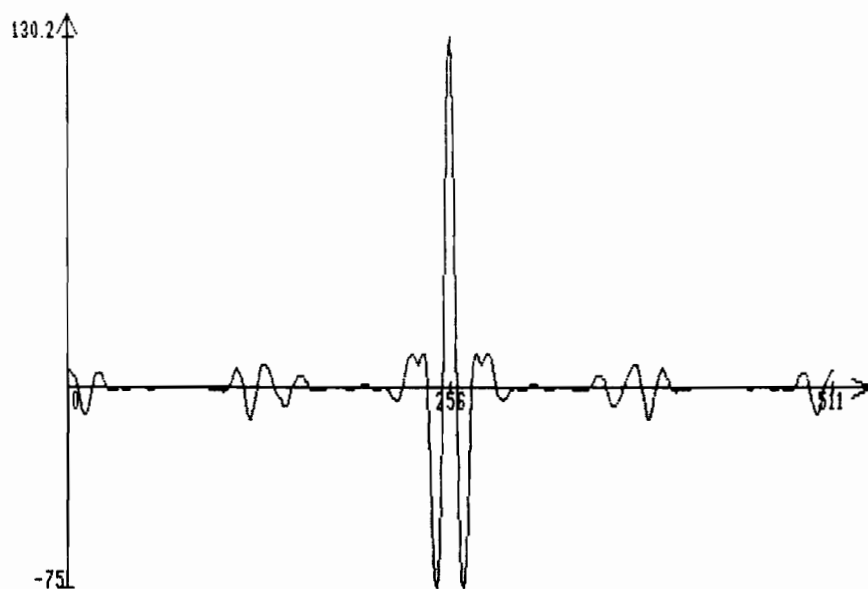
Là encore, pour une meilleure visualisation de la courbe, on représente la fonction dans l'intervalle où elle n'est pas nulle ou négligeable (et pas forcément entre 0 et $N-1$).
 Tout ce qui précède est aussi valable pour les fonctions d'intercorrélation (calculées à partir de transformées de Fourier) :
 cf. fig. 41-42.

Figure 42 :

Fonction d'autocorrélation de l'écho d'un grand défaut plan
perpendiculaire à l'axe du faisceau incident :
N (nombre d'échantillons) est égal à 512.



a) COURBE DIRECTEMENT DONNEE PAR LA FONCTION D'INTERCORRELATION DISCRETE



b) COURBE D'AUTOCORRELATION ANALOGIQUE (MEME ECHO) TRANSLATEE DE N/2 (=256)

D)

TROISIEME PARTIE :

DISCRIMINATION PAR INTERCORRELATION DES ECHOS,

EXPERIENCES.

D-1) Méthode de discrimination

On considère la variation des signaux en fonction du temps et on recherche un CRITERE QUANTITATIF de discrimination des défauts.

D-1-1) Utilisation de la fonction d'intercorrélation

Comme il a été vu précédemment, un petit défaut plan perpendiculaire au faisceau d'ultrasons dérive (par rapport au temps) l'impulsion incidente. Or la fonction d'intercorrélation entre un signal et sa dérivée est une fonction impaire (voir paragraphe C-4-2).

De la même façon, un bord (proche ou lointain) renvoie un écho de même forme que le signal incident (paragraphe C-3-3-4) et on sait que la fonction d'autocorrélation est paire.

Si donc on prend comme écho de référence l'écho dû à un grand défaut plan perpendiculaire au faisceau (cet écho aura la même forme que le signal incident, supposition faite précédemment) et qu'on calcule sa fonction d'intercorrélation avec des échos d'obstacles inconnus, et si ces derniers ont les propriétés précédemment énoncées (défaut plan et bord franc), on obtiendra (théoriquement) une fonction paire ou impaire.

D'un point de vue théorique, les deux plus grands extrema (en valeur absolue) de la fonction d'intercorrélation suffisent pour la reconnaissance des défauts ; mais la suite de l'étude fera apparaître progressivement la nécessité de prendre en compte un plus grand nombre d'extrema (de l'intercorrélation) afin de rendre plus fiable la méthode de discrimination proposée.

D-1-2) Définitions

1) On appellera, par la suite, fonction "paire" une fonction paire à la translation près :

Soit la fonction $f(t)$: $f(t)$ sera dite "paire" s'il existe t_0 tel que quel que soit t :

$$f(t_0+t) = f(t_0-t) \text{ ou } (f(2t_0-t) = f(t)).$$

(Si $t_0 = 0$, on retrouve la définition classique de la parité).

De même, une fonction $g(t)$ sera dite "impaire" si elle est impaire à la translation près : il existe t_1 tel que quel que soit t , $g(t_1-t) = -g(t_1+t)$ (ou $g(2t_1-t) = -g(t)$).

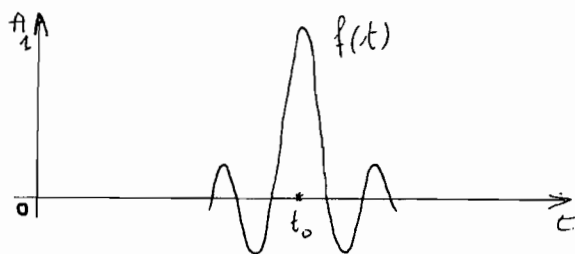
(Si $t_1 = 0$, $g(-t) = -g(t)$, on retrouve la définition classique de la fonction impaire).

Ces définitions sont nécessaires car les différents échos étant décalés dans le temps, les fonctions d'intercorrélation seront elles aussi décalées par rapport à l'origine. Je suppose que toutes ces fonctions sont à durée limitée et d'amplitude décroissante.

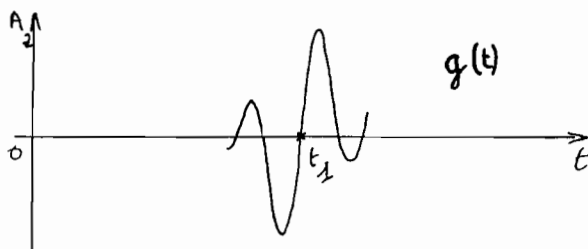
EXEMPLES :

Figure 43 :

1) FONCTION "PAIRE" :



2) FONCTION "IMPAIRE" :



2) L'écho renvoyé par un petit défaut plan rectangulaire incliné par rapport à l'axe du faisceau se compose de deux parties de polarités opposées mais de même forme que l'impulsion incidente. La fonction d'intercorrélation entre cet écho et le signal de référence comportera donc deux parties de même forme mais de signes opposés, chacune étant une fonction "paire".

D-2) Etude expérimentale : transducteur plan large bande et cibles dans l'eau.

D-2-1) Remarques préliminaires

On essaie ici, en se basant sur les conclusions théoriques précédentes, de faire la discrimination entre les échos de petits défauts et ceux de bords (proche ou lointain).

On rappelle qu'un PETIT DEFÀUT est un défaut dont la plus grande dimension transversale est inférieure au diamètre du faisceau d'ultrasons et qu'un GRAND DEFÀUT est un défaut dont la plus petite dimension transversale est supérieure à ce même diamètre. Les obstacles considérés sont PLANS, de BORDS FRANCS.

La théorie du PROFIL REFLECTEUR est valable pour une cible de forme quelconque, mais les conclusions qu'on en tire ici supposent les restrictions ci-dessus imposées. On travaille en onde plane.

D-2-2) Discrimination entre petits défauts, bords proches et bords lointains.

Les études ont été faites d'abord pour des cibles immergées dans l'eau, ensuite pour des défauts à l'intérieur d'un bloc d'acier.

On utilise un traducteur plan puis un traducteur focalisé pour voir pratiquement l'influence de la nature de l'émetteur sur les résultats. On rappelle qu'on travaille en émission-réception impulsionnelle.

D-2-2-1) Schema et principe de fonctionnement :

(Voir figure 44).

Le traducteur émetteur-récepteur émet des impulsions ultrasonores qui se réfléchissent sur l'obstacle inconnu.

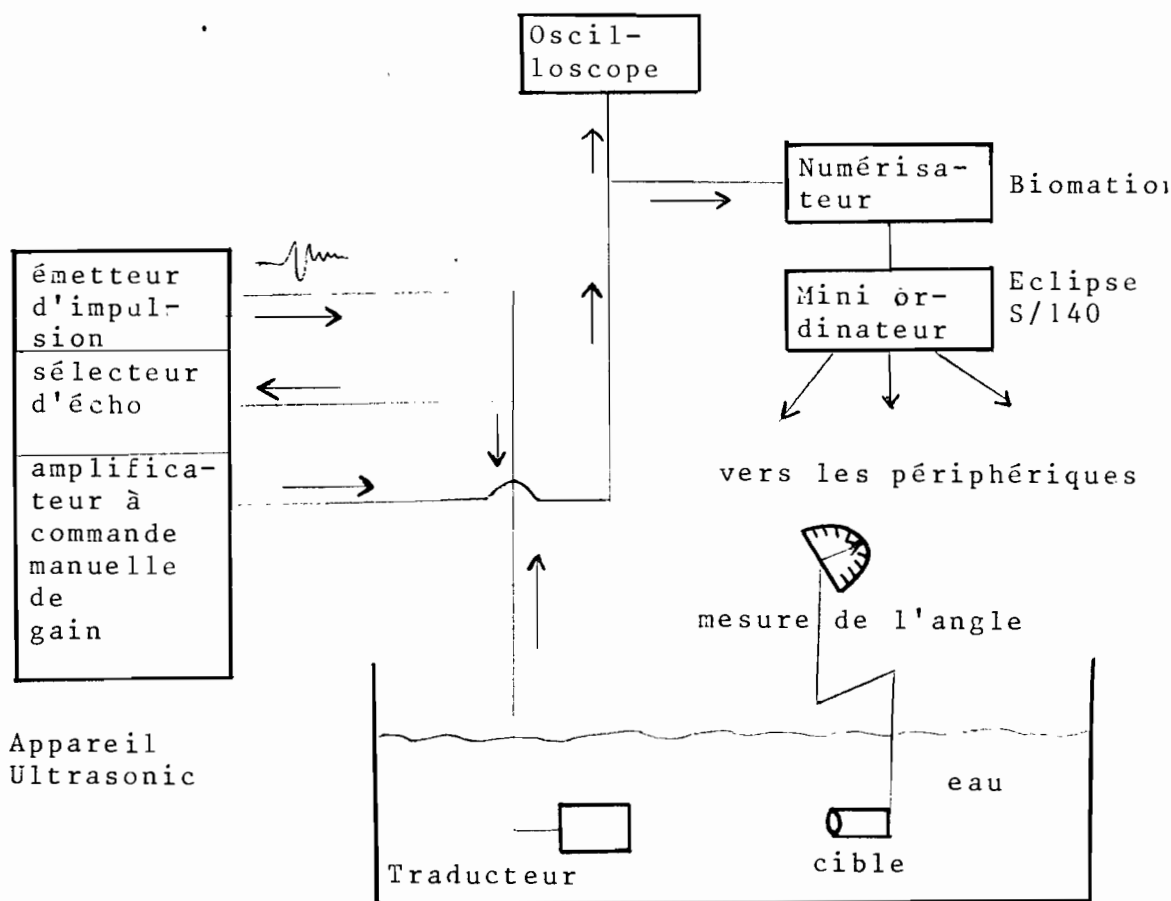
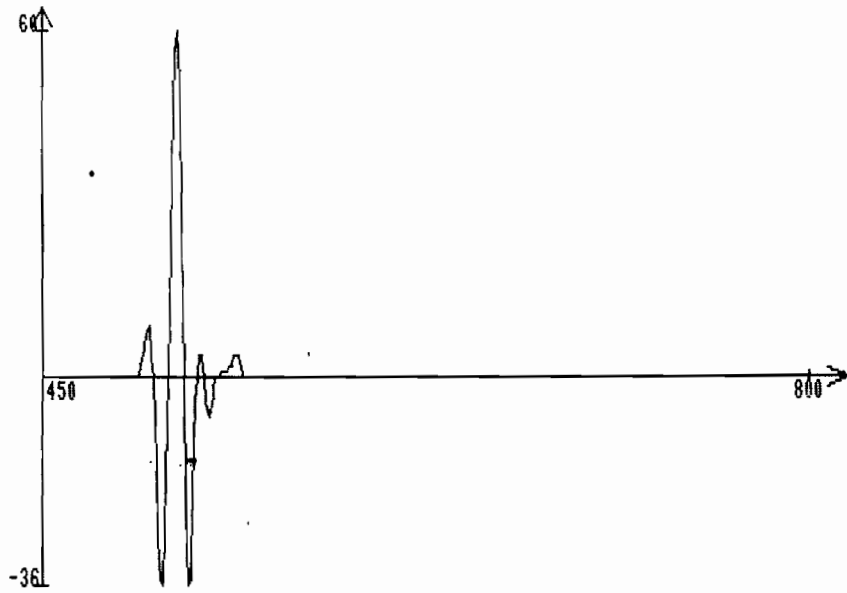
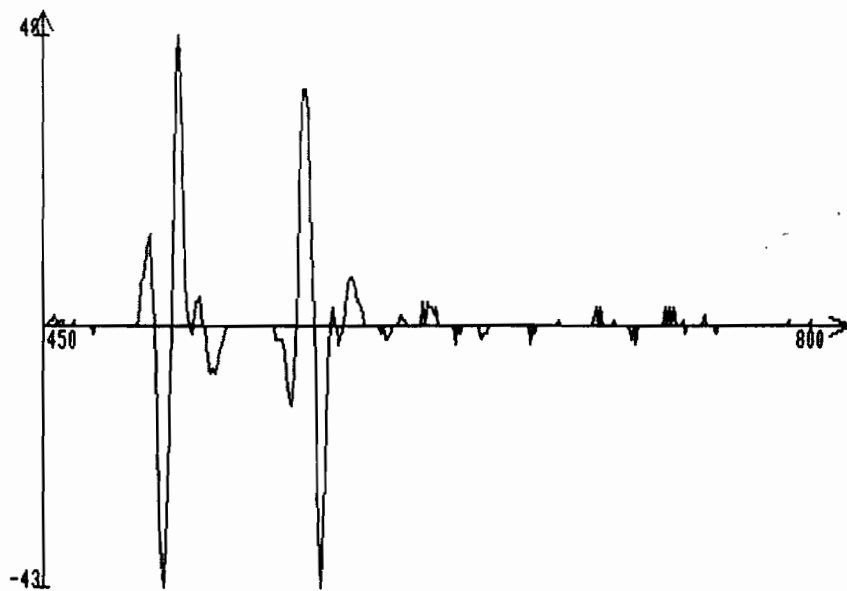


Figure 44 :
Schéma simplifié du dispositif expérimental.

Figure 45 : Echos d'un petit défaut plan rectangulaire.



a) Écho du petit défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau d'ultrasons



b) Écho du même petit défaut mais incliné de 14 degrés par rapport à l'axe

L'écho, sélectionné, amplifié sans être redressé (ainsi on ne perd pas l'information liée au signe) est numérisé (échantillonnage + quantification) et traité par ordinateur. (Un programme de transformée de Fourier rapide, mis au point au laboratoire, permet, entre autres choses, l'étude des spectres).

On dispose d'un numérisateur type Biomation (fréquence maximum d'échantillonnage : 50 ou 100 Mhz suivant qu'on utilise ou non la double base de temps), d'un mini-ordinateur ECLIPSE S/140.

Un programme d'acquisition et une console graphique permettent la visualisation des signaux et des différentes fonctions (intercorrélation, etc.). (figure 45).

D-2-2-2) Etude

Le signal de référence est celui renvoyé par un grand obstacle plan (théoriquement infini), perpendiculaire à l'axe du faisceau d'ultrasons. La cible est placée dans la zone de travail du traducteur : en champ lointain pour un traducteur plan, dans le faisceau utile pour un traducteur focalisé. Comme on le constatera un peu plus loin, l'obstacle renvoie des échos différents suivant la nature du traducteur (traducteur plan ou focalisé).

On rappelle que dans tout ce chapitre, on utilise un traducteur plan.

D-2-2-2-1) Discrimination par utilisation de la fonction d'intercorrélation :

On calcule la fonction d'intercorrélation entre l'écho de référence et l'écho de l'obstacle inconnu.

D-2-2-2-1-1) Résultats théoriques

Un petit défaut plan perpendiculaire au faisceau d'ultrasons dérive, par rapport au temps, le signal incident. L'intercor-

rélation entre le signal de référence (qui a la même forme que le signal incident) et l'écho de petit défaut plan perpendiculaire au faisceau est donc une FONCTION IMPAIRE.

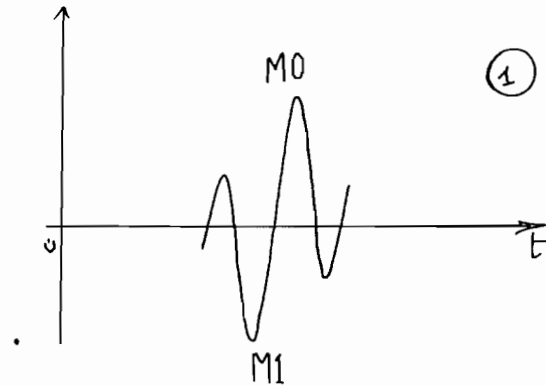


Figure 46.

Un bord (proche ou lointain) renvoie un écho de même forme que le signal incident, donc de même forme aussi que l'écho de référence. L'intercorrélation entre l'écho de référence et l'écho de bord sera donc une fonction PAIRE. (FONCTION D'AUTOCORRELATION TRANSLATEE).

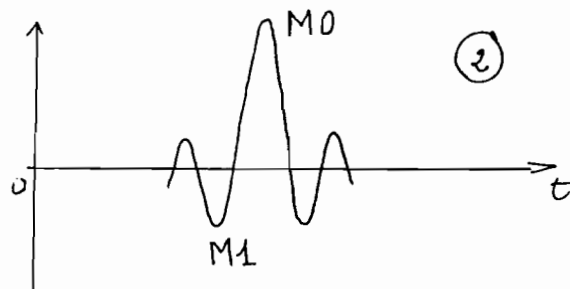


Figure 47.

On cherche un CRITERE QUANTITATIF de discrimination entre les courbes 1) et 2). Une idée consiste à comparer le plus grand maximum (en valeur absolue) M_0 de la fonction d'intercorrélation à M_1 (le plus grand, en valeur absolue des 2 extrema de part et d'autre de M_0).

On voit que :

Pour la courbe 1) (petit défaut plan perpendiculaire au faisceau),

$$\left| \frac{M_0}{M_1} \right| = 1$$

Pour la courbe 2) (bord proche $M_0 > 0$; bord lointain $M_0 < 0$), on a :

$$\left| \frac{M_0}{M_1} \right| > 1$$

On a donc là une grandeur ($\left| \frac{M_0}{M_1} \right|$) et un nombre, "1", qui pourraient servir de critère QUANTITATIF de discrimination. Mais, comme on le verra par la suite, ce critère n'est pas satisfaisant dans tous les cas.

On décrit en détail toutes les étapes suivies pour bien montrer la démarche de l'esprit.

D-2-2-2-1-2) Cas réels

On a toujours un traducteur plan large bande et des cibles immergées dans l'eau.

D-2-2-2-1-2-1) Les différents échos

La période d'échantillonnage des signaux, T_e , est de 0,02 microsec. En abscisse, on a le temps représenté par des multiples de T_e . N, le nombre d'échantillons, doit être une puissance de 2 car par la suite on utilisera des transformées de Fourier Rapides, pour calculer par exemple les fonctions d'intercorrélation. Au début, j'ai pris $N = 1024$. Les indices de tableaux vont de 0 à $N-1$. (Donc ici de 0 à 1023). Les courbes sont tracées dans la zone utile pour avoir une bonne visualisation. (Par exemple entre 450 et 800 (entre $450 \cdot T_e$ et $800 \cdot T_e$)).

1) Petit défaut plan :

La figure 45-a représente l'écho dû au petit défaut plan (rectangulaire) perpendiculaire au faisceau incident.

La figure 45-b, lorsque le même défaut est incliné de 14 degrés par rapport à l'axe du faisceau. (On remarque l'inversion

de polarité).

La figure 48-b représente la dérivée, par rapport au temps, de l'écho du petit obstacle plan rectangulaire incliné par rapport à l'axe du faisceau ultrasonore incident : confirmation de la théorie.

2) Grand défaut, bord proche et bord lointain :

Les figures 49-a, 49-b et 49-c représentent respectivement l'écho dû à un grand obstacle plan perpendiculaire au faisceau, un écho de BORD PROCHE et un écho de BORD LOINTAIN. La figure 50 illustre la relation entre l'écho de référence et l'écho du petit obstacle plan perpendiculaire au faisceau.

Un simple examen visuel de toutes ces courbes montre qu'elles semblent confirmer la théorie du profil réflecteur précédemment exposée.

REMARQUE :

Les obstacles ayant tous des impédances acoustiques supérieures à celle de l'eau, tous les coefficients de réflexion sont positifs. Donc :

L'écho de bord proche a la même polarité que l'écho de référence tandis que l'écho de bord lointain est de polarité opposée. (voir figure 49).

Il s'ensuit que la fonction d'intercorrélation entre l'écho de référence et l'écho de bord proche aura non seulement la forme d'une fonction paire mais aussi son extremum M_0 de plus grande valeur absolue sera positif.

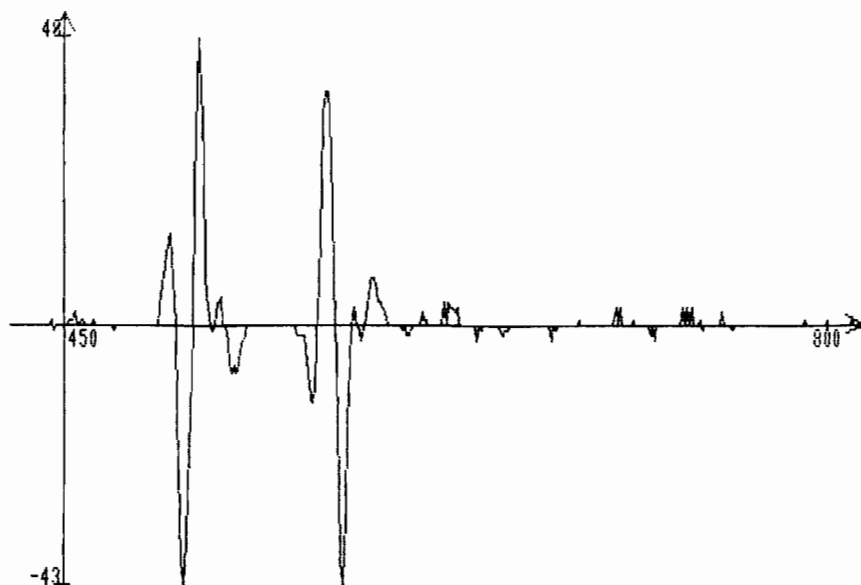
Au contraire, pour un bord lointain, M_0 sera négatif.

D-2-2-2-1-2-2) La fonction d'intercorrélation

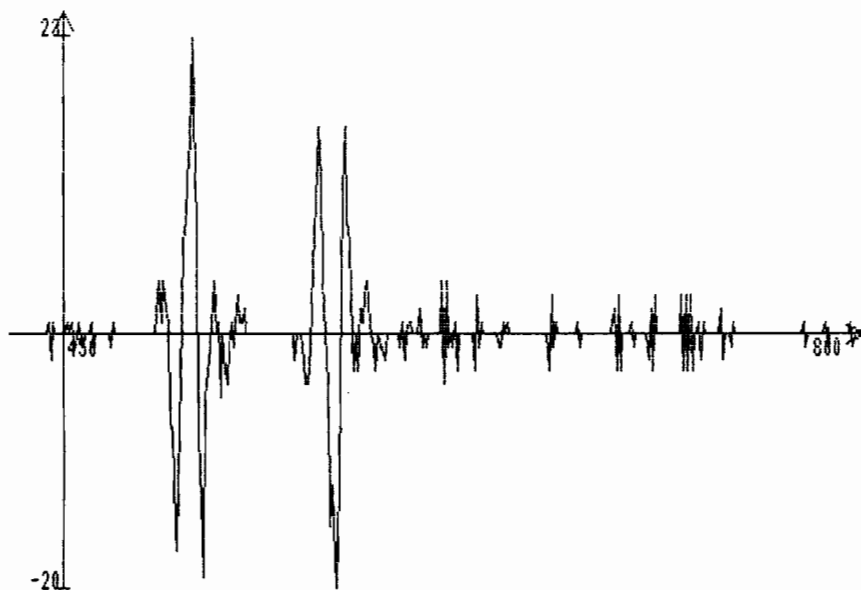
1) Rappel des résultats théoriques :

Dans le cas idéal (toutes les hypothèses étant réunies), on a vu que la fonction d'intercorrélation entre l'écho de référence et l'écho du petit défaut plan perpendiculaire au

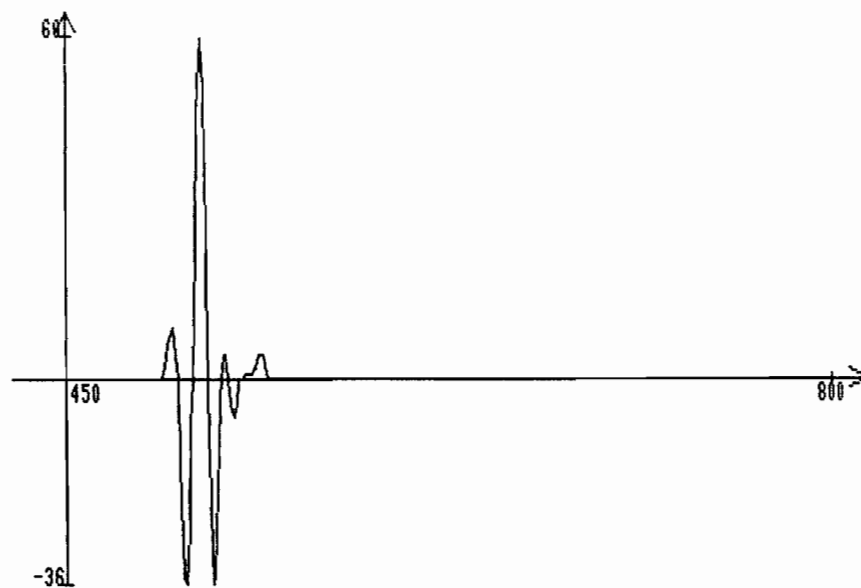
Figure 48:
Relation entre l'écho renvoyé par un petit défaut plan rectangulaire incliné par rapport à l'axe du faisceau et celui renvoyé par le même défaut perpendiculaire à l'axe.



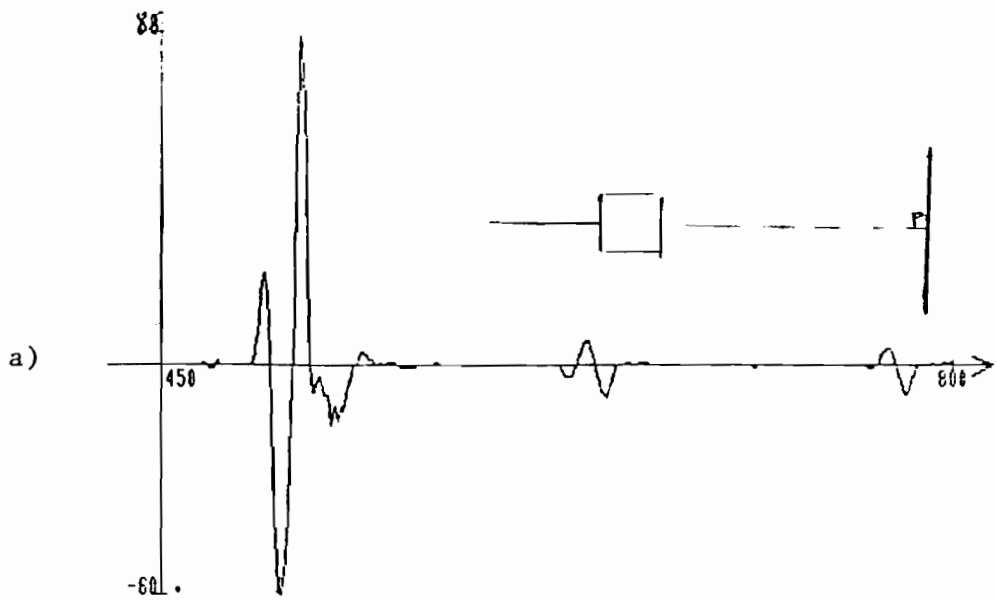
a - PETIT DEFAUT PLAN RECTANGULAIRE INCLINE DE 14 D. PAR RAPPORT A L'AXE



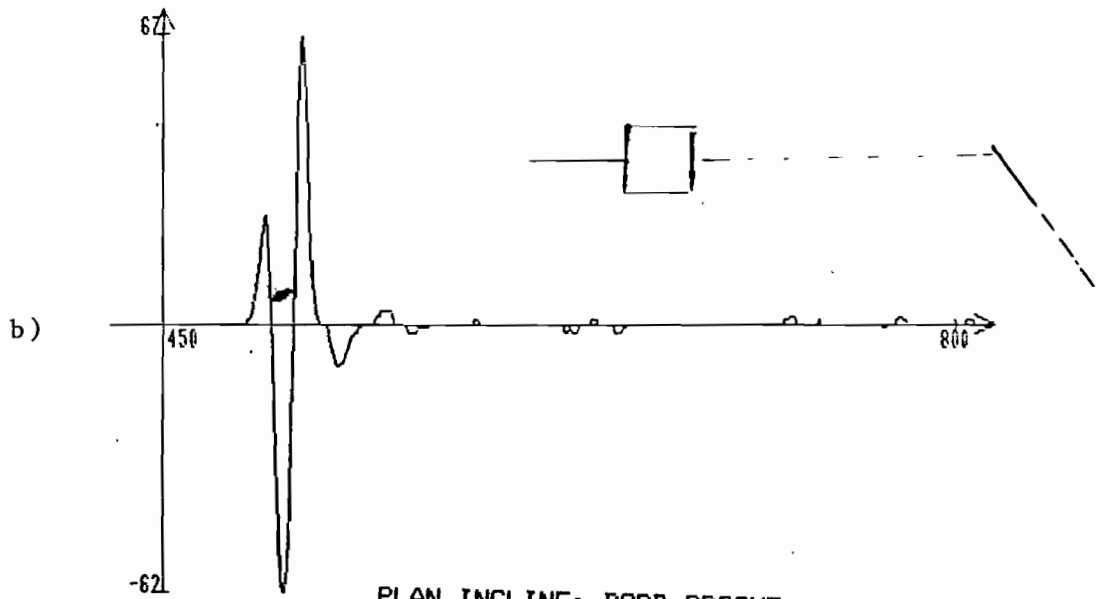
b - DERIVEE DE L'ECHO DU AU PETIT DEFAUT INCLINE



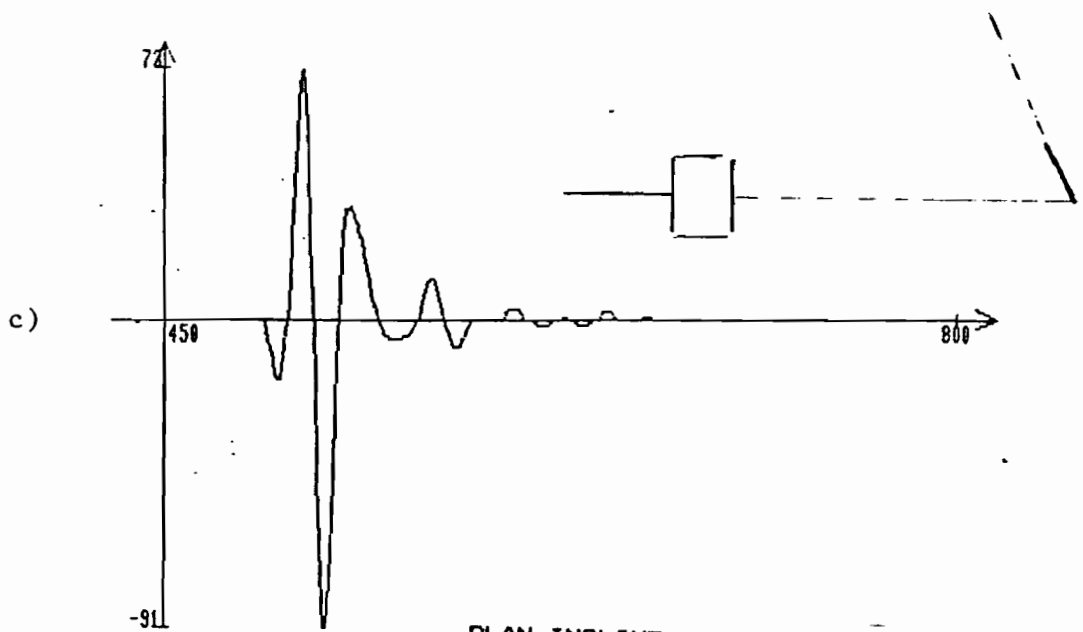
c - ECHO DU A UN PETIT DEFAUT PLAN (RECT.) PERPENDICULAIRE A L'AXE DU FAISCEAU



PLAN PERPENDICULAIRE A L'AXE DU FAISCEAU D'ULTRASONS

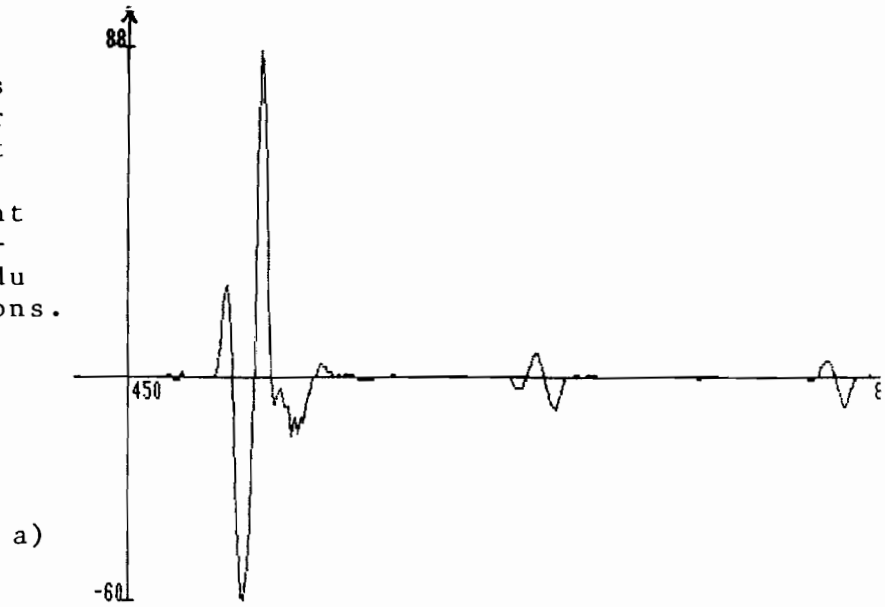


PLAN INCLINE: BORD PROCHE

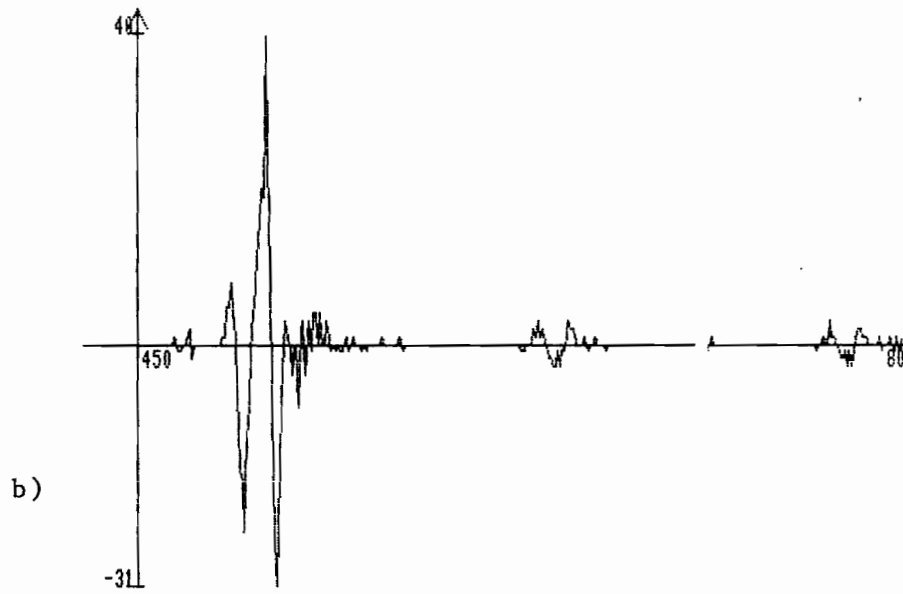


PLAN INCLINE: BORD LOINTAIN

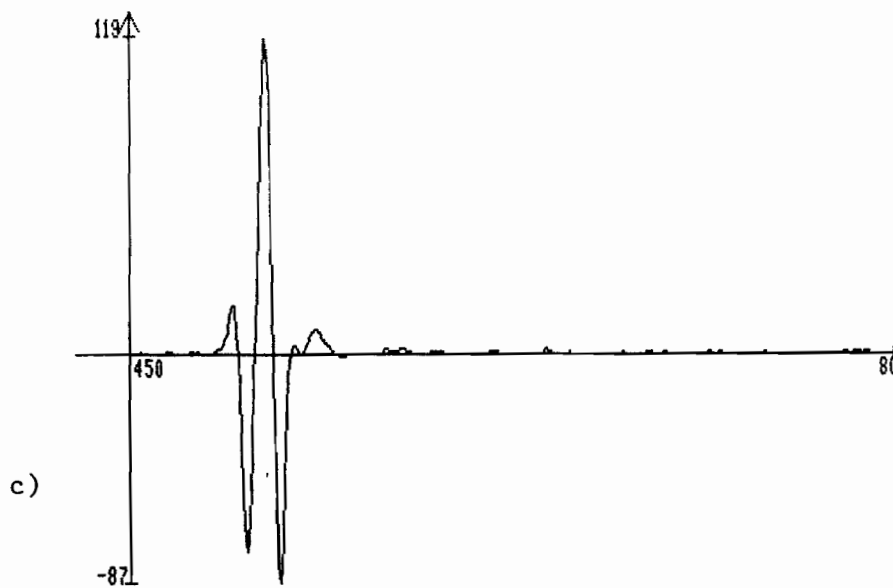
Figure 50 :
Relation entre les
échos renvoyés par
un grand défaut et
un petit défaut,
tous les deux étant
plans et perpendi-
culaires à l'axe du
faisceau d'ultrasons.



ECHO DU A UN PLAN PERPENDICULAIRE A L'AXE DU FAISCEAU



DERIVEE DE L'ECHO DU A UN PLAN PERPENDICULAIRE A L'AXE DU FAISCEAU



ECHO DU A UN PETIT DEFAUT PLAN(CIRC.) PERPENDICULAIRE A L'AXE DU FAISCEAU

faisceau est une fonction impaire (Propriété de l'intercorrél-
lation entre une fonction (réelle) et sa dérivée): 1)

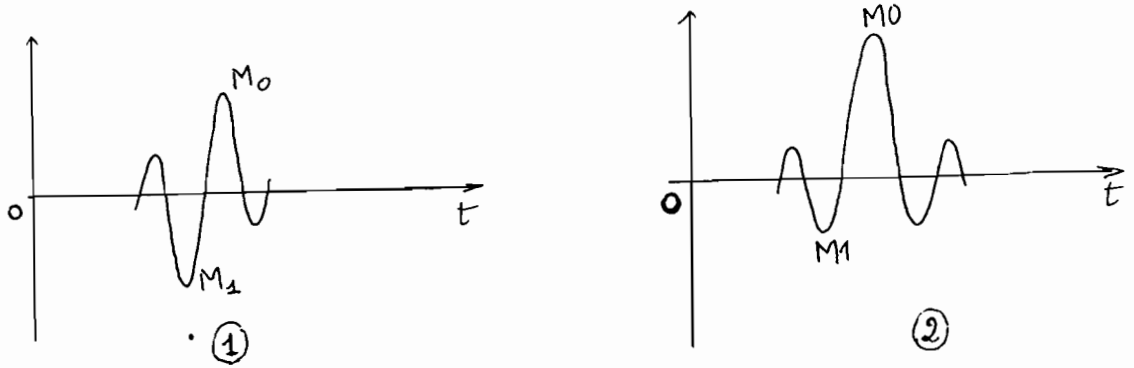


Figure 51.

L'intercorrélacion entre l'écho de référence et l'écho de
bord (bord proche ou bord lointain) est une fonction paire : 2)

Pour la courbe 1), on avait $|M_0/M_1|=1$ et pour la courbe 2)
 $|M_0/M_1|>1$ ($M_0 > 0$ pour le bord proche et $M_0 < 0$ pour le
bord lointain).

2) Cas réel :

Dans le cas réel, on n'obtient pas des fonctions exactement
paires ou des fonctions exactement impaires.

La courbe 52-a représente la fonction d'autocorrélacion de
l'écho de référence. (Idéal) : elle est exactement paire.

Maintenant, si on s'intéresse à la fonction d'intercorrélacion
entre l'écho de référence (PLANPER) et l'écho de bord proche,
fonction représentée par la figure 52-b, on voit qu'elle n'est,
en toute rigueur ni paire, ni impaire. (La théorie prévoit la
parité de cette fonction sous certaines conditions).

La fonction d'intercorrélacion entre l'écho de référence et
l'écho du petit défaut plan perpendiculaire au faisceau (figu-
re 52-c), elle non plus, n'est, en toute rigueur, ni paire ni
impaire (la théorie prévoit son imparité sous certaines condi-
tions).

Cependant, quand on compare ces 2 courbes (figures 52-b et 52-c) à celle de la figure 52-a (qui représente la fonction paire type, étant une fonction d'autocorrélation), on remarque que :

- 1) Les courbes (figures 52-b et figure 52-c) sont notablement différentes.
- 2) Celle qui ressemble le plus à la courbe d'autocorrélation (52-a), c'est indiscutablement la courbe 52-b : on dira qu'elle est "plutôt paire" .

De la même façon, si on compare les deux courbes à la fonction d'intercorrélacion entre le signal de référence et sa dérivée, on voit que la courbe 52-c est "plutôt impaire" (quoique cela soit visible par examen de la courbe 52-c seule).

De ces constatations expérimentales, on peut inférer que :

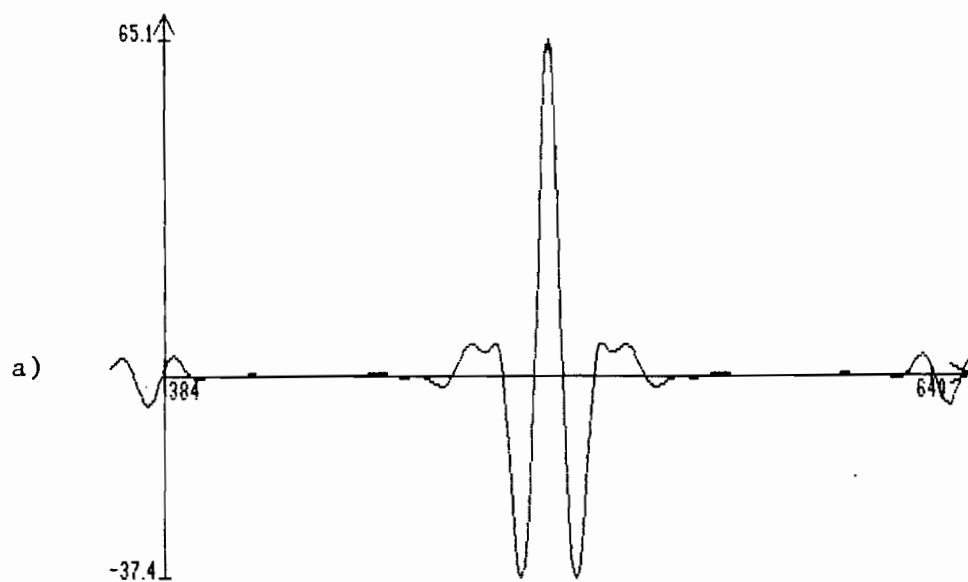
- 1) La fonction d'intercorrélacion entre l'écho de référence et l'écho de bord (proche ou lointain) est une fonction "plutôt paire" (paire en théorie).
- 2) Alors que la fonction d'intercorrélacion entre l'écho de référence et l'écho du petit défaut plan perpendiculaire au faisceau est "plutôt impaire" (impaire en théorie).

On rappelle que l'écho pris comme référence est celui d'un grand défaut plan (sa plus petite dimension est supérieure au diamètre du faisceau) perpendiculaire au faisceau.

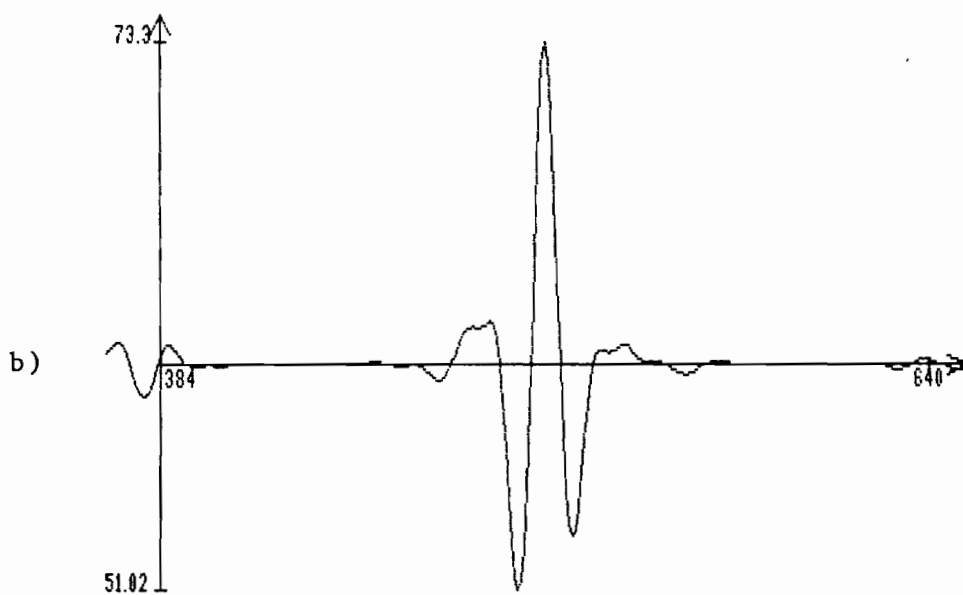
On voit que les constatations expérimentales amènent à nuancer les conclusions théoriques, nuance introduite par l'adverbe "plutôt".

Il s'avère nécessaire de traduire en nombre les notions de fonctions "plutôt paires" ou "plutôt impaires", le but étant de trouver un CRITERE QUANTITATIF de DISCRIMINATION.

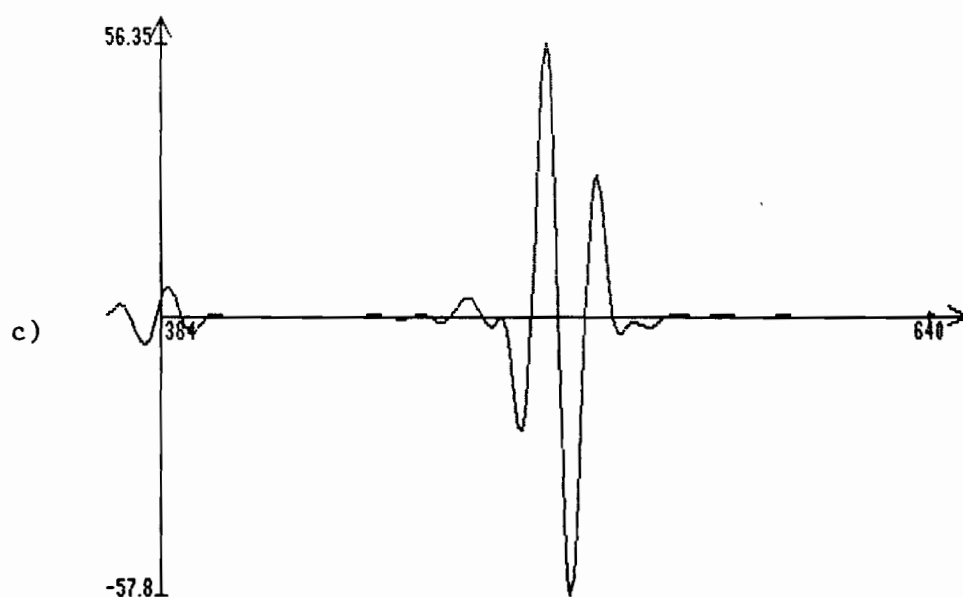
Figure 52 :



AUTOCORRELATION DE L'ECHO DE REFERENCE (PLAN PERPENDICULAIRE A L'AXE)

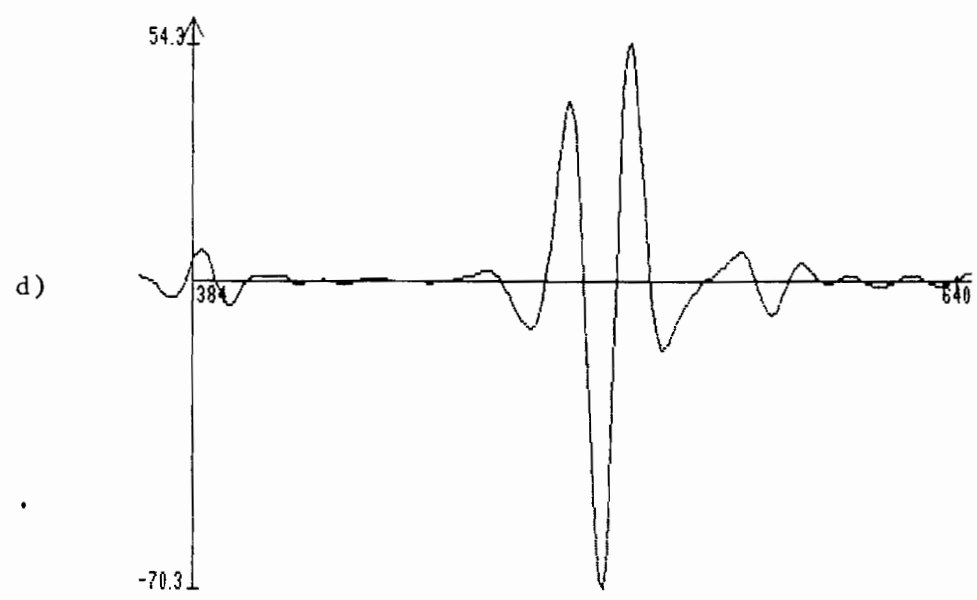


INTERCORRELATION ENTRE L'ECHO DE BORB PROCHE ET L'ECHO DE REFERENCE

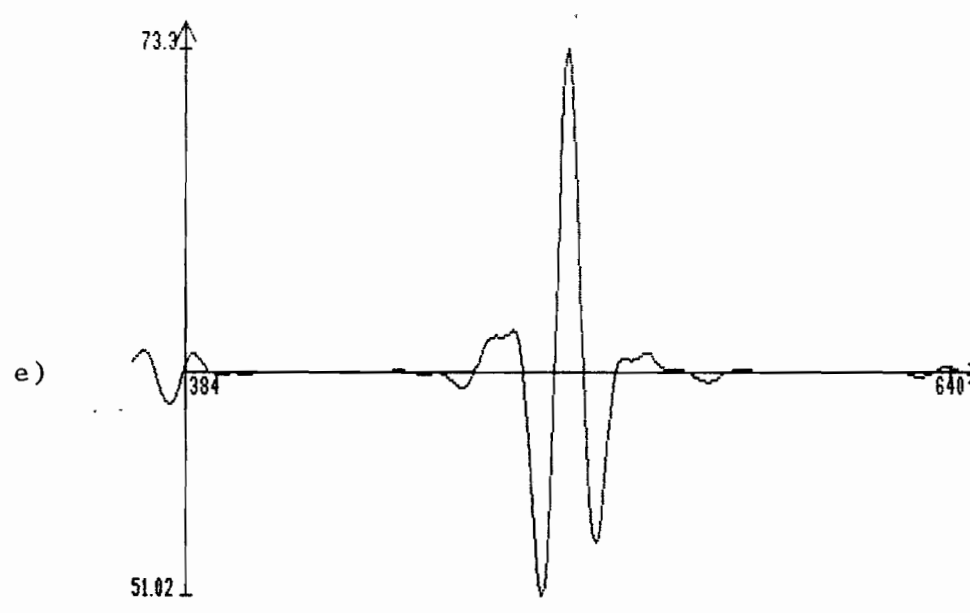


INTERC. ENTRE ECHO DU A UN PETIT DEFAUT PLAN PERP. A L'AXE ET PLANPER-

Figure 52 (suite) :

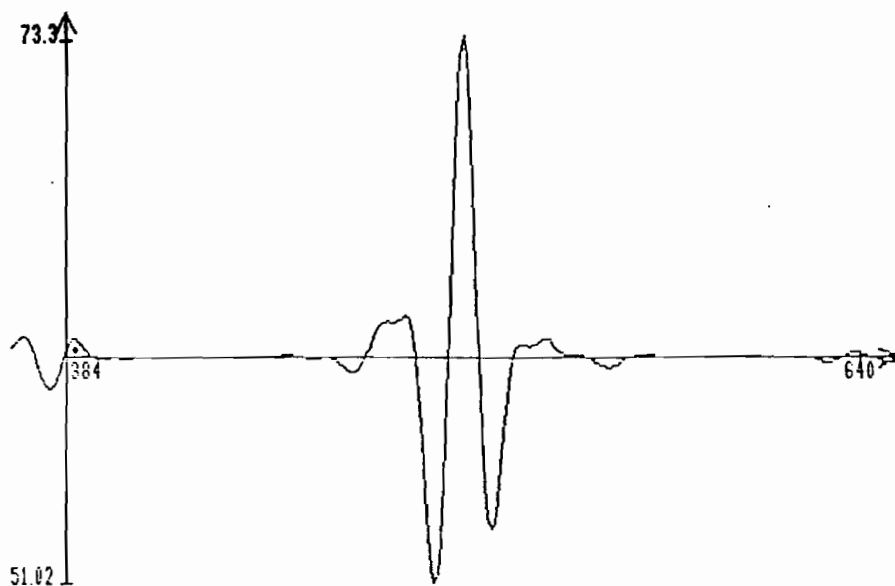


INTERC. ENTRE L'ECHO DE BORB LOINTAIN ET L'ECHO DE REFERENCE (PLANPER)

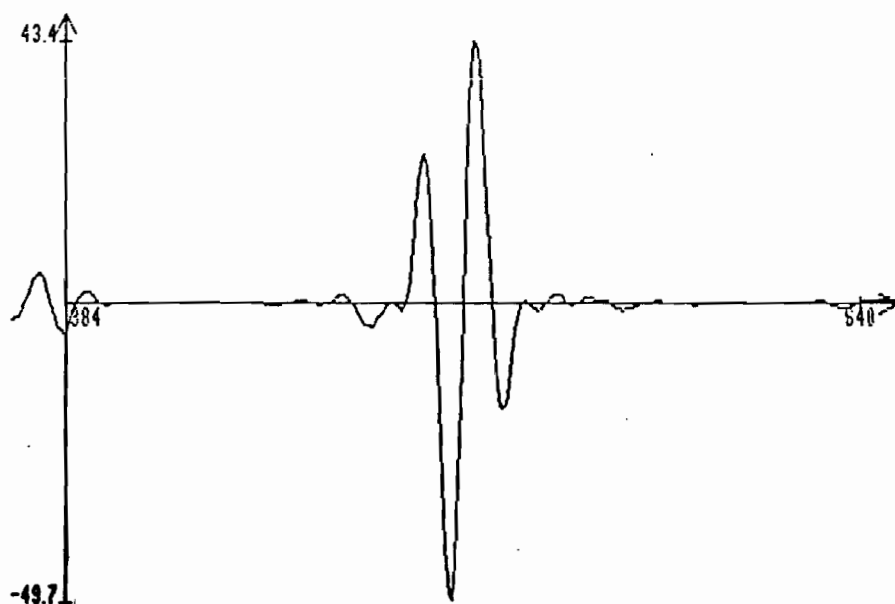


INTERC. ENTRE L'ECHO DE BORB PROCHE ET L'ECHO DE REFERENCE (PLANPER)

Figure 53 :



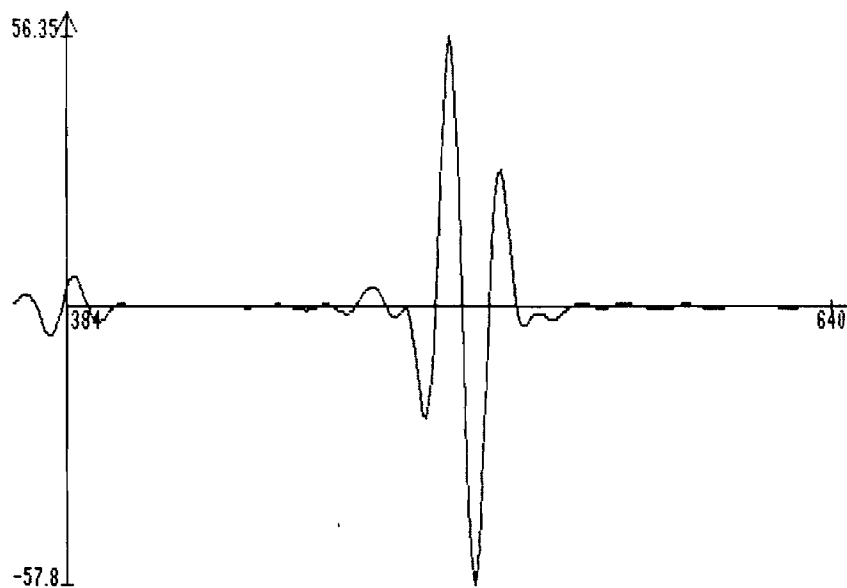
a) INTERCORRELATION ENTRE L'ECHO DE BORD PROCHE ET L'ECHO DE REFERENCE



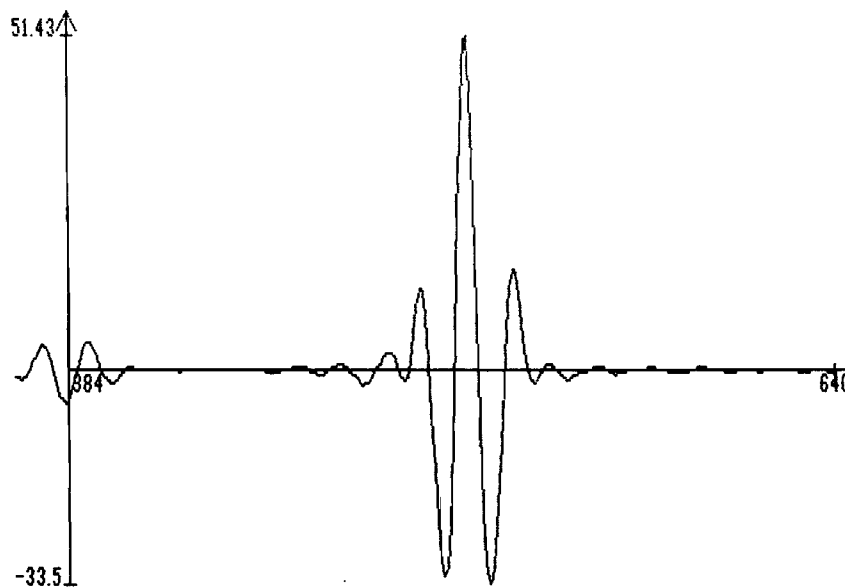
b) INTERC. ENTRE L'ECHO DE BORD PROCHE ET LA DERIVEE DE L'ECHO DE REFERENCE

Figure 53 (suite) :

L'écho de référence est PLANPER (écho d'un grand défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau incident).

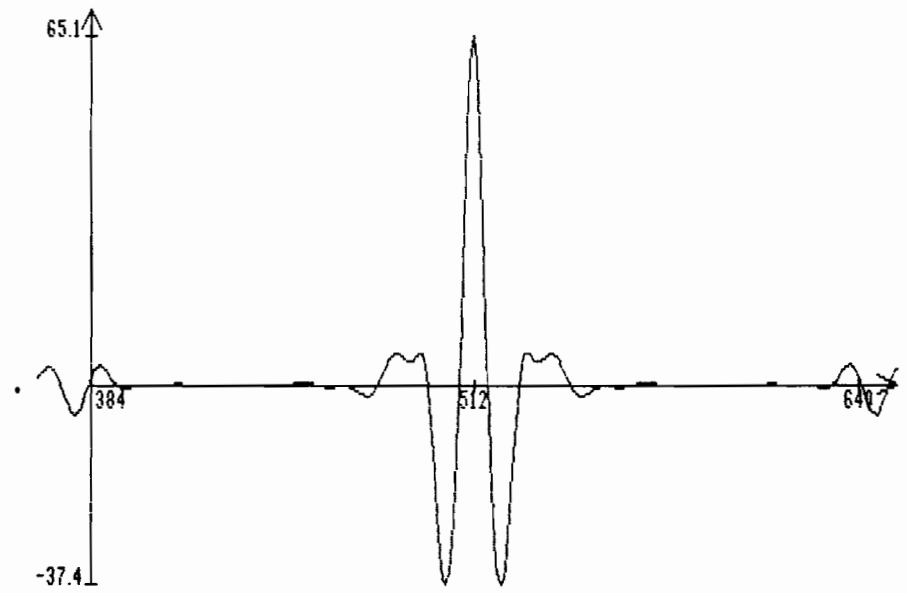


c) - INTERCORRELATION ENTRE L'ECHO D'UN PETIT DEFAUT PLAN PERP. A L'AXE ET PLANPER

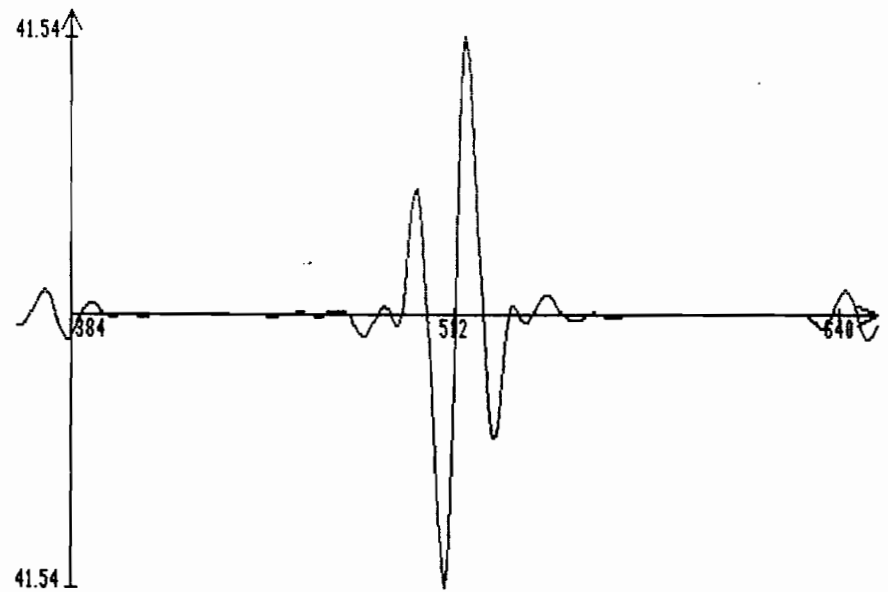


d) d- INTERC. ENTRE L'ECHO DU MEME PETIT DEFAUT ET LA DERIVEE DE PLANPER

Figure 54 :



a) AUTOCORRELATION DE L'ECHO D'UN GRAND DEFAUT PLAN PER. A L'AXE



b) INTERC. ENTRE L'ECHO D'UN GRAND DEFAUT PLAN PER. A L'AXE ET SA DERIVEE

3) Fonction "plutôt paire", fonction "plutôt impaire"

Soient les courbes 1) et 2) ci-dessous :

1) Intercorrélation entre l'écho de référence et l'écho de bord proche:

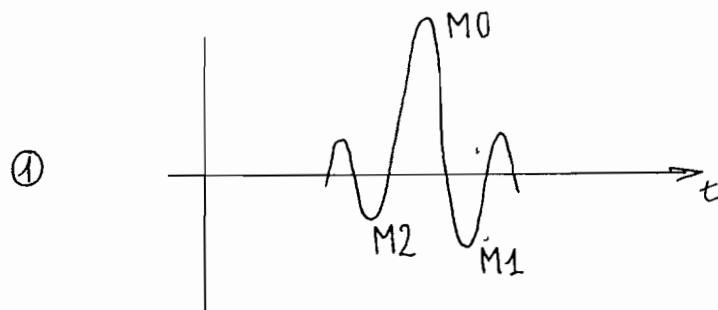


Figure 55-1.

2) Intercorrélation entre l'écho de référence et l'écho du petit défaut plan perpendiculaire au faisceau:

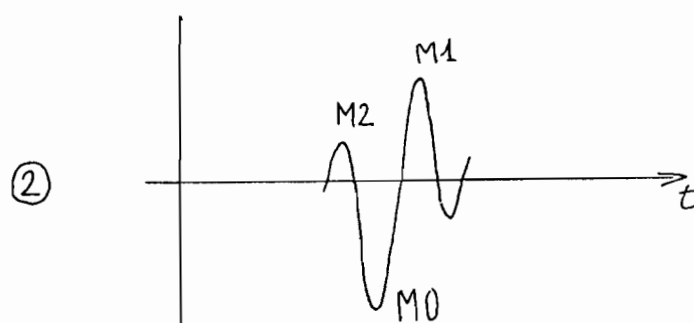


Figure 55-2.

Pour chacune de ces fonctions d'intercorrélations :

M0 est le plus grand (en valeur absolue) des maxima (M0 peut être négatif comme dans l'exemple du bord lointain).

M1 : le plus grand (en valeur absolue) des 2 extrema de part et d'autre de M0.

M2 : le plus petit (en valeur absolue) des extrema de part et d'autre de M0.

Soit $R1 = M0/M1$ et $R2 = M1/M2$:

Cas idéal :

Dans le cas de fonctions exactement paires (fonctions d'autocorrélation de signaux à durée limitée par exemple, figure 52-a) on a :

$$|R_1| > 1 ; |R_2| = 1 \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{R_1}{R_2} \right| > 1$$

Pour les fonctions d'intercorrélation (de signaux à durée limitée) exactement impaires, on a :

$$|R_1| = 1 ; |R_2| > 1 \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{R_1}{R_2} \right| < 1$$

(L'exemple typique étant la fonction d'intercorrélation entre un signal et sa dérivée).

Cas réel :

1) Pour l'intercorrélation entre le signal de référence et l'écho de bord (ici il s'agit du bord proche, le résultat étant le même, au signe de l'extremum de plus grande valeur absolue près) on a :

$$|R_1| > 1 \quad |R_2| \simeq 1$$

on trouve : $\left| \frac{R_1}{R_2} \right| = 1,1$

Voir les rapports $\left| \frac{R_1}{R_2} \right|$ dans le tableau XI.

2) Pour l'intercorrélation entre l'écho de référence et l'écho du petit défaut plan perpendiculaire au faisceau d'ultrasons incident, on a : $\left| \frac{R_1}{R_2} \right| = 0,69$.

(voir les rapports $\left| \frac{R_1}{R_2} \right|$ dans le tableau XI).

En résumé :

Si on prend
$$R = \frac{R_1}{R_2} = \frac{M_0.M_2}{M_1^2}$$

et si on considère des fonctions d'intercorrélation entre signaux à durée limitée, on obtient :

- quand les fonctions sont "plutôt paires" : $|R| > 1$
- quand les fonctions sont "plutôt impaires" : $|R| < 1$

Manifestement, les conditions de parité ou d'imparité de la fonction d'intercorrélation seule entre l'écho de référence et un écho d'obstacle inconnu ne sont pas suffisantes pour connaître la nature de cette cible.

C'est pourquoi il a fallu ajouter un autre critère au précédent :

pour chaque écho d'obstacle inconnu, on s'intéresse, non plus à une, mais à deux fonctions d'intercorrélation :

- 1) L'intercorrélation F entre l'écho d'obstacle inconnu et l'écho de référence.
- 2) L'intercorrélation F_d entre le même écho d'obstacle inconnu et la dérivée, cette fois, de l'écho de référence.

Théoriquement :

Si l'obstacle inconnu est soit un bord proche, soit un bord lointain (soit un grand défaut plan perpendiculaire au faisceau), F sera une fonction PAIRE et F_d une fonction IMPAIRE. (En vertu du fait que chacun de ces obstacles renvoie un écho de même forme que l'écho de référence, que la fonction d'auto-corrélation est paire et la fonction d'intercorrélation entre un signal et sa dérivée est impaire).

Si l'obstacle inconnu est un petit défaut plan perpendiculaire au faisceau, F sera IMPAIRE et F_d PAIRE. (même principe d'explication que précédemment).

Tout ce qui vient d'être dit est résumé dans le tableau suivant :

(Dans le tableau : DEF signifie défaut, PL plan et PER perpendiculaire)

Tableau IX :

Obstacle	: : Bord proche ou : grand DEF plan : PER au faisceau : : : : : : :	: : Bord lointain : : : : : : : : : :	: : Petit DEF : PL PER au : faisceau : : : : : : : :
Intercorrélation entre l'écho d'obstacle et l'écho de réf- érence	: Fonction paire : $M0 > 0$: : : : : : : : : :	: Fonction paire : $M0 < 0$: : : : : : : : : :	: Impaire : : : : : : : : : : :
Intercorrélation entre l'écho d'obstacle et la dérivée de l'écho de réf- érence	: Fonction impai- : re : : : : : : : : : :	: Impaire : : : : : : : : : : :	: Paire : : : : : : : : : : :

En pratique :

En fait, dans le cas théorique, il suffit de calculer l'intercorrélacion entre l'écho d'obstacle et l'écho de référence : car si cette intercorrélacion est paire (forme d'une fonction d'autocorrélacion), l'intercorrélacion entre l'écho d'obstacle et la dérivée de l'écho de référence est ipso facto impaire et vice-versa. (Même remarque si elle est impaire).

Mais on ne trouve pas des résultats aussi tranchés que dans la

théorie :

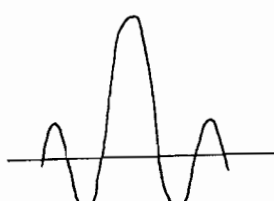
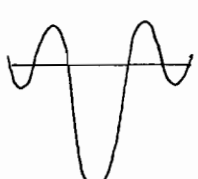
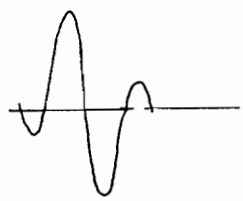
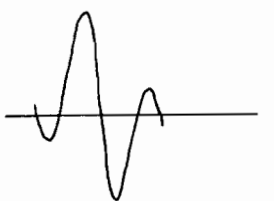
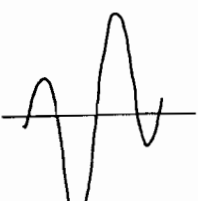

Les fonctions calculées sont soit "plutôt paires", soit "plutôt impaires", ... soit ni l'une, ni l'autre! (cas inconnu). (D'où l'intérêt ici, dans le cas pratique, de calculer la deuxième fonction d'intercorrélacion (intercorrélacion entre l'écho d'obstacle et la dérivée de l'écho de référence), celle-ci permettant, sinon de lever totalement le doute, du moins de renforcer la vraisemblance du résultat).

Pour passer de la théorie à la pratique, on doit remplacer dans le tableau IX :

"fonction paire" par "fonction plutôt paire" et "fonction impaire" par "fonction plutôt impaire", ce qui donne le tableau X suivant

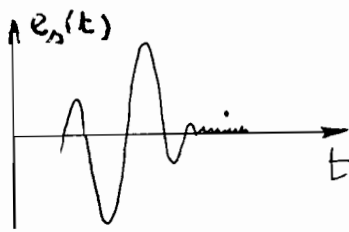
Tableau X :

(DEF = défaut ; PL = plan ; PER = perpendiculaire).

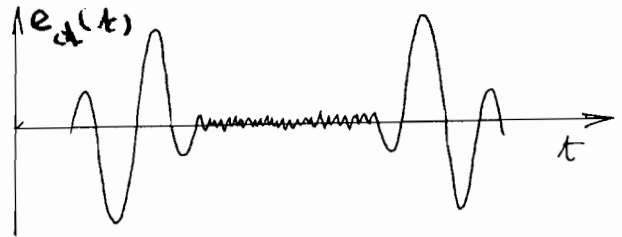
Obstacle	: Bord proche ou : grand DEF PL PER : au faisceau	: Bord lointain	: petit DEF : PL PER au : au faisceau
Intercorrélacion entre l'écho d'obstacle et l'écho de référence	: Plutôt paire : MO > 0 	: Plutôt paire : MO < 0 	: Plutôt impaire 
Intercorrélacion entre l'écho d'obstacle et la dérivée de l'écho de référence	: Fonction plutôt impaire 	: plutôt impaire 	: plutôt paire 

Remarques :

- 1) On pourra trouver des échos qui ne satisfont à aucun de ces critères et il sera alors impossible de conclure.
- 2) On s'intéresse ici uniquement aux échos simples (formés d'une seule partie) et non aux échos doubles (formés de deux parties bien distinctes):



1) Echo simple



2) Echo double

Figure 56.

Pour un écho double :

- ou ses deux parties sont de même polarité et alors il s'agit probablement de défauts ponctuels ;
- ou elles sont de polarités opposées et alors il s'agit de l'effet de bord. (Bords d'un petit défaut).

Pour l'écho double, on peut donc conclure par simple examen visuel, sans faire de calculs.

N.B :

Un défaut ponctuel est un défaut dont la plus grande dimension est très faible (voire négligeable) devant le diamètre du faisceau d'ultrasons, pour la plus haute fréquence utilisée. (Un tel défaut ne peut renvoyer qu'un écho simple).

Un petit défaut a certes sa plus grande dimension plus petite que le diamètre du faisceau mais pas négligeable devant lui : il peut renvoyer un écho double (effet de bord) comme dans le cas du petit rectangle évoqué précédemment.

Remarques sur les notations :

Sur certaines figures, les noms des échos sont notés en abrégé :

ainsi disq (ou Disq) désigne l'écho d'un petit disque perpendiculaire au faisceau et PLANPER désigne l'écho de référence. PLANPER : écho dû à un grand défaut plan perpendiculaire au faisceau.

D-2-2-2-1-2-3) Critère quantitatif de discrimination.

Considérons les cas exprimés dans le tableau X :

a) Echo de bord :

- La fonction d'intercorrélation F_b entre un écho de bord et l'écho de référence est plutôt paire.
- La fonction d'intercorrélation F_{bd} entre l'écho de bord et la dérivée de l'écho de référence est plutôt impaire :

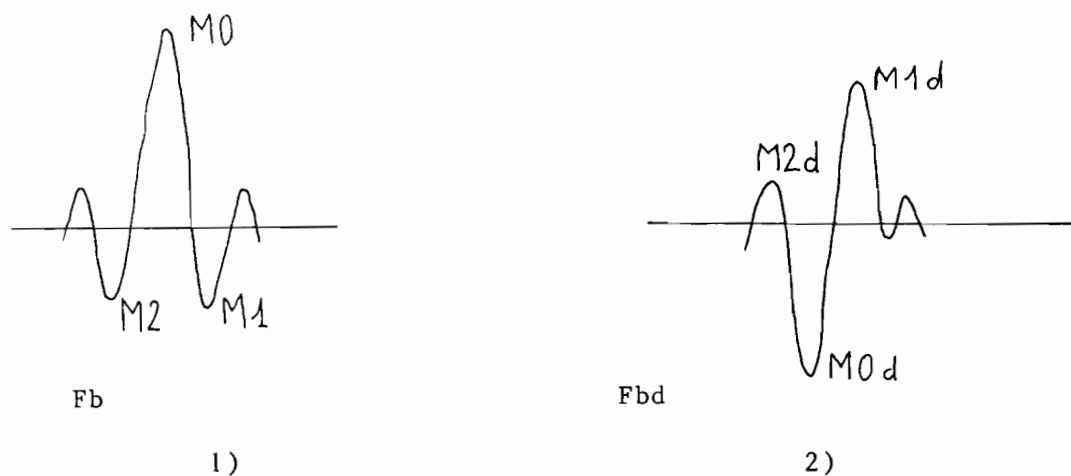


Figure 57.

b) Echo de petit défaut :

- La fonction d'intercorrélation F_{pt} entre un écho de petit défaut plan perpendiculaire au faisceau et l'écho de référence est plutôt impaire.
- La fonction d'intercorrélation F_{ptd} entre un écho de petit défaut plan perpendiculaire au faisceau et la dérivée de l'écho

de référence est plutôt paire :

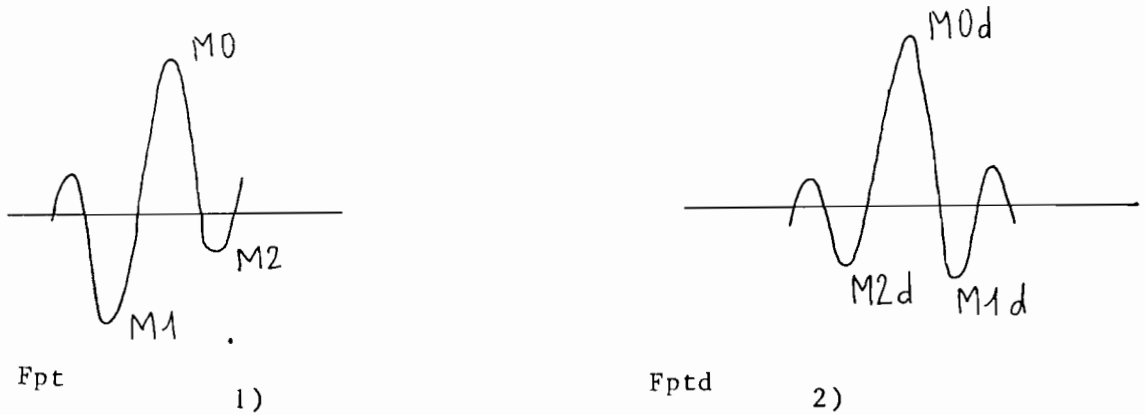


Figure 58.

Notations :

- Pour F_b et F_{pt} (intercorrélation entre l'écho d'obstacle et l'écho de référence), on pose :

M_0 : L'extremum de plus grande valeur absolue.

M_1 : Le plus grand (en valeur absolue) des deux extrema de part et d'autre de M_0 .

M_2 : Le plus petit (en valeur absolue) des deux extrema qui sont de part et d'autre de M_0 .

(voir les courbes ci-dessus).

- Pour F_{bd} et F_{ptd} (intercorrélation entre l'écho d'obstacle et la dérivée de l'écho de référence) :

M_{0d} , M_{1d} et M_{2d} ont respectivement les mêmes significations que M_0 , M_1 et M_2 ont pour F_b et F_{pt} .

Posons $R = (M_0/M_1)/(M_1/M_2) = (M_0 \cdot M_2)/(M_1)^2$:

$$R = (M_0 \cdot M_2)/(M_1)^2$$

et $R_d = (M_{0d}/M_{1d})/(M_{1d}/M_{2d}) = (M_{0d} \cdot M_{2d})/(M_{1d})^2$:

$$R_d = (M_{0d} \cdot M_{2d})/(M_{1d})^2$$

1) Dans le cas idéal :

a) Pour un bord (proche ou lointain, le signe de l'extremum de plus grande valeur absolue permettant de faire la distinction entre ces 2 cas) on a :

$$|R| > 1 \quad ; \quad |R_d| < 1$$

b) Pour un petit défaut plan perpendiculaire au faisceau :

$$|R| < 1 \quad ; \quad |R_d| > 1$$

2) Dans la pratique.

Pour un bord, on n'a pas toujours $|R| > 1$ mais $|R|$ est toujours supérieur à $|R_d|$.

Si donc on n'a pas $|R| > 1$ mais que $|R| > |R_d|$, on déduit qu'il y a présence d'un bord mais en précisant toutefois que cette conclusion comporte un certain risque d'erreur. (La conclusion est certaine quand on a $|R| > 1$ et $|R_d| < 1$). De même pour le petit défaut plan perpendiculaire au faisceau, on n'a pas toujours les conditions $|R| < 1$ et $|R_d| > 1$: mais $|R| < |R_d|$.

Dans ce cas aussi on conclut à la présence du petit défaut mais avec un certain risque d'erreur.

Remarque :

Si l'obstacle inconnu est un grand défaut plan perpendiculaire au faisceau d'ultrasons, l'écho sera semblable à l'écho de référence au coefficient de réflexion près et les fonctions d'intercorrélation auront les mêmes propriétés que celles relatives au bord proche.

La courbe échodynamique permettra de savoir facilement s'il s'agit d'un bord ou d'un plan perpendiculaire.

Récapitulation :

1) Cas où la conclusion est certaine :

a) Si $|R| > 1$ et $|R_d| < 1$, il s'agit d'un bord (proche ou lointain) ou d'un défaut plan perpendiculaire au faisceau.

b) Si $|R| < 1$ et $|R_d| > 1$, on a un petit défaut plan perpendiculaire au faisceau d'ultrasons.

2) Cas où la conclusion est possible mais avec une marge d'erreur :

$|R|$ et $|R_d|$ sont tous les deux inférieurs à 1 :

$|R| < 1$ et $|R_d| < 1$:

a) Si $|R| > |R_d|$ on a plutôt un bord (proche ou lointain) ou un grand défaut plan perpendiculaire au faisceau :

La distinction entre bord proche et bord lointain se fera par le signe de l'extremum de plus grande valeur absolue de la fonction d'intercorrélacion entre l'écho de l'obstacle et l'écho de référence et la discrimination entre bord et grand défaut plan perpendiculaire au faisceau se fera à l'aide de la courbe échodynamique.

b) Si $|R| < |R_d|$ on a plutôt un petit défaut plan perpendiculaire au faisceau.

3) Cas où on ne peut pas conclure :

Si $|R|$ et $|R_d|$ sont tous les deux supérieurs à 1, on ne peut pas conclure. (Même chose si $|R| = |R_d|$).

On rappelle que pour la fonction d'intercorrélacion entre l'écho de défaut et l'écho de référence $R = (M0.M2)/(M1)^2$ et pour la fonction d'intercorrélacion entre l'écho de défaut et la dérivée de l'écho de référence, on a :

$$R_d = (M0d.M2d)/(M1d)^2.$$

Remarque :

Une étude ultérieure portant sur des cas réels plus nombreux permettra seule de proposer des limites quantitatives plus précises grâce auxquelles on pourra ranger l'écho d'un défaut inconnu dans une des catégories suivantes :

- bord (proche ou lointain)
- petit défaut
- cas douteux.

Dans les cas douteux, on se propose aussi (dans cette étude ultérieure) de calculer la probabilité de chaque éventualité.

Remarque :

On rappelle que la distinction entre bord proche et bord lointain se fait par le signe de M_0 , l'extremum de plus grande valeur absolue de la fonction d'intercorrélation $C_{xy}(t)$ entre l'écho d'obstacle $x(t)$ et l'écho de référence $y(t)$:

$M_0 > 0$: Bord proche

$M_0 < 0$: Bord lointain.

4) Tableau de résultats :

Plusieurs expériences ont été menées. Quelques résultats sont regroupés dans le tableau XI (de la page suivante).

Notations :

RECT : Echo du petit défaut plan rectangulaire perpendiculaire au faisceau.

DISQ : Echo du petit défaut plan circulaire perpendiculaire au faisceau.

BP : Echo de bord proche.

BL : Echo de bord lointain.

PLANP1 et PLANP2 sont des échos de grands défauts plans perpendiculaires au faisceau d'ultrasons.

PLANPER est l'écho de référence.

(on désigne par le même nom une cible et son écho).

Tableau XI :

	$C_{xy}(t)$		$C_{xy}'(t)$	
	$ R $	MO	$ Rd $	
: Défauts				
: PLANPER (référence)	1.7	65.05	0.45	
: RECT	0.69	49.1	0.813	
: DISQ	0.524	-57.8	1.48	
: PLANP1	1.31	72.81	0.6	
: PLANP2	1.15	66.7	0.71	
: BP	1.1	73.3	0.65	
: BL	0.97	-70.22	0.8	

Commentaires :

La fonction d'autocorrélation et la fonction d'intercorrélacion de l'écho de référence (PLANPER) avec sa dérivée correspondent au cas idéal :

$$|R| > 1 \quad (|R| = 1.7) \text{ et}$$

$$|Rd| < 1 \quad (|Rd| = 0.45)$$

($|R|$ et $|Rd|$ sont de part et d'autre de 1).

Les échos DISQ, PLANP1, PLANP2 et BP correspondent au cas 1), cas où la conclusion est certaine (soit $|R| > 1$ et $|Rd| < 1$, soit $|R| < 1$ et $|Rd| > 1$).

RECT et BL représentent celui où la conclusion peut se faire, mais avec réserve.

Remarque :

L'amplitude du maximum de la fonction d'intercorrélation entre deux signaux dépend de leur degré de ressemblance mais aussi de leurs amplitudes respectives. Pour rendre la fonction d'intercorrélation indépendante de celles-ci, on norme les signaux: on peut par exemple les normer par leur maximum (en valeur absolue) ou par leur puissance :

Norme par le maximum :

Soit un signal de N échantillons : $X(0), X(1), \dots, X(I), \dots, X(N-1)$; soit $X(K)$ l'extremum ayant la plus grande valeur absolue, on définit une nouvelle suite $X_m(I)$ par :

quel que soit I, compris entre 0 et N-1 (bornes comprises), on a :

$$X_m(I) = X(I)/X(K) ;$$

Ainsi toutes les valeurs de $X_m(I)$ sont comprises entre -1 et +1 (bornes comprises);

Par définition, X_m représente X normé par le maximum du signal.

Norme par la puissance :

Soit le même signal X de N échantillons : $X(0), \dots, X(I), \dots, X(N-1)$,

$$\text{Soit } P = (1/N) \cdot \left(\sum_{I=0}^{N-1} X^2(I) \right)$$

Le signal X_p obtenu en normant X par sa puissance est tel que, quel que soit I compris entre 0 et N-1 (bornes comprises), on

a :

$$X_p(I) = X(I)/P .$$

D-3) Discrimination utilisant 5 extrema des fonctions d'intercorrélation : indice de parité.

D-3-1) Introduction

Pour renforcer la vraisemblance de la méthode de discrimination, on utilise ici cinq extrema des fonctions d'intercorrélation (et non plus seulement trois comme précédemment) : la fonction d'intercorrélation F entre l'écho d'obstacle inconnu et l'écho de référence d'une part, la fonction d'intercorrélation F_d entre le même écho de défaut inconnu et la dérivée de l'écho de référence.

J'appelle :

- M0 le plus grand extremum en valeur absolue (de F ou de F_d).
- M1 et M2 les deux extrema de part et d'autre de M0 : M1 et M2 sont tels que la valeur absolue de M1 est supérieure ou égale à celle de M2.
- M3 premier extremum après M1 (en partant de M0).
- M4 premier extremum après M2 (en partant de M0).

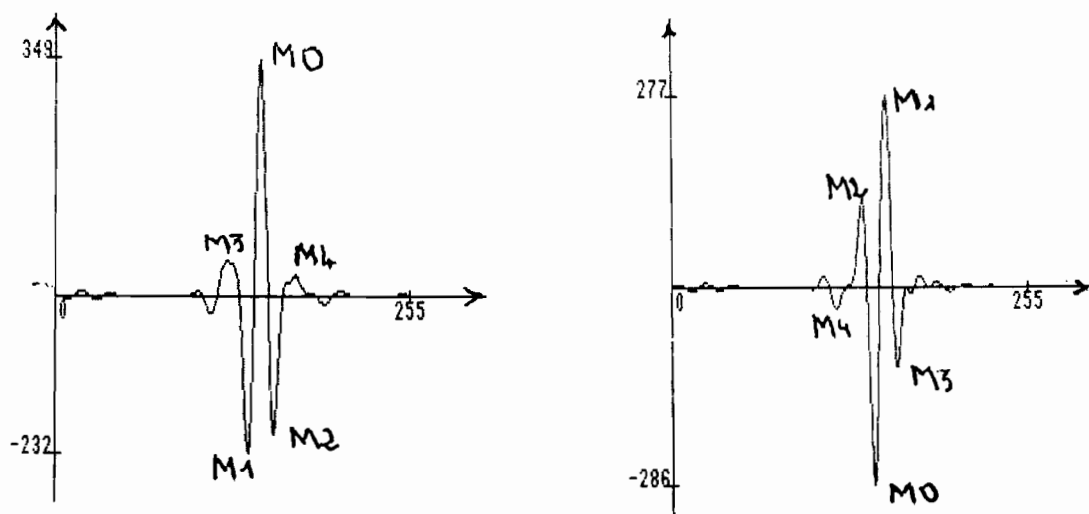


Figure 59 : définition des extrema M0, M1, M2, M3 et M4 :
 A gauche, exemple d'une fonction plutôt paire, à droite, cas d'une fonction plutôt impaire. La courbe de gauche représente l'intercorrélation entre un écho de bord proche et l'écho de référence (écho d'un défaut plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente);
 Celle de droite est relative à l'intercorrélation entre l'écho de bord proche et la dérivée de l'écho de référence : traduc-

teur plan large bande .

D-3-2) Indice de parité.

Si la fonction d'intercorrélacion (F ou Fd : voir introduction ci-dessus) est plutôt impaire, la valeur absolue du rapport $(M_0-M_1)/(M_0-M_2)$ et celle de $(M_1-M_3)/(M_2-M_4)$ sont supérieures à 1. Ces 2 valeurs tendent au contraire vers 1 pour une fonction plutôt paire.

Soit le produit $((M_0-M_1)/(M_0-M_2)).((M_1-M_3)/(M_2-M_4))$: appelons Ap sa valeur absolue dans le cas de l'intercorrélacion entre l'écho du défaut inconnu et l'écho de référence et Bp sa valeur absolue dans le cas de l'intercorrélacion entre le même écho d'obstacle inconnu et la dérivée de l'écho de référence. Par définition, l'Indice de Parité (noté IP) est :

$$IP = Bp - Ap. \quad (64)$$

Si IP est positif, les deux échos sont plutôt semblables ;
Si IP est négatif, ils ont plutôt entre eux un rapport de dérivation.

Le signe de M_0 (plus grand extremum en valeur absolue) sert à faire la discrimination entre bord proche et bord lointain si IP est positif.

D-3-3) Application expérimentale

Les expériences ont été faites d'abord avec des traducteurs plans (large bande) puis avec des traducteurs focalisés (large bande).

Les cibles sont des bases de cylindres ou un plan ou demi-plan quasi-infini (cibles dans l'eau) ou des trous à fond plat (défauts artificiels créés dans un bloc d'acier : figure 60).

D-3-3-1) Traducteur plan large bande.

Expérience et théorie concordent assez bien quand l'émetteur est un traducteur plan (large bande), tant pour des défauts en milieu solide qu'en milieu liquide. Nous présentons ce dernier cas.

Le traducteur plan utilisé a les caractéristiques suivantes :

diamètre 10mm. Spectre de l'écho après réflexion sur un grand défaut plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente : maximum à la fréquence 3,0 MHz ; limites à -6dB : 1,8 MHz et 5,0 MHz.

La distance entre le traducteur et les cibles est 220mm.

Les cibles dans l'eau sont :

un grand défaut plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente dont l'écho constitue le signal de référence,

un demi-plan (échos de bord proche et de bord lointain),
disque de diamètre 5mm et rectangle de côtés 1,8mm et 3,9mm
(petits défauts).

On obtient les valeurs suivantes pour l'indice de parité :

- Echo de bord proche (angle d'inclinaison = 14 degrés)
IP = +2,97.
- Echo de bord lointain (angle d'inclinaison = -14 degrés)
IP = +0,69.
- Echo du rectangle (petit défaut : angle d'inclinaison = 0 degré)
IP = -4,05.
- Echo du disque (petit défaut : angle d'inclinaison = 0 degré)
IP = -1,08.

On constate que le cas de l'écho de bord lointain est moins évident que les autres : l'indice de parité (IP) est ici trop peu différent de 0. Une explication proposée est que l'écho de bord lointain est une combinaison du signal de diffraction et d'ondes ayant suivi d'autres trajets plus complexes (les ondes de surface entre autres), ceci ayant surtout lieu pour des cibles immergées dans l'eau.

La ressemblance entre l'écho de référence et les échos de bord est attestée par le signe positif de l'indice de parité (IP). Pour les petites cibles, IP est négatif : leur écho est semblable à la dérivée de l'écho de référence.

D-3-3-2) Traducteurs focalisés.

Il a été utilisé un traducteur focalisé large bande de fréquence centrale 1,4 MHz, de diamètre 33mm ; le maximum du spectre diminue de 6dB pour les fréquences 0,6 MHz et 2,7 MHz.

D-3-3-2-1) Cibles immergées dans l'eau.

Ici, le petit défaut est un disque de diamètre 1mm.
Le tableau suivant présente les résultats obtenus :

Tableau XII.

Echo de l'obstacle supposé inconnu	:	Echo de référence	:	Indice de Parité
Bord proche 10 degrés	:	Plan normal à l'axe du faisceau ultra- sonore incident	:	+0,05
Bord proche 30 degrés	:	Idem	:	-0,37
Bord proche 45 degrés	:	Idem	:	+1,45
Bord lointain 10 degrés	:	Idem	:	-2,57
Bord lointain 30 degrés	:	Idem	:	+0,14
Disque de diamètre 1mm	:	Idem	:	+2,44
Disque de diamètre 1mm	:	Bord proche 30 degrés	:	-0,55
Disque de diamètre 1mm	:	Bord lointain 30 degrés	:	-1,41

On constate que dans le cas du traducteur focalisé large bande, les relations entre les échos de bords ou de petits défauts et l'écho de référence ne sont pas constantes. Par contre, les relations entre échos de bord (proche ou lointain) et échos de petits défauts sont reproductibles. Je n'ai pas encore trouvé d'explication à ces phénomènes.

D-3-3-2-2) Défauts artificiels dans l'acier.

Les petits défauts sont des trous à fond plat de diamètre 0,5mm et 1mm respectivement à 43 et à 35mm de la surface. Les bords proche et lointain sont ceux d'un trou à fond plat de 10mm de diamètre, incliné de 30 degrés par rapport à la normale à la surface du bloc d'acier, à 35mm de la surface (figure 60).

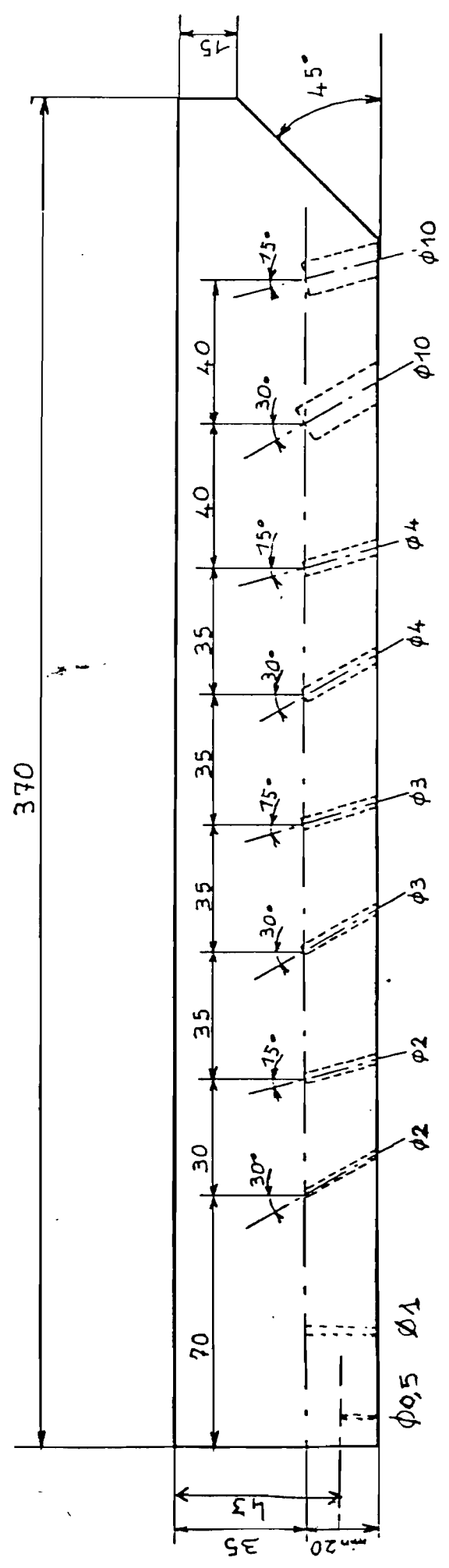
Le fait de n'avoir pas des bords rectilignes est pénalisant pour cette méthode de discrimination mais nous rapproche des cas réels de contrôle. La distance entre le fond du bloc d'acier et sa surface est 55mm. Dans tous les cas, la cible doit être à l'intérieur de la zone focale du traducteur émetteur.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

Tableau XIII.

Echo de l'obstacle supposé inconnu	Echo de référence	Indice de Parité
Bord proche	Surface	0,55
Bord lointain	Idem	0,09
Disque de diamètre 0,5mm	Idem	1,81
Disque de diamètre 1mm	Idem	1,9
Bord proche	Fond	0,52
Bord lointain	Idem	0,50
Disque de diamètre 0,5mm	Idem	-0,38
Disque de diamètre 1mm	Idem	1,41
Disque de diamètre 0,5mm	Bord proche	-3,15
Disque de diamètre 1mm	Idem	-1,95
Disque de diamètre 0,5mm	Bord lointain	-1,40
Disque de diamètre 1mm	Idem	-1,53

Figure 60 :
Etude dans un milieu solide : trous à fond plat dans un bloc d'acier.



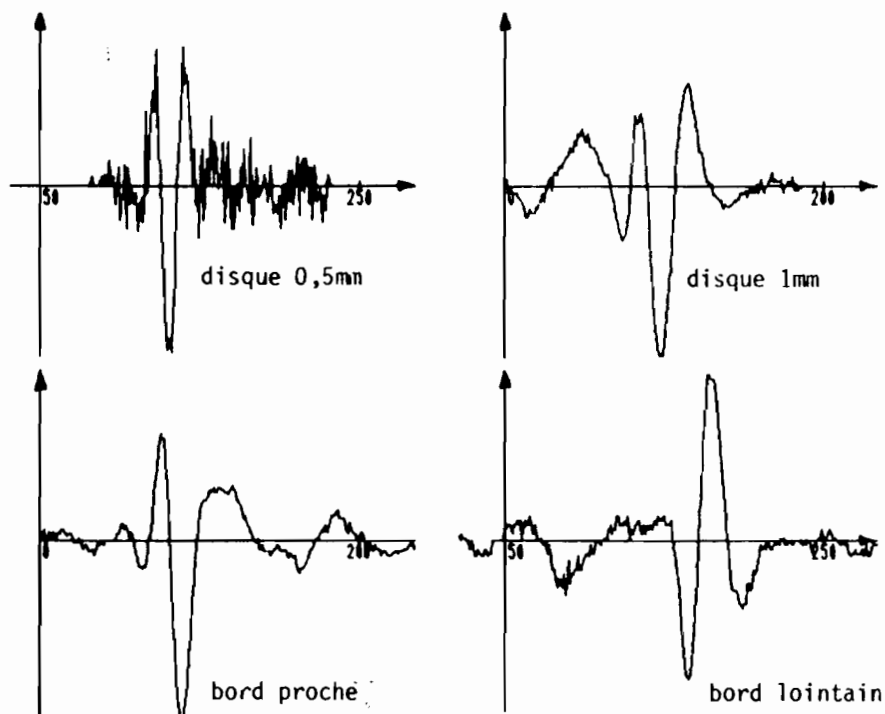
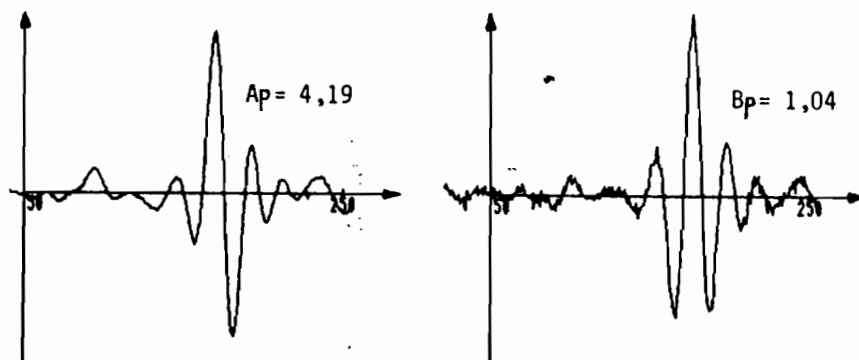


Figure 61 : Echos renvoyés par des trous à fond plat (\varnothing 0,5 et 1mm), le bord proche et le bord lointain d'un trou à fond plat de \varnothing 10mm incliné à 30° par rapport à l'axe d'un traducteur large bande focalisée ($D = 38\text{mm}$ $F = 260\text{mm}$). En abscisse unités de temps de 20nS.



Disque 0,5mm / Bord proche : $IP = -3,15$

Figure 62 : Première partie.

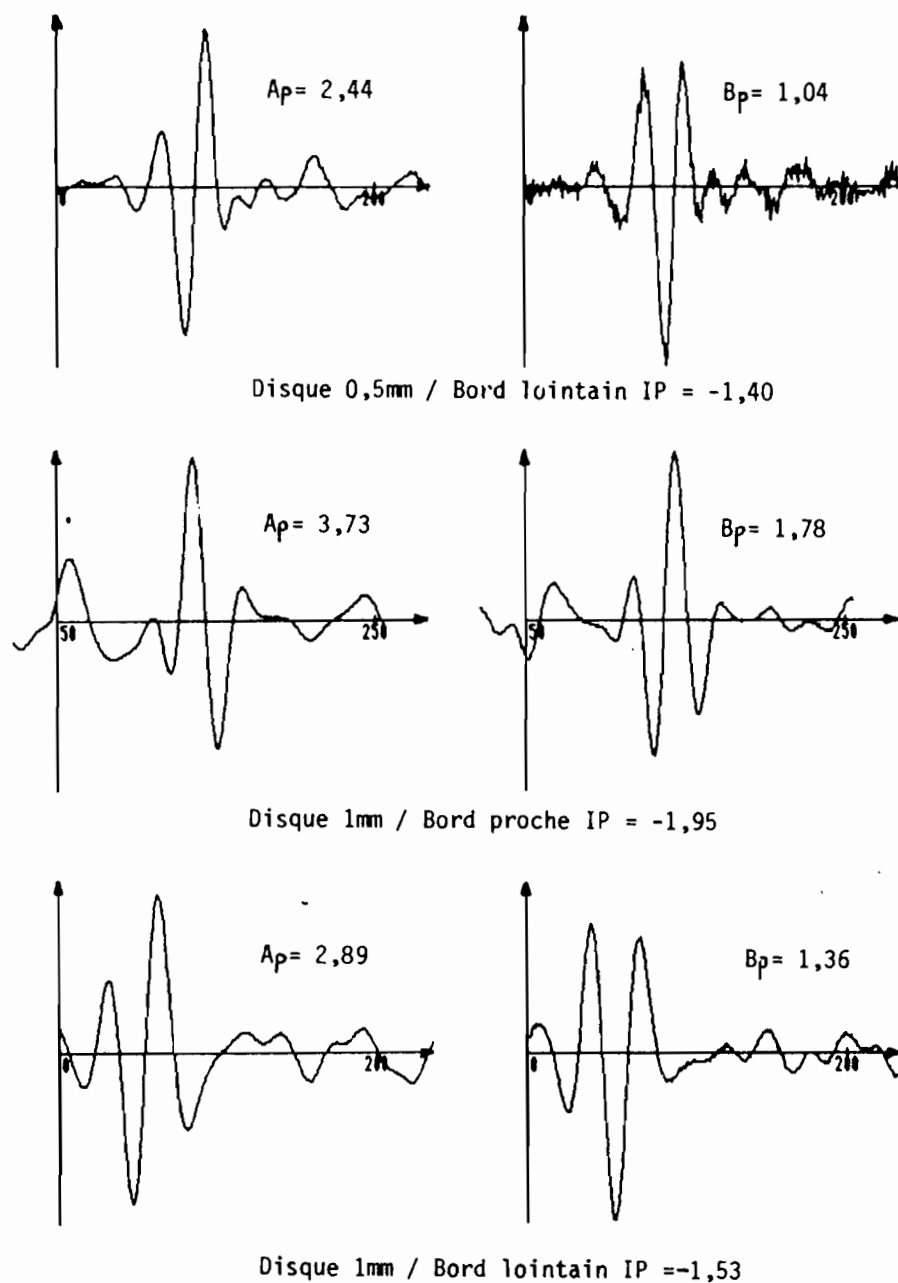


Figure 62 (suite) : Courbes d'intercorrélacion des échos revenant des trous à fond plat (0,5 et 1mm), avec les échos de bord proche et bord lointain (à gauche), avec leurs dérivées (à droite). En abscisse unités de temps de 20ns, en ordonnées unités arbitraires.

Comme pour les cibles immergées dans l'eau, les relations entre les échos de bords et de petits défauts d'une part et l'écho d'un grand défaut plan (ici écho de surface ou écho de fond) ne sont pas constantes. Par contre, la relation de dérivation entre échos de petits défauts et échos de bord (proche ou lointain) est établie (Indice de Parité négatif).

Les figures 61 et 62 correspondent à ce dernier cas.

D-3-4) Améliorations de la méthode de discrimination.

D-3-4-1) Introduction :

La discrimination utilise toujours la parité ou l'imparité de la fonction d'intercorrélacion entre l'écho de l'obstacle inconnu (ou supposé tel) et l'écho de référence ou de sa dérivée.

Comme précédemment, l'Indice de Parité, IP, est défini par $B_p - A_p$ (voir paragraphe D-3-2).

Cependant, la procédure suivie ici apporte les deux améliorations suivantes par rapport à la méthode précédente : indépendance de la méthode de discrimination de la ligne de base, reconnaissance et saut des "faux extrema" (en général dus aux bruits) ou lissage des signaux bruités avant intercorrélacion.

D-3-4-2) Indépendance de la méthode de discrimination de la ligne de base.

Pour rendre le programme de discrimination totalement indépendant de la ligne de base, les extrema M_0 , M_1 , M_2 , M_3 et M_4 sont choisis de telle sorte qu'ils vérifient les conditions suivantes :

$$\text{-a) } |M_0 - M_1| \geq |M_0 - M_2| \geq |M_1 - M_3|$$

-b) M_1 et M_2 sont de part et d'autre de M_0

-c) M_3 est le premier extremum suivant M_1 (sur l'axe des abscisses, en partant de M_0)

-d) M_4 est l'extremum venant après M_2 (sur l'axe des abscisses, en partant de M_0)

Ainsi, contrairement à la méthode précédente (paragraphe D-3-2), les extrema M_0 , M_1 , M_2 et M_3 ne sont plus choisis en fonction de leur valeur absolue mais suivant l'ordre de grandeur de la valeur absolue de leurs différences : on obtient ainsi un algorithme de discrimination totalement indépendant de la ligne de base.

Comme il a été déjà vu, pour une fonction plutôt impaire, la valeur absolue de $(M_0 - M_1)/(M_0 - M_2)$ et celle de $(M_1 - M_3)/(M_2 - M_4)$ sont supérieures à 1. Pour une fonction plutôt paire, elles tendent vers 1. Appelons (comme précédemment) le produit de ces deux valeurs absolues A_p dans le cas de l'intercorrélacion entre l'écho de défaut inconnu et l'écho de référence, et B_p le produit des mêmes valeurs absolues pour l'intercorrélacion entre le même écho de défaut et la dérivée de l'écho de référence. L'indice de parité (I_p), défini par $B_p - A_p$, sera donc positif si les deux échos sont plutôt semblables (intercorrélacion plutôt paire) et négatif si les signaux ont entre eux plutôt un rapport de dérivation (intercorrélacion plutôt impaire). La courbe ci-dessous explique le choix de cette nouvelle méthode :

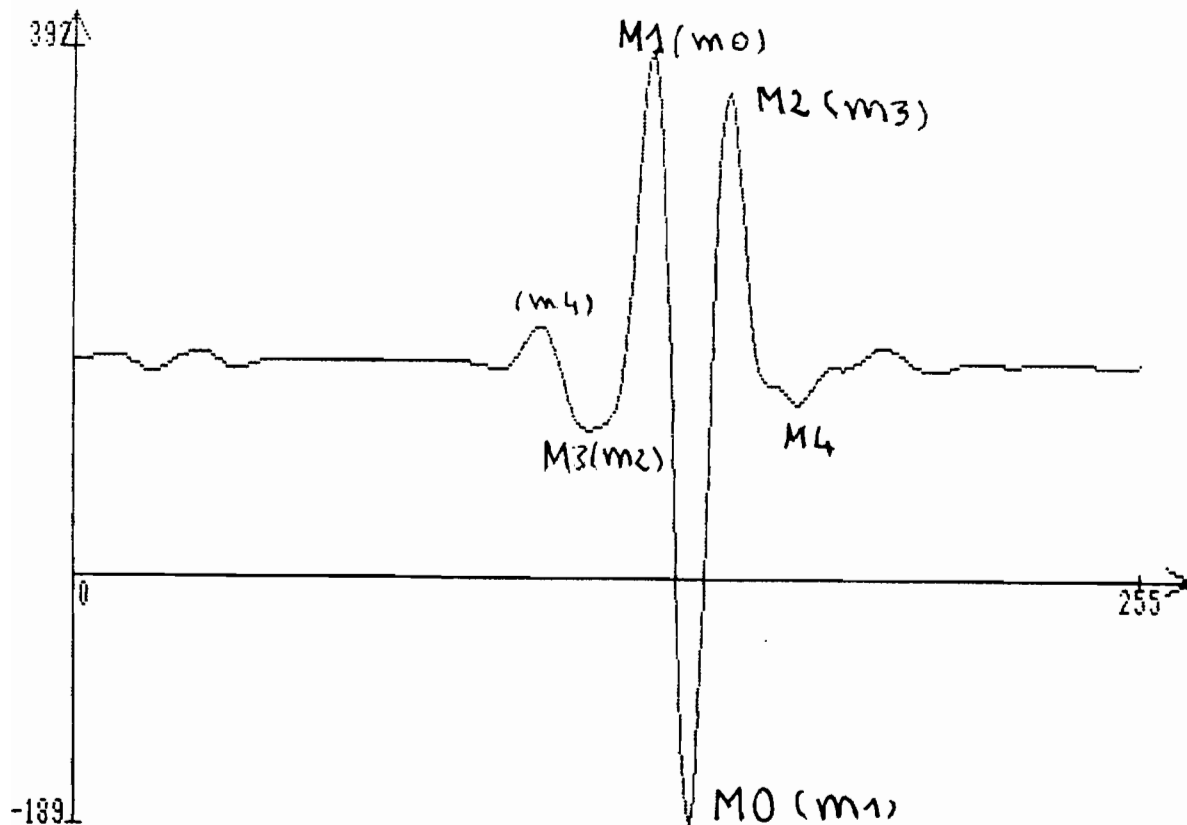


Figure 63 : illustration de l'influence de la ligne de base sur la fonction d'intercorrélacion

Sur cette figure j'ai pris la ligne de base assez importante pour mieux illustrer mon propos, les extrema choisis suivant l'ancienne méthode sont notés en lettres minuscules ((m_0) , (m_1) , (m_2) , (m_3) , (m_4)); ceux obtenus par la nouvelle méthode sont notés en lettres majuscules (M_0 , M_1 , M_2 , M_3 et M_4). La supériorité du dernier critère de discrimination sur les autres vient de ce qu'il rend les calculs indépendants de la ligne de base. Toutefois, cette amélioration de la méthode de discrimination ne change pas les résultats déjà obtenus car dans les expériences menées jusqu'ici, on n'a pas été confronté à des cas de ligne de base importante.

D-3-4-3) "Saut" des "faux extrema" apparaissant éventuellement dans la fonction d'intercorrélation

Soit la fonction (ici, il s'agit d'une fonction d'intercorrélation) représentée par la figure ci-dessous :

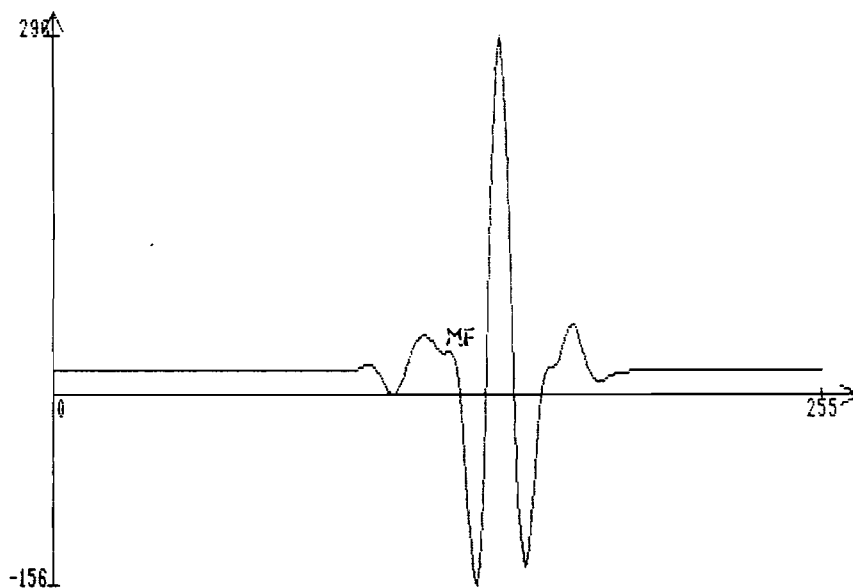


Figure 64 : exemple de "faux extremum"

J'appelle "faux extremum" un extremum du type MF de la courbe ci-dessus : il est dû par exemple aux bruits présents dans les signaux à intercorrélés. L'importance des "faux" extrema est surtout notable dans la fonction d'intercorrélation entre un signal S_1 et la dérivée d'un autre signal S_2 plus ou moins bruité.

Le programme de discrimination appelé SONDLIS permet de "sau-

ter" ces "faux extrema" (annexe A3).

SONDLIS, en plus de la reconnaissance des "faux extrema", fait d'autres opérations parmi lesquelles on peut citer :

- dérivation de fonction (sous-programme DEV)
- amortissement des signaux (sous-programme AMT : Annexe A1)
- intercorrélation entre deux signaux (sous-programme FIC)
- calcul de l'indice de parité (Ip) et affichage du résultat de la discrimination.

(Les sous-programmes DEV et FIC, qui ne sont pas donnés ici en annexe, ont été sauvegardés sur disquette.)

Remarque :

Le programme principal SONDLIS permet de "sauter" les "faux extrema" (i.e. les reconnaît comme tels et n'en tient donc pas compte dans le choix de M0, M1, M2, M3 et M4) quand il n'y en a pas un très grand nombre (signaux fortement bruités).

Si les signaux ont un rapport signal sur bruit assez faible, il faudra les lisser avant de les intercorrélérer (cf programme de lissage LISS en annexe A4)

D-3-4-4) Résultats expérimentaux

Les expériences ont été refaites en tenant compte des remarques précédentes.

D-3-4-4-1) Traducteur plan

En considérant des cibles immergées dans l'eau et en prenant pour référence un grand défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau incident, on retrouve les mêmes résultats que précédemment (on a gardé les mêmes cibles) : la raison en est que les signaux utilisés ici sont peu bruités

(Le rectangle et le disque dont il est question dans le tableau suivant (tableau XIV) sont de petits défauts plans perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde incidente (plane))

Tableau XIV

Défauts :	Indice de parité (IP) :
Bord proche (14 degrés)	2,97
Bord lointain (-14 degrés)	0,69
Rectangle (1,6mm sur 3,9mm)	-4,05
Disque de diamètre 5mm	-1,08

0-3-4-4-2) Traducteur focalisé

Les résultats expérimentaux dans le cas de cibles immergées dans l'eau concordent avec ceux obtenus quand on considère des défauts artificiels dans l'acier : trous à fond plat de diamètre 0,5mm et 1mm (petits défauts), de diamètre 10mm et incliné de 30 degrés (par rapport à la normale à la surface du bloc d'acier) pour les bords proche et lointain.

Rappelons que le fait de n'avoir pas des bords rectilignes n'est pas conforme au cas théorique mais correspond au contrôle réel.

Tableau de résultats :

Tableau XV

Echo du défaut	Echo de référence	Indice de Parité
Bord proche	Surface	-2,66
Bord lointain	Idem	-4,24
Disque de diamètre 0,5mm	Idem	+2,19
Disque de diamètre 1mm	Idem	+1,35
Disque de diamètre 0,5mm	Bord proche	-3,15
Disque de diamètre 1mm	Idem	-1,95
Disque de diamètre 0,5mm	Bord lointain	-1,40
Disque de diamètre 1mm	Idem	-1,53

Le fait que les échos de petits défauts (disques : diamètres 0,5mm et 1mm) et les échos de bord (proche ou lointain) ont entre eux plutôt un rapport de dérivation est confirmé (écho d'un petit défaut semblable à la dérivée de l'écho de bord) : indices de parité négatifs.

Mais, ici encore, on remarque que la relation constatée entre l'écho d'un grand défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau focalisé incident et celui d'un bord ou d'un petit défaut n'est pas conforme au résultat théorique établi pour une onde plane : ce point reste à éclaircir.

Toutefois, il est à remarquer que les indices de parité, à la suite des améliorations apportées à la méthode de discrimination (élimination de l'effet de la ligne de base, "saut de faux extrema" ou lissage de signaux bruités avant intercorrélation), les indices de parité apparaissent donc (de façon générale) plus nettement différents de 0 que précédemment (cf les tableaux XIII et XV ainsi que les annexes A3, A4 et A5).

D-4) Variation de l'extremum de plus grande valeur absolue de la fonction d'intercorrélation avec l'angle d'incidence.

D-4-1) Introduction :

Dans les études précédentes, on a fixé l'angle θ entre l'axe du faisceau d'ultrasons et la normale à la surface de l'obstacle (plan) et on s'intéressait à la variation des signaux en fonction du temps et à la forme de leurs intercorrélations (parité ou imparité).

Ici nous essayons de voir s'il n'est pas possible de faire la discrimination entre les défauts en considérant la variation, en fonction de l'angle d'incidence, du maximum (en valeur absolue) de la fonction d'intercorrélation entre leur écho et l'écho de référence.

Pour chaque angle θ , on calcule d'une part la fonction d'intercorrélation entre l'écho du défaut, $E_{\text{déf}}$, et l'écho de référence, $E_{\text{réf}}$, d'autre part la fonction d'intercorrélation entre $E_{\text{déf}}$ et la dérivée de $E_{\text{réf}}$. On relève l'extremum de plus grande valeur absolue de chacune de ces fonctions. Les angles sont exprimés en degrés.

D-4-2) Les différents cas :

L'écho de référence est dû à un grand défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau incident. L'écho de défaut (supposé inconnu) est un écho de bord proche. Le traducteur utilisé émettant des signaux moyennement amortis, les intercorrélations ont été calculées pour deux cas : avec des signaux bruts (sans amortissement) puis avec des signaux numériquement amortis (le programme d'amortissement numérique est donné en annexe A1). Les échos sont soit normés par leur maximum (en valeur absolue), soit par leur puissance: cf page 125 la définition des normes.

(a) Signaux bruts (sans amortissement numérique) :

En abscisse est porté l'angle θ en degrés, en ordonnée l'extremum de plus grande valeur absolue des fonctions d'intercorrélation .

Signaux normés par leurs maxima : figure 65-a.

La courbe supérieure est relative à l'intercorrélation entre $E_{d\acute{e}f}$ et la dérivée de $E_{r\acute{e}f}$ et celle du dessous à l'intercorrélation entre $E_{d\acute{e}f}$ et $E_{r\acute{e}f}$.

Signaux normés par leur puissance : figure 65-b.

Pour des raisons de commodité, la puissance a été divisée par 25.

b) Signaux numériquement amortis.

Figure 66-a : signaux préalablement normés par leur maxima

Figure 66-b : signaux préalablement normés par leur puissance

Remarques :

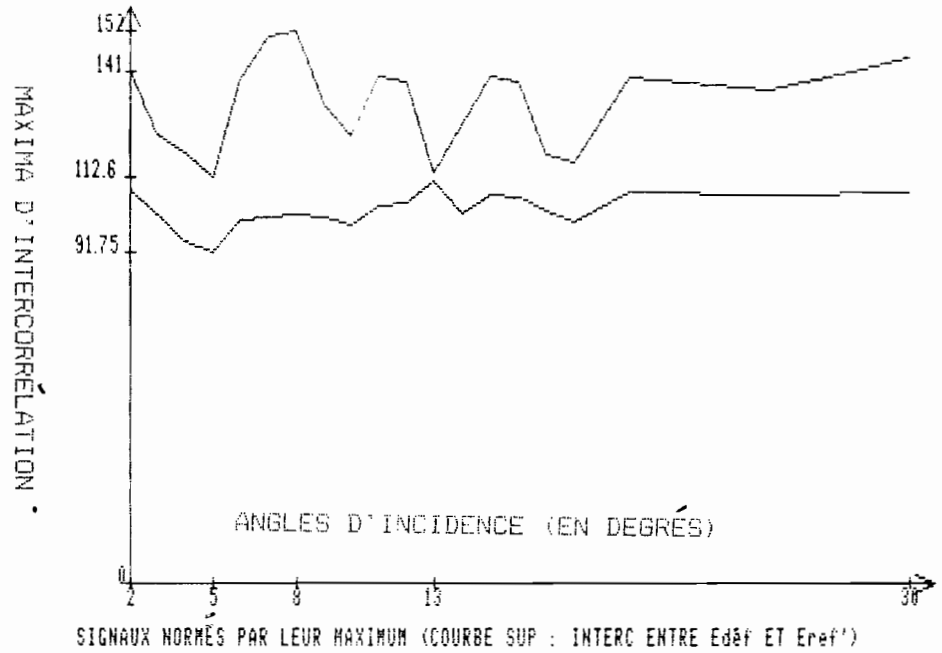
1) On constate que les deux courbes représentant la variation, en fonction de l'angle d'incidence θ , des maxima d'intercorrélation entre l'écho de bord proche $E_{d\acute{e}f}$ et l'écho de référence $E_{r\acute{e}f}$ d'une part, l'écho de bord proche et la dérivée de l'écho de référence de l'autre, sont plus ou moins bien séparées.

2) Pour des signaux normés par leurs maxima, la séparation est d'autant plus nette que les signaux sont peu amortis.

3) Au contraire, pour des signaux normés par leur puissance, la séparation est d'autant plus nette que les signaux sont plus amortis.

Mais il n'a pas été possible de trouver un critère quantitatif de discrimination avec la variation, en fonction de l'angle d'incidence, du maximum de la fonction d'intercorrélation : en effet, on constate que l'écart entre les deux courbes telles que celles de la figure 65-a n'est pas constant.

a)



b)

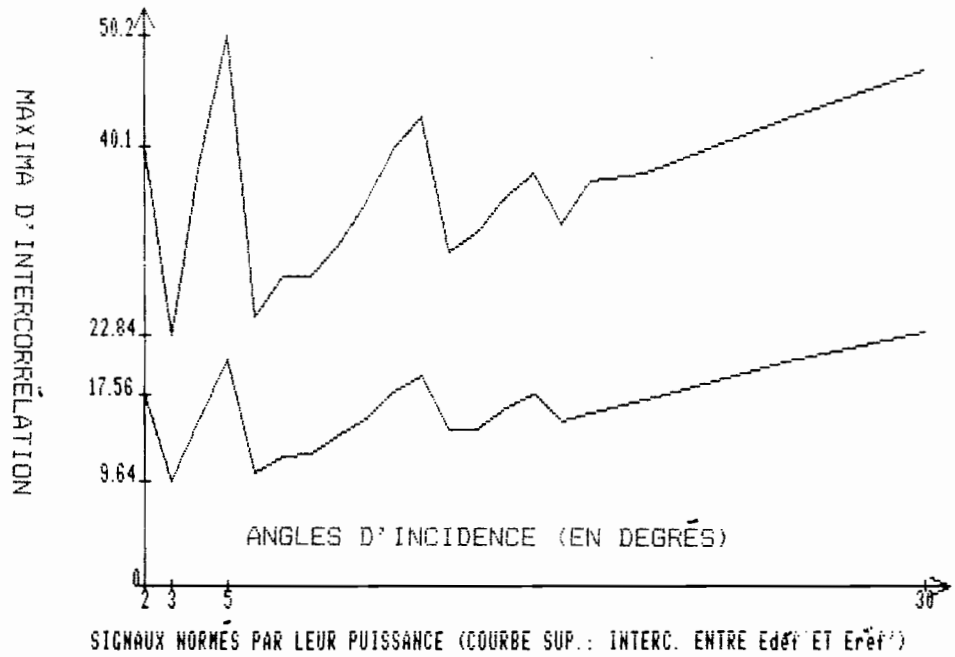


Figure 65 : représentations de la variation du maximum d'intercorrélation en fonction de l'angle d'incidence (signaux n'ayant pas subi d'amortissement numérique) : Edéf : écho de bord proche; Eréf' : dérivée, par rapport au temps, de l'écho de référence Eréf

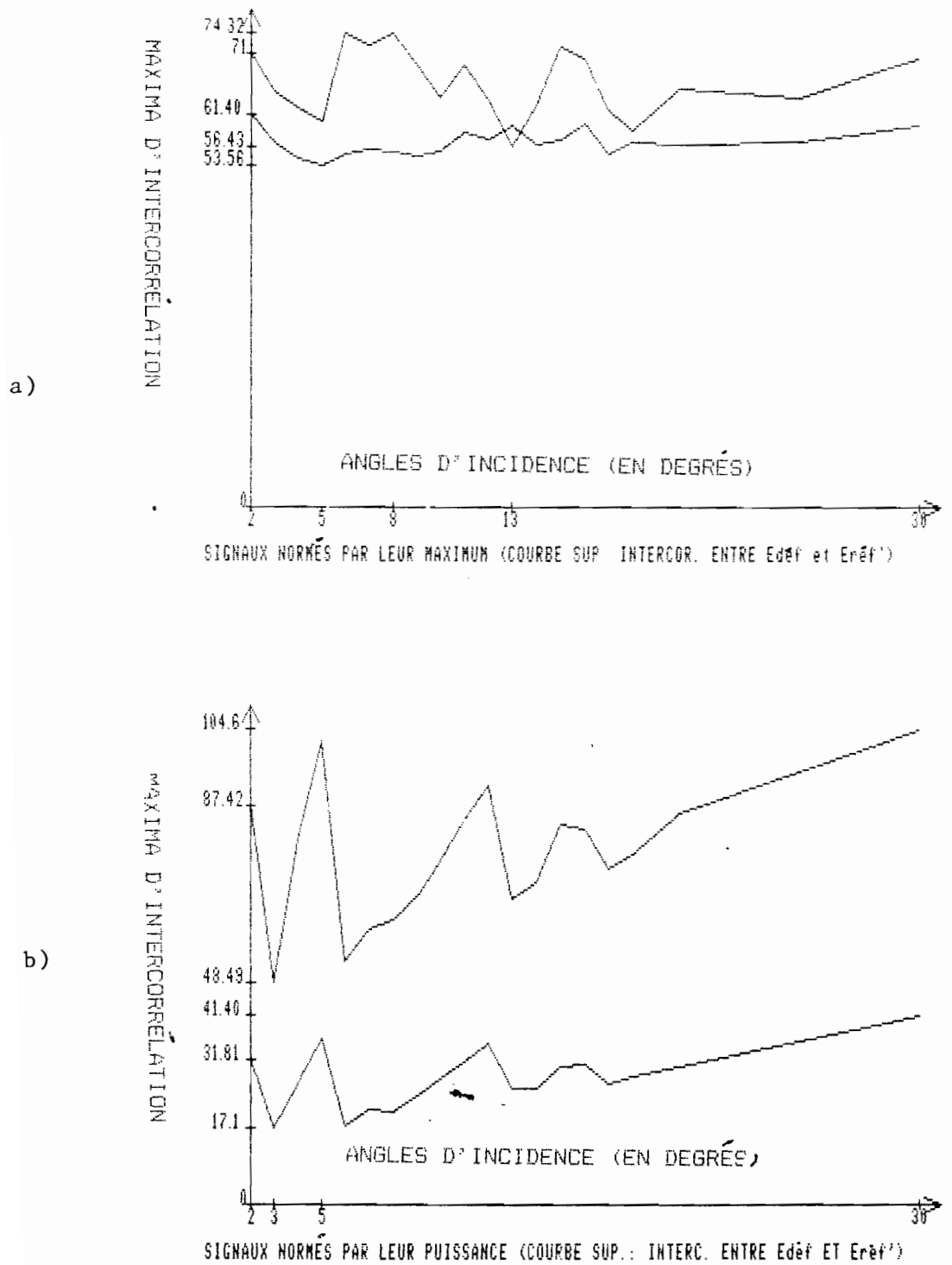


Figure 66 : représentations de la variation du maximum d'intercorrélacion en fonction de l'angle d'incidence (signaux ayant subi un amortissement numérique): Edéf : écho de bord proche ; Eréf' : dérivée par rapport au temps de l'écho de référence Eréf

E)

Quatrième partie:

Dimensionnement d'un petit défaut
par calcul de la fonction d'autocorrélation
de son écho.

Dimensionnement d'un défaut plan par autocorrélation de son signal d'écho.

E-1) Introduction :

Dans la partie bibliographique, j'ai parlé de quelques méthodes de dimensionnement de défauts. Ici, j'en propose une basée sur :

a) Le phénomène de diffraction des ondes ultrasonores et l'inversion de polarité.

b) Certaines propriétés de la fonction d'autocorrélation d'un signal à structure d'échos (cf. annexe A7).

Je suppose dans tout ce qui suit que le diamètre du faisceau ultrasonore incident est plus grand que la taille de la cible. En outre, je me limite au cas où le milieu de propagation des ondes est fluide (plus précisément, il s'agit d'un milieu aqueux). Les obstacles sont plans, de bords francs.

E-2) Fonction d'autocorrélation d'un signal à structure d'échos : cas où le signal ne comporte qu'un écho.

E-2-1) Définition :

Soit $s(t)$ un signal d'énergie finie. Le signal à structure d'échos $se(t)$ construit à partir de $s(t)$ a la forme suivante (annexe A7) :

$$\begin{aligned} se(t) &= s(t) + a_1.s(t-t_1) + a_2.s(t-t_2) + \dots + a_n.s(t-t_n) \\ &= s(t) + \sum_{i=1}^n a_i.s(t-t_i) \end{aligned} \quad (65)$$

n est le nombre d'échos, les a_i et les t_i sont des constantes, t la variable temps.

Je m'intéresse au cas où l'espacement entre deux échos successifs est constant. On a alors :

Pour tout i ($i \leq n$), $t_i = i.t_0$ (t_0 est une constante).

L'équation (65) devient :

$$\left. \begin{aligned} se(t) &= \sum_{i=0}^n a_i s(t-i.t_0) \\ \text{en posant } a_0 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

E-2-2) Fonction d'autocorrélation d'un signal à un écho.

L'annexe A7 traite le cas général de la fonction d'autocorrélation d'un signal à structure d'échos à n échos. Ici, je me limite à la situation particulière où n est égal à 1. On a alors :

$$se(t) = s(t) + a_1 s(t-t_0) \quad (67)$$

Sa fonction d'autocorrélation (signal d'énergie finie) est :

$$C_{se\ se}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} se(\tau) \cdot se(\tau-t) d\tau$$

Remplaçons $se(t)$ par sa valeur :

$$se(t) = s(t) + a_1 s(t-t_0)$$

Le calcul direct donne :

$$C_{se\ se}(t) = (1 + a_1^2) C_{ss}(t) + a_1 [C_{ss}(t+t_0) + C_{ss}(t-t_0)] \quad (68)$$

avec $se(t) = s(t) + a_1 s(t-t_0)$ et $C_{ss}(t)$ fonction d'autocorrélation de $s(t)$.

On retrouve le même résultat qu'en annexe A7 en faisant $n = 1$.

Dans le cas de diffraction des ondes ultrasonores par les bords de défauts (plans, de bords francs), on montre (paragraphe C-3-3-3) que $a_1 = -1$ (inversion de polarité) :

$$se(t) = s(t) - s(t-t_0) \quad (\text{cas théorique idéal}) :$$

$$C_{se\ se}(t) = 2 C_{ss}(t) - C_{ss}(t+t_0) - C_{ss}(t-t_0) \quad (69)$$

Si je pose que M_0 est la valeur du maximum de la fonction d'autocorrélation de $s(t)$, on obtient la figure suivante :

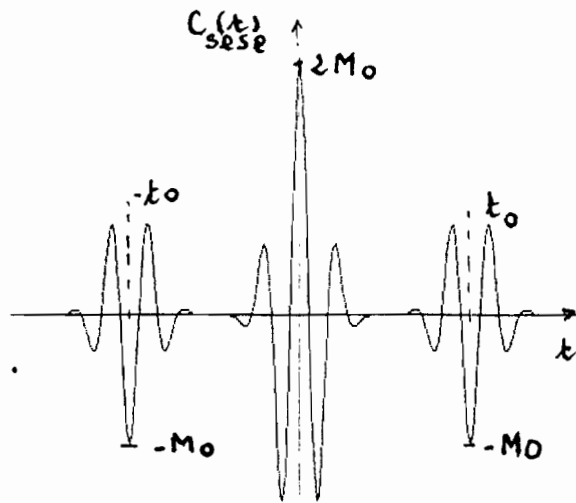


Figure 67.

t_0 permet, comme on le verra par la suite, de calculer la dimension du défaut projetée sur l'axe du faisceau ultrasonore incident.

On conserve aussi l'information relative à l'inversion de polarité liée au signe négatif du deuxième maximum en valeur absolue (abscisses t_0 et $-t_0$), ce qui n'est pas le cas de la méthode spectrale de Whaley et Adler (réf.1) (qui conservent, dans leurs calculs, le spectre des modules mais pas des phases).

E-3) Dimensionnement d'un défaut plan par autocorrélation de son signal d'écho.

Soit le défaut plan de dimension L de la figure 68 (page suivante) Je suppose que L est très petit par rapport à la distance émetteur-cible (laquelle est immergée dans l'eau), que l'onde incidente est plane et homogène et que θ est l'angle d'incidence. La technique utilisée est celle de l'émission-réception d'impulsions ultrasonores.

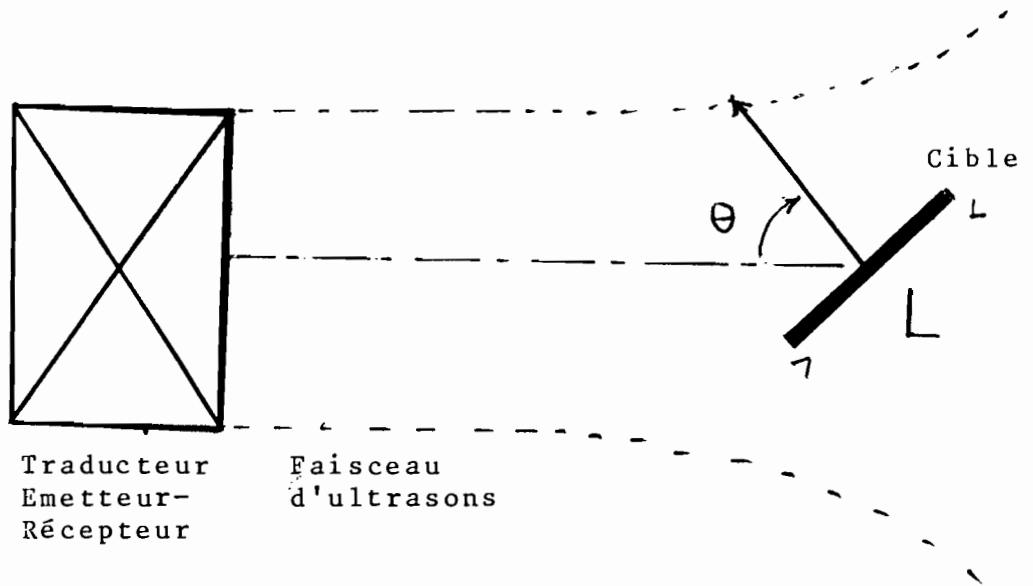


Figure 68.

Le signal d'écho se compose de deux impulsions de polarités opposées (voir paragraphe C-3-3-3: le cas d'un défaut plan de forme rectangulaire) :

$$se(t) = s(t) - s(t-t_0)$$

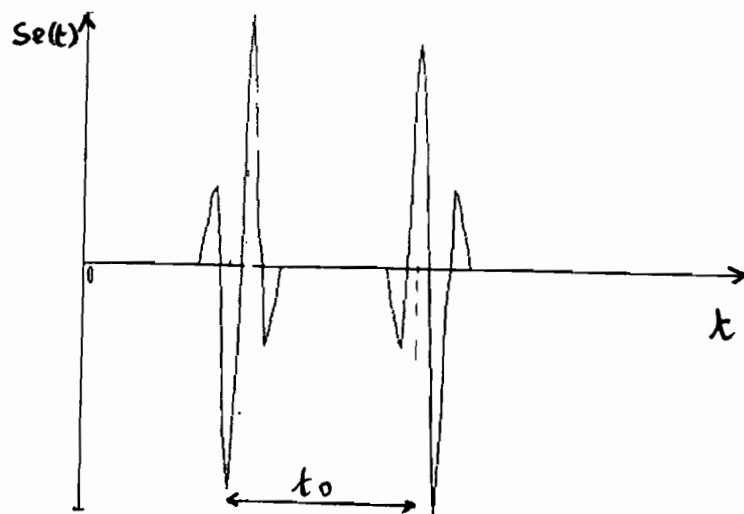


Figure 69.

Remarque : Dans la pratique, les 2 impulsions composant $se(t)$ ne sont pas rigoureusement identiques mais cela ne change rien au

calcul qui suit.

t_0 et L (voir figures 68 et 69) sont reliés par la relation suivante :

$$t_0 = \frac{2L \sin \theta}{c} \quad \text{donc} \quad L = \frac{c \cdot t_0}{2 \sin \theta} \quad (70)$$

c est la vitesse de propagation de l'onde ultrasonore.

On lit directement t_0 sur une courbe représentant le signal d'écho. Mais une telle mesure directe n'est pas toujours précise : à cause par exemple de la présence de bruit dans l'écho considéré, il peut être difficile de trouver sur les deux impulsions composant le signal deux points identiques (éventuellement à l'oppositior de polarité près).

On peut améliorer le résultat en calculant la fonction d'autocorrélation de l'écho : on sait en effet que la fonction d'intercorrélacion augmente notablement le rapport signal sur bruit.

D'après l'équation (69), le deuxième maximum (en valeur absolue) de l'autocorrélation est placé en τ_0 (et $-\tau_0$) :

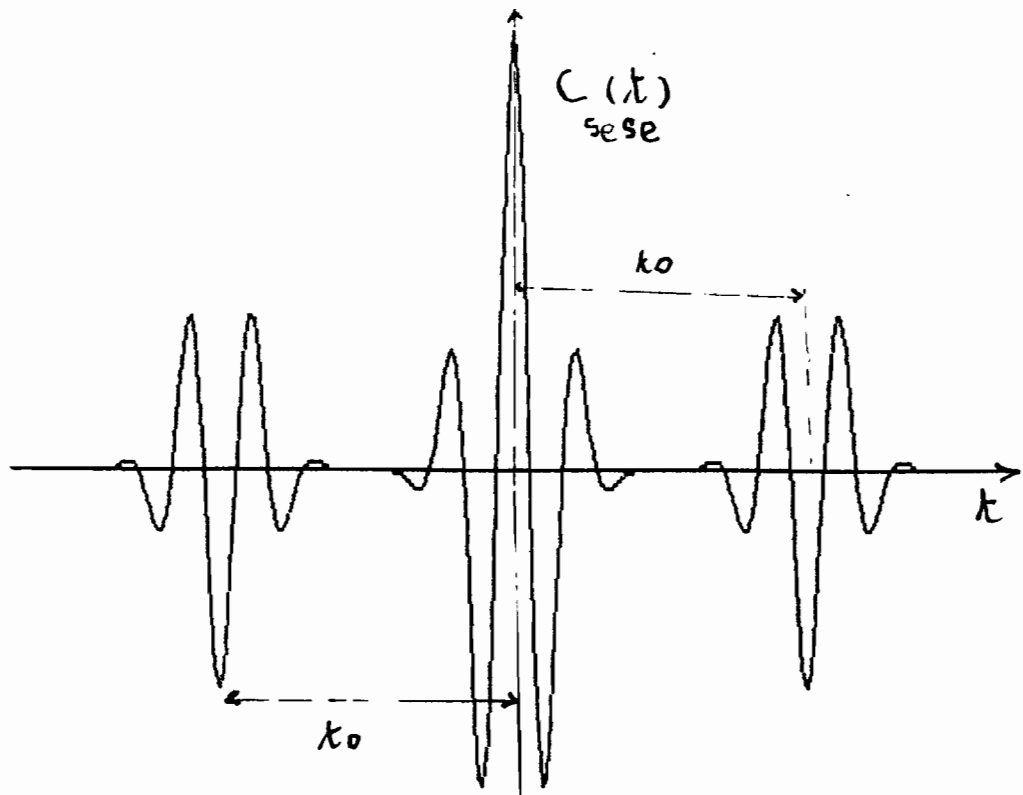


Figure 70 : fonction d'autocorrélation

Remarque :

Si on ne connaît pas l'angle d'incidence θ , on peut procéder comme suit :

a) Détermination de t_0 , intervalle de temps correspondant à θ :

$$t_0 = \frac{2L \sin \theta}{c} \quad (71)$$

b) On tourne le traducteur d'un angle connu $+\alpha$ (par rapport à sa position initiale) ce qui donne l'intervalle t_1 défini par :

$$t_1 = \frac{2L \sin(\theta + \alpha)}{c} = \frac{2L(\sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha)}{c} \quad (72)$$

Le signe $+$ ou $-$ dépend de la position du défaut par rapport à l'émetteur.

c) 3ème mesure : rotation du traducteur de $-\alpha$ par rapport à sa position en b), dans le sens opposé à celui de la première rotation (donc rotation de $-\alpha$ par rapport à sa position en a)), ce qui donne :

$$t_2 = \frac{2L \sin(\theta - \alpha)}{c} = \frac{2L(\sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha)}{c} \quad (73)$$

d) On prend la valeur absolue de la différence entre t_1 et t_2 :

$$|t_1 - t_2| = \frac{4L \cos(\theta) \sin \alpha}{c} \quad (74)$$

$$\text{D'après a) , } \sin(\theta) = \frac{c \cdot t_0}{2L} \quad \text{et d'après d) } \cos(\theta) = \frac{c |t_1 - t_2|}{4L \sin \alpha}$$

et on trouve la dimension L par :

$$L = \frac{c}{2} \left(t_0^2 + \frac{|t_1 - t_2|^2}{4 \sin^2 \alpha} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (75)$$

t_0 , t_1 et t_2 sont lus sur les différentes courbes représentant les différents signaux d'échos.

La procédure (énoncée précédemment) peut se résumer sur la figure suivante :

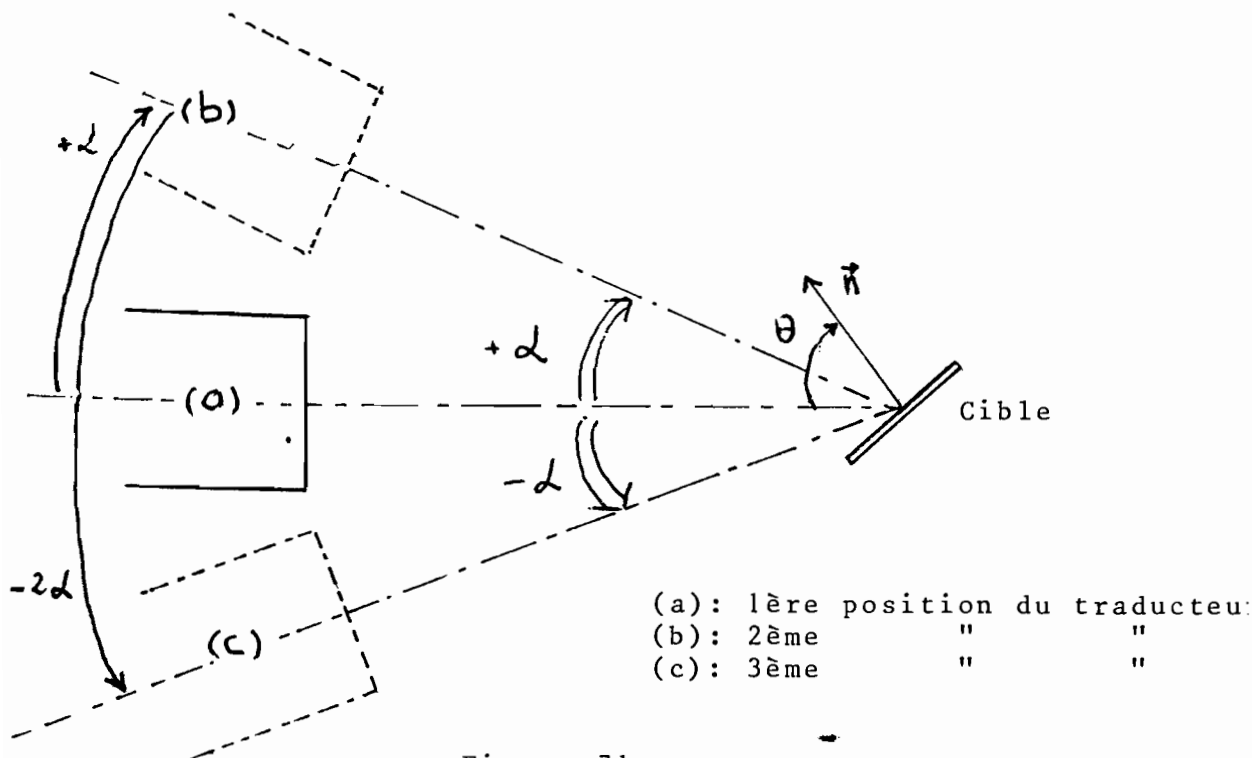


Figure 71.

Sur la figure ci-dessus, (a) correspond au cas a), (b) à la rotation $+\alpha$ par rapport à la position (a) du traducteur et (c) à la rotation $-\alpha$ par rapport à (b) (donc $-\alpha$ par rapport à (a)).

Remarques :

a) Une fois L trouvé, on aura l'angle d'incidence θ supposé inconnu grâce aux équations donnant t_0 et $|t_1 - t_2|$ (page précédente):

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{2t_0 \cdot \sin \alpha}{|t_1 - t_2|} \quad (76)$$

b) On peut, pour s'assurer des valeurs de L et θ , refaire plusieurs mesures (pour d'autres rotations du traducteur émetteur autour de la cible) : on calcule ensuite la moyenne des résultats (pour L et pour θ).

c) L'autocorrélation fait correspondre à un signal une fonction de plus grande largeur. Ainsi, la méthode proposée ici n'augmente pas la résolution de la technique de dimensionnement (contrairement par exemple à la méthode cepstrale (cf. réf.10,11,12

et annexe A6)). Mais elle a l'avantage d'augmenter le rapport signal sur bruit (propriété des fonctions d'intercorrélation) : elle donne des résultats tout à fait satisfaisants quand les "échos" ne sont pas trop rapprochés.

E-4) Exemple d'application :

J'utilise un traducteur plan (large bande) pour l'émission et la réception des ondes ultrasonores. Une petite plaque rectangulaire dont le côté non perpendiculaire à l'axe de l'émetteur fait un angle de 76 degrés avec celui-ci (angle d'incidence de 14 degrés) et mesure 3,9mm, a servi de cible. Le milieu de propagation des ondes est l'eau (vitesse c des ultrasons = 1500m/s). Le nombre d'échantillons des signaux a été pris égal à 256. La période d'échantillonnage, T_e , est de 0,02 microseconde (Fig 73).

Le calcul de la fonction d'autocorrélation du signal d'écho permet de trouver t_0 (intervalle temporel entre le maximum maximum et le deuxième maximum en valeur absolue) : sur la figure 74 où la fonction d'autocorrélation a été translatée de 128 échantillons (donc de la moitié du nombre total d'échantillons), on lit :

$$t_0 = 128T_e - 62T_e = 66T_e = 1,32 \text{ microseconde}$$

$$L = \frac{ct_0}{2 \sin \theta} = 4,10 \text{ mm} \quad (\theta = 14 \text{ degrés})$$

Je trouve une erreur relative $\left(\frac{\Delta L}{L} \right)$ d'environ 5%

Remarque importante :

J'ai pris comme vitesse des ultrasons dans l'eau $c = 1500\text{m/s}$. Or c'est là une valeur approchée, la véritable valeur dépendant de facteurs tels que la température de l'eau contenant la cible. Dans notre cas, la vitesse c mesurée dans les conditions expérimentales est égale à 1470m/s :

Avec $c = 1470\text{m/s}$ (et toutes choses égales par ailleurs), on trouve que la dimension $L = 4,02\text{mm}$, ce qui correspond à une erreur relative (par rapport à la valeur réelle de L) de 3%.

E-5) Etude complémentaire :

J'ai volontairement limité le dimensionnement aux défauts immergés dans l'eau. Il est évident qu'on peut l'étendre au cas du milieu de propagation solide des ondes ultrasonores. Pour ce faire, je m'inspire d'un procédé proposé par Adler et Whaley (Réf.1). Une différence toutefois : eux exploitent l'aspect spectral des échos alors que je me place dans le domaine tempore (fonction d'autocorrélation du signal d'écho).

Soit un défaut contenu dans un bloc de métal (figure 72).

On fait une première mesure en incidence normale. Le phénomène de réfraction n'intervenant pas, seul l'angle d'inclinaison de la cible par rapport à la surface du métal est à prendre en compte. Comme précédemment, la fonction d'autocorrélation du signal d'écho donne to :

$$t_0 = \frac{2L \sin \theta}{V_m} \quad (77)$$

θ est l'angle d'inclinaison du défaut par rapport à la surface d'entrée.

V_m étant la vitesse de propagation des ondes dans le métal et c leur vitesse dans l'eau (le transducteur et le bloc de métal contenant le défaut sont immergés dans l'eau).

On incline l'axe du transducteur d'un angle α connu par rapport à la normale à la surface du bloc de métal (dans un sens donné). L'angle de réfraction φ est lié à l'angle d'incidence par : $\sin \varphi = (V_m/c) \sin \alpha$.

On tient compte de cette correction et on lit le nouvel intervalle t_1 sur la fonction d'autocorrélation du signal d'écho :

$$t_1 = \frac{2L \sin \left[\theta \pm \arcsin \left\{ (V_m/c) \cdot \sin \alpha \right\} \right]}{V_m} = \frac{2L \sin (\theta \pm \varphi)}{V_m} \quad (78)$$

Le signe - si t_1 est inférieur à t_0 et + si c'est le contraire.

On refait une troisième mesure en inclinant le traducteur du même angle α mais de l'autre côté de la normale (si on prend une notation algébrique, le premier angle d'incidence (sur la face du métal) correspondant à t_0 est nul, le deuxième (donnant t_1) serait $+\alpha$ et le second correspondant à t_2 $-\alpha$

$$\text{On trouve } t_2 = \frac{2L \sin(\theta + \rho)}{V_m} \quad (79); \text{ avec } \rho = \arcsin \left\{ \frac{V_m \cdot \sin \alpha}{c} \right\}$$

Comme précédemment, prenons la valeur absolue de $t_1 - t_2$:

$$|t_1 - t_2| = \frac{4L \cos(\theta) \cdot \sin(\rho)}{V_m} \quad (80); \text{ d'où } \cos \theta = \frac{V_m |t_1 - t_2|}{4L \sin \rho}$$

$$\text{or } t_0 = \frac{2L \sin \theta}{V_m} \quad \text{donc } \sin \theta = \frac{V_m \cdot t_0}{2L}$$

En utilisant l'identité trigonométrique $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, il vient :

$$L = \frac{V_m}{2} \left\{ t_0^2 + \frac{|t_1 - t_2|^2}{4 \sin^2 \rho} \right\}^{\frac{1}{2}} = \frac{V_m}{2} \left\{ t_0^2 + \left(\frac{c}{V_m} \right)^2 \cdot \frac{|t_1 - t_2|^2}{4 \sin^2 \alpha} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (81)$$

L'angle d'inclinaison θ du défaut par rapport à la surface d'entrée défini par :

$$\tan(\theta) = \frac{2t_0 \cdot \sin \rho}{|t_1 - t_2|} = \left(\frac{V_m}{c} \right) \cdot \frac{2t_0 \sin \alpha}{|t_1 - t_2|} \quad (82)$$

Cette égalité provient des équations (77) et (80)

Remarque :

A quelques notations près, la figure 72 (page suivante) est identique au schéma de la figure 9 de la page 886 de la référence 1.

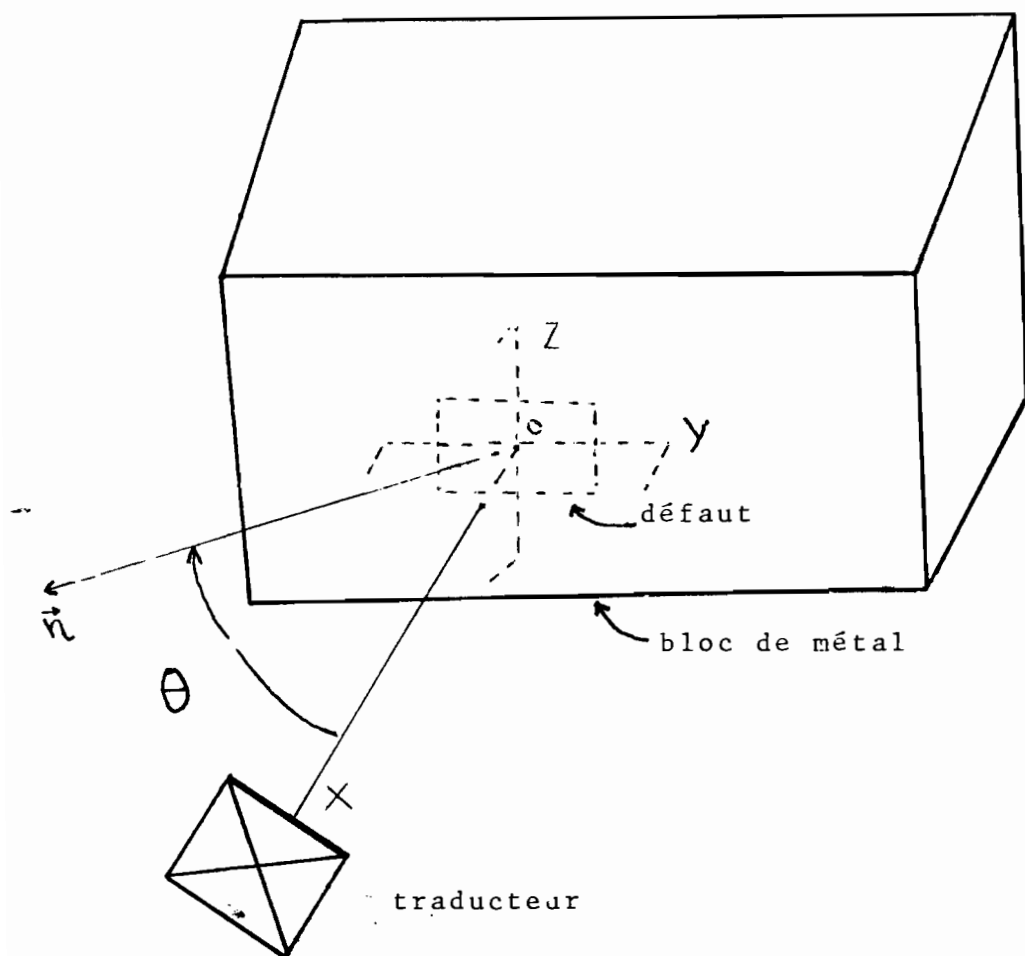


Figure 72 : Schéma correspondant au cas d'un défaut (ici plan rectangulaire) dans un bloc de métal. L'angle d'inclinaison du défaut par rapport à la face d'entrée (du bloc) est θ .

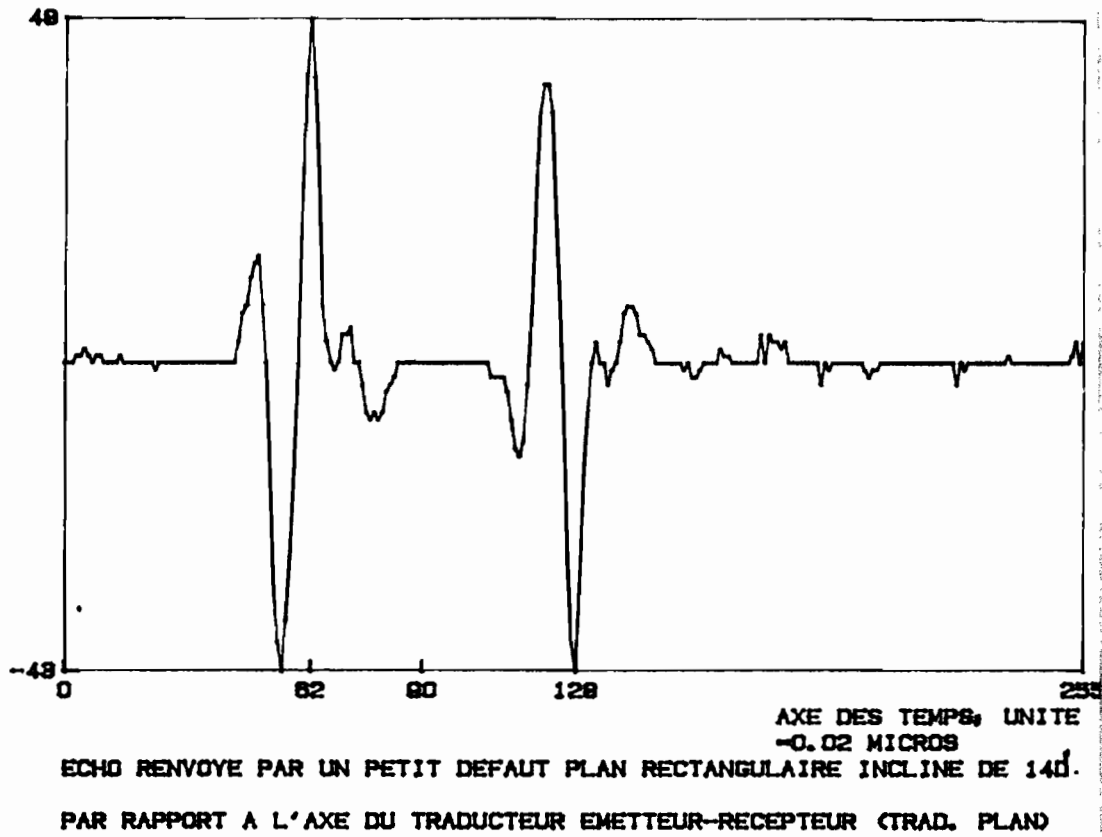


Figure 73

AXE DES AMPLITUDES

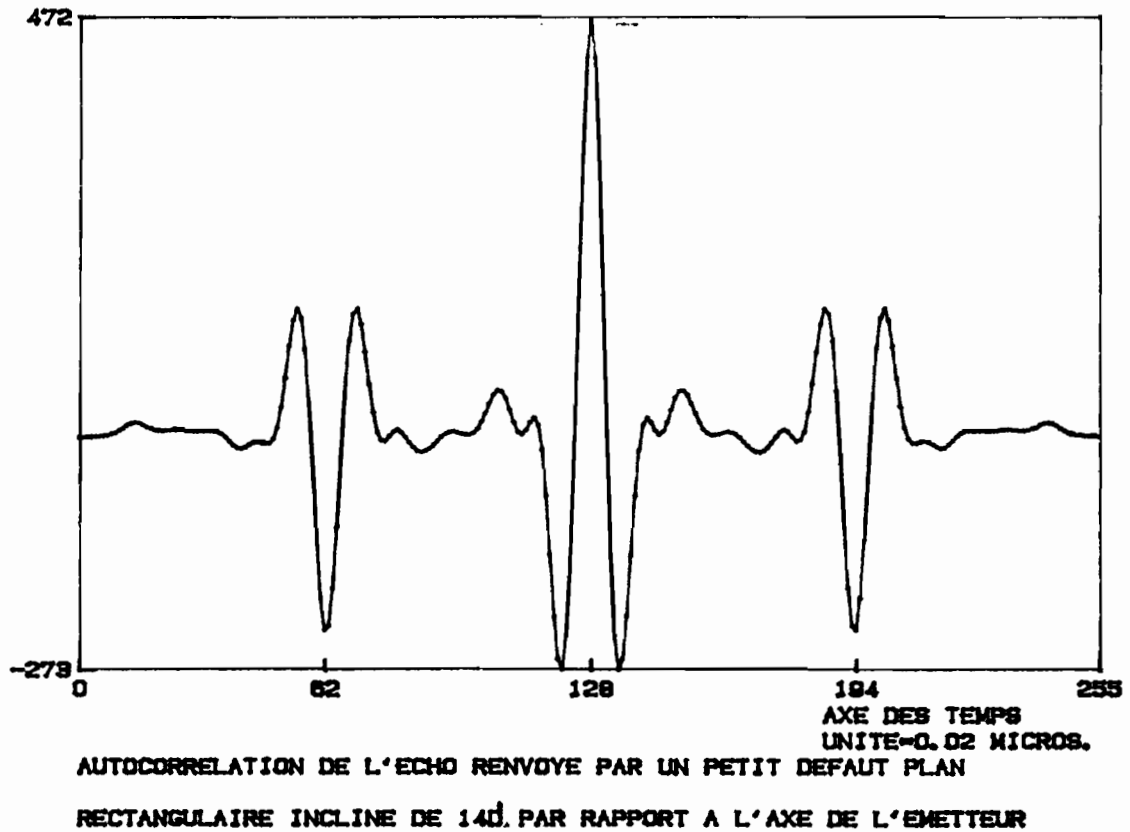


Figure 74

E-6) Remarque en guise de conclusion

On a vu qu'il est possible de mesurer la dimension L du défaut même si on ne connaît pas l'angle d'incidence (voir les équations 71 à 75 pour une cible immergée dans l'eau et les équations 77 à 81 pour un défaut dans un solide): pour ce faire, on a fait précédemment trois mesures (cf notamment le paragraphe E-3, équations 71 à 75) :

- a) mesure de l'intervalle t_0 pour l'angle d'incidence θ
- b) mesure de t_1 pour $\theta \pm \alpha$
- c) mesure de t_2 pour $\theta \mp \alpha$

On a pu avoir ainsi L et θ .

En fait, deux mesures suffisent pour avoir la dimension L : reprenons les équations 71 et 72 (on procède comme précédemment)

$$(71) \quad : \quad t_0 = \frac{2L \sin \theta}{c}$$

$$(72) \quad : \quad t_1 = \frac{2L \sin(\theta \pm \alpha)}{c} = \frac{2L (\sin(\theta) \cos(\alpha) \pm \cos(\theta) \sin(\alpha))}{c}$$

$$\text{D'après (71) } \sin \theta = \frac{ct_0}{2L}$$

Dans l'équation (72), on remplace $\sin(\theta)$ par $\frac{ct_0}{2L}$ et $\cos(\theta)$ par $\left[1 - \left(\frac{ct_0}{2L}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

D'où la valeur de L:

$$L = \frac{c}{2} \left(\frac{|t_1 - t_0 \cos \alpha|^2}{\sin^2 \alpha} + t_0^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (75\text{-bis})$$

Des équations (71) et (72), on accède à l'angle d'incidence inconnu :

L'équation 72 fait intervenir le signe \pm : on a le signe + si t_0 est plus petit que t_1 et - dans le cas contraire:

si t_0 est plus petit que t_1 (signe +) on a :

$$\tan \theta = (t_0 \sin \alpha) / (t_1 - t_0 \cos \alpha) \quad (76\text{-bis})$$

si au contraire t_0 est plus grand que t_1 on a :

$$\tan \theta = (t_0 \sin \alpha) / (t_0 \cos \alpha - t_1) \quad (76\text{-ter})$$

On voit ainsi qu'on peut calculer la dimension L sans connaître l'angle d'incidence θ et qu'on peut accéder à θ sans connaître L.

Si on applique la même méthode pour la détermination des caractéristiques L et θ , on a pour un défaut contenu dans un milieu solide (bloc de métal par exemple), lui-même immergé dans l'eau : D'après l'équation (77), $t_0 = \frac{2L \sin \theta}{V_m}$ (incidence norma-

le - il s'agit de l'incidence sur la face d'entrée du bloc contenant le défaut)

D'après l'équation (78), on a :

$$t_1 = \frac{2L \sin(\theta \pm \beta)}{V_m} = \frac{2L \sin(\theta \pm \arcsin\{\frac{V_m}{c} \cdot \sin \alpha\})}{V_m} \quad (+ \text{ si } t_1 > t_0 \text{ et } - \text{ si } t_1 < t_0)$$

α est l'angle d'incidence sur la surface d'entrée du bloc contenant le défaut et β l'angle de réfraction.

α et β sont tels que :

$$\sin \beta = \frac{V_m}{c} \sin \alpha$$

V_m étant la vitesse de propagation des ultrasons dans le bloc contenant le défaut et c la vitesse dans l'eau.

Des équations (77) et (78) on déduit :

$$L = \frac{(|t_1 - t_0 \cos \beta|^2 + t_0^2)^{1/2} V_m}{2 \sin^2 \beta} \quad (81 - bis)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{t_0 \sin \beta}{|t_1 - t_0 \cos \beta|} \quad (82 - bis)$$

ou (comme $\sin \beta = \frac{V_m}{c} \cdot \sin \alpha$), on a :

$$L = \frac{V_m}{2} \left(\frac{|t_1 - t_0 \cos\{\arcsin(\frac{V_m}{c} \sin \alpha)\}|^2}{\sin^2 \beta} \cdot \left(\frac{c}{V_m} \right)^2 + t_0^2 \right)^{1/2} \quad (81 - ter)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \left(\frac{V_m}{c} \right) \cdot \frac{t_0 \sin \alpha}{|t_1 - t_0 \cos\{\arcsin(\frac{V_m}{c} \sin \alpha)\}|} \quad (82 - ter)$$

Remarque :

Les équations (75) et (75-bis) sont équivalentes : en effet, quand on remplace, dans (75-bis), $|t_1 - t_0 \cos \alpha|$ par $|t_1 - t_2|/2$, on retrouve (75) (cibles immergées dans l'eau).

De même les équations (81) et (81-bis) sont semblables, ainsi que (82) et (82-bis) : on retrouve (81) à partir de (81-bis) et (82) à partir de (82-bis) en donnant à $|t_1 - t_0 \cos \beta|$ la valeur $|t_1 - t_2|/2$ (cibles dans un solide).

L'égalité $|t_1 - t_0 \cos \alpha| = |t_1 - t_2|/2$ résulte des équations (71), (72) et (73) (cibles dans l'eau).

On a $|t_1 - t_0 \cos \beta| = |t_1 - t_2|/2$ grâce aux équations (77), (78) et (79) (cibles dans le solide).

F) Conclusion générale.

Notre but était de mettre au point une méthode de caractérisation intrinsèque des bords de fissure à partir des caractéristiques du signal d'écho, étant entendu que le risque majeur est de confondre un petit défaut et un bord diffractant de fissure. L'étude présentée ici s'applique aux défauts plans, de bords francs, dont un côté au moins est perpendiculaire à l'axe du faisceau incident.

Une méthode de discrimination des défauts, par intercorrélacion entre leur écho et un signal de référence, a été mise au point. Elle est basée sur la théorie du profil réflecteur et le mécanisme de formation d'écho exposé par A. Freedman. Elle nous a permis de distinguer un petit défaut d'un bord, un bord proche d'un bord lointain de fissure (la discrimination entre bord proche et bord lointain est possible parce que la méthode proposée conserve l'information liée à la polarité du signal).

Les observations initiales menant à l'algorithme ont été faites par examen visuel de la forme des signaux d'écho. Le programme de discrimination permet d'établir une classification judicieuse, même dans les cas où une distinction basée sur l'examen visuel des échos est impossible. Nous avons de plus montré que la relation entre les signaux de bord et de petit défaut est indépendante du traducteur utilisé. Par contre les relations entre ces signaux et l'écho renvoyé par un plan quasi infini perpendiculaire à l'axe du faisceau incident dépend du caractère convergent ou divergent de ce faisceau.

Enfin, nous avons présenté une méthode de dimensionnement de petits défauts plans par calcul de la fonction d'autocorrélation de leurs échos.

Pour terminer, une proposition : l'application des équations de Freedman dans le cas de traducteurs plans large bande permet de dépasser le cadre de cette étude (limitée aux défauts dont un côté au moins est perpendiculaire à l'axe Δ de l'onde incidente) : elle rend possible la discrimination entre un petit défaut plan (perpendiculaire à Δ), un bord (demi-plan incliné dont un côté est perpendiculaire à Δ), proche ou

lointain, et un sommet ($1/4$ de plan incliné dont aucun côté n'est perpendiculaire à Δ , axe du faisceau ultrasonore incident). En effet :

- a) Un petit défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau incident renvoie un écho de même forme temporelle que la dérivée (par rapport au temps) de l'impulsion émise.
- b) L'écho d'un bord a la même forme temporelle que l'impulsion émise.
- c) Un sommet renvoie un écho de même forme temporelle que la primitive (par rapport au temps) de l'impulsion émise.
- d) L'écho d'un grand défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau incident (écho de référence) est semblable à l'impulsion émise.

Ces résultats permettent de faire la discrimination proposée de la façon suivante (onde incidente supposée plane et homogène) : on calcule d'une part la fonction d'intercorrélacion entre l'écho de référence ($E_{\text{réf}}$) et l'écho du défaut inconnu ($E_{\text{déf}}$), d'autre part la fonction d'intercorrélacion entre la dérivée de l'écho de référence et l'écho du défaut inconnu.

Si le défaut est un bord, l'intercorrélacion entre $E_{\text{réf}}$ (écho de référence) et $E_{\text{déf}}$ (écho du défaut inconnu) sera une fonction plutôt paire (signaux semblables) et l'intercorrélacion entre la dérivée de $E_{\text{réf}}$ et $E_{\text{déf}}$ sera plutôt impaire.

Au contraire, si c'est un petit défaut plan perpendiculaire à l'axe Δ du faisceau incident ou un sommet (demi-plan dont aucun côté n'est perpendiculaire à Δ), l'intercorrélacion entre $E_{\text{réf}}$ et $E_{\text{déf}}$ sera plutôt impaire ; la fonction d'intercorrélacion entre la dérivée de $E_{\text{réf}}$ ($E_{\text{réf}}'$) et $E_{\text{déf}}$ sera plutôt paire : en effet, $E_{\text{réf}}$ et $E_{\text{déf}}$ sont ici dans un rapport de dérivation (pour le petit défaut perpendiculaire à l'axe du faisceau incident, l'écho $E_{\text{déf}}$ est semblable à la dérivée de $E_{\text{réf}}$ et pour le sommet $E_{\text{déf}}$ a la même forme que la primitive de $E_{\text{réf}}$). La discrimination entre ces deux défauts peut se faire grâce à un calcul de spectre des échos : en effet, la dérivation d'un signal déplace le maximum de son spectre vers les

hautes fréquences alors que son intégration a l'effet inverse (déplacement du maximum du spectre vers les basses fréquences; il s'agit de l'amplitude maximale du spectre). Soit ν_R la fréquence correspondant à la plus grande amplitude du spectre de l'écho de référence et ν_D la fréquence relative au maximum du spectre de l'écho du défaut supposé inconnu (donc le spectre de Edéf) : on calcule $\nu_D - \nu_R$. Pour un petit défaut (plan perpendiculaire à Δ), cette différence sera positive (Edéf a alors la même forme que la dérivée par rapport au temps de Eréf).

Pour un sommet, $\nu_D - \nu_R$ sera négative (Edéf étant semblable à la primitive temporelle de Eréf).

Des études supplémentaires nous semblent nécessaires non seulement pour donner un caractère plus quantitatif à la méthode de discrimination proposée, mais aussi pour approfondir la connaissance des relations entre les signaux étudiés (échos de bord, de sommet et de petit défaut) et l'écho de référence (écho d'un grand défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau ultrasonore incident).

Liste bibliographique.

- 1) L. Adler et H. L. Whaley :
Interference effect in a multifrequency ultrasonic pulse echo and its application to flaw characterization.
The journal of the Acoustical Society of America, Vol. 51, Number 3 (part 2) 1972.
- 2) D. de Vadder et M. Dosso :
Caractérisation ultrasonore des bords de fissure par traitement numérique du signal.
3rd European Conference on Nondestructive Testing, Florence 15-16 october 1984.
- 3) D. de Vadder et M. Dosso :
Ultrasonic characterization of crack tips by digital processing,
7th International Conference on NDE in the nuclear industry, Grenoble, January/February 1985.
- 4) P. J. McIntyre :
The measurement of layer thickness by the deconvolution of ultrasonic signals.
Central Electricity Generating Board, Research Division, RD/B/N4110, Berkeley Nuclear Laboratories, july 1977.
- 5) G. Blanc :
Détermination de la dimension des défauts par des techniques ultrasonores.
ETCA, Service Mécanique-chimie-matériaux, note numéro ETCA.80 R 052 classification 1402/269.
- 6) M. G. Silk :
Sizing crack-like defects by ultrasonic means.
Research techniques in NDT. Ed. R.S. Sharpe, Vol.3, Chapter 2, Academic Press, London 1977.
- 7) P. Carter :
Experience with the Time-Of-Flight Diffraction Technique and an accompanying portable and versatile ultrasonic digital recording system.
British Journal of NDT, september 1984.
- 8) D. de Vadder, P. Azou, R. Saglio :
Determination of orientation and size of badly oriented defects by means of focused probes.
First international Symposium of Ultrasonic Material Characterization, Juin 1978.

- 9) De Vadder, Azou, Bastien, Saglio :
Detection of plane, poorly oriented flaws using focused transducers.
8th World Conference on Non Destructive Testing,
september 1976.
- 10) J. C. Balluet :
Les opérateurs cepstres, application à la séparation d'échos rapprochés.
Thèse de D. I., INP Grenoble, février 1979.
- 11) M. Grabisch :
Application de l'opérateur cepstre d'énergie à l'identification en présence d'échos.
Thèse de D. I., INP Grenoble, septembre 1981.
- 12) L. Paradis :
Développement de méthodes et d'un dispositif de traitement du signal adaptés au Contrôle non Destructif par Ultrasons.
Thèse de D.I., INP Grenoble, novembre 1983.
- 13) A. N. Mucciardi :
Detection and sizing of stainless steel pipe cracks.
EPRI NP 1234 SR december 1979.
- 14) S. J. Mech et Al
Development of ultrasonic examination methods for austenitic stainless steel weld inspection.
Conf. on NDE in the Nuclear Industry, Salt Lake City U.S.A.,
feb. 1978.
- 15) T. W. Anderson :
An introduction to multivariate statistical analysis.
Chapter 6, Wiley 1958.
- 16) J. M. Romeder :
Méthodes et programmes d'analyse discriminante.
Dunod, 1973.
- 17) J. Dory :
Les possibilités d'application de l'analyse fréquentielle au Contrôle Non Destructif par Ultrasons.
The 7th International Conference on Non Destructive Testing.
Warszawa (Poland) 4-8 June 1973.

- 18) N. F. Haines and D. B. Langston :
The reflection of ultrasonic pulses from surfaces.
RD/B/N4115,
Central Electricity Generating Board, Research Division,
Berkeley Nuclear Laboratories, september 1977.

- 19) T. Otani et M. Jessel :
Directivité et réflectivité des ondes acoustiques pulsées.
Journal de physique, supplément au No. 11-13, tome 33,
nov.-déc. 1972,
(Colloque Paul Langevin sur les ultrasons, ESPC Paris,
13-15 sept. 1972).

- 20) A. Freedman :
Transient Fields of Acoustic Radiators.
The journal of The Acoustical Society of America,
Vol. 48, Number 1, (Part 2) 1970.

- 21) A. Freedman :
A mechanism of Acoustic Echo Formation.
Acustica, Vol. 12 (1962).

- 22) A. Freedman :
Sound Field of Plane or Gently Curved Pulsed Radiators.
The Journal of The Acoustical Society of America, Vol. 48,
Number 1, (Part 2) 1970.

- 23) A. Freedman :
Farfield of Pulsed Rectangular Acoustic Radiator.
The Journal of The Acoustical Society of America,
Volume 49, Number 3, (Part 2) 1971.

- 24) A. Freedman :
Sound Field of a Pulsed, Planar, Straight-Edged Radiator.
The Journal of The Acoustical Society of America,
Volume 51, Number 5, (part 2) 1972.

- 25) F. K. Lam et W. M. Tsang :
Flaw characterization based on diffraction of ultrasonic waves.
Ultrasonics, january 1985.

- 26) J. A. Ogilvy and J. A. G. Temple :
Diffraction of elastic waves by cracks : application to
time-of-flight inspection.
Ultrasonics, november 1983.

- 27) J. A. G. Temple :
Time-of-flight inspection : theory.
Nucl. Energy, 1933, 22, No 5, october, pages 335-348.
- 28) J. P. Weight and A. J. Hayman :
Observations of the propagation of very short ultrasonic pulses and their reflection by small targets.
The Journal of The Acoustical Society of America, feb. 1978.
- 29) A. D. Dunsiger :
High-frequency acoustic echoes received from simple geometric shapes with possible applications to targets recognition.
J. Sound Vib. (1970) 13 (3), pages 323-345.
- 30) E. Nabel et E. Neumann :
Evaluation of flaw indications by ultrasonic pulse amplitude and phase spectroscopy.
Huitième Conférence Mondiale sur les Essais non destructifs.
Cannes 6-11 septembre 1976.
- 31) J. P. Weight et A. J. Hayman :
Limitations on the use of wide-bande transducers in practical Non Destructive Testing.
Ninth World Conference on Non Destructive Testing,
Melbourne 1979.
- 32) J. P. Weight and A. F. Brown :
Improved resolution ultrasonic transducers.
Tenth World Conference on Non Destructive Testing, Moscow 1979.
- 33) J. P. Weight :
New transducers for high-resolution ultrasonic testing.
NDT International, Vol. 17, No 1, february 1984.
- 34) H. Wustenberg, J. Kutzner :
Flaw size determination in ultrasonic inspection by evaluation of the echodynamic pattern.
Huitième Conférence Mondiale sur les Essais non Destructifs.
Cannes, 6-11 septembre 1976.
- 35) N. F. Haines and A. J. Green :
A practical model of ultrasonic reflection from surface breaking planar defects.
Central Electricity Generating Board, Research Division,
RD/B/5073N81, PWR/RCC/MWG/P(81)30 ; august 1981,
Berkeley Nuclear Laboratories.

- 36) G. J. Curtis and B. M. Hawker :
Automated Time-Of-Flight studies of the defect detection
trial, plates 1 and 2.
British Journal of NDT, september 1983.
- 37) F. Cohen-Tenoudji et G. Quentin :
Caractérisation des surfaces par déconvolution dans le
domaine des temps.
Revue du CETHEDC, NS80-2, 4e Trimestre 1980.
- 38) De Vadder :
Caractérisation des défauts par exploration ultrasonore.
Centre de Recherche de l'ECP, Châtenay-Malabry, juin 1978.
- 39) Data General Corporation :
Discrete Fourier Transform Tape.
User's Manual Program, 099-000082 (093-000104-01)
Rev. 01, April 1975.
- 40) G.F. Lang et J. Perdriat :
Les transformations de Fourier.
Toute l'Electronique, avril 1976.
- 41) J. Arzac :
Transformation de Fourier et théorie des distributions.
Dunod, Paris (1961).
- 42) R. Saglio, A. M. Birac, J. C. Frappier :
Amélioration des méthodes de dimensionnement par ultrasons
focalisés.
Specialist meeting on defect detection and sizing,
3-6 may Ispra Italy.
- 43) Norme AFNOR :
Estimation des dimensions des réflecteurs ultrasonores à
l'aide de faisceaux ultrasonores focalisés.
Norme AFNOR A 09 331 juin 1981.
- 44) Norme AFNOR :
Définition et vérification des caractéristiques des fais-
ceaux ultrasonores focalisés.
Norme AFNOR A 09 331 juin 1981.

- 45) Leloutre et Rothenberger (Solartron)
L'analyse spectrale : un outil privilégié pour l'analyse
du signal.
Mesure-Régulation-Automatisme (Juin-Juillet 1982).
(traduction en français du texte de Welstead P. : Using
digital spectral techniques.)
- 46) A. Freedman :
The high frequency echo structure of some simple body
shapes.
(Acustica, vol. 12, 1962, page 61).

H)

ANNEXES .

ANNEXE A0

La transformée de Fourier

La transformée de Fourier permet de relier les représentations temporelle et fréquentielle d'un signal d'énergie finie.

1) Transformée de Fourier d'un signal analogique.

Soit le signal d'énergie finie $x(t)$. $X(\nu)$, la transformée de Fourier directe de $x(t)$ (t représentant le temps et ν la fréquence) est définie par :

$$X(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-2\pi i \nu t} dt \quad (1)$$

On peut aussi calculer $x(t)$ à partir de $X(\nu)$ par l'équation suivante :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu) \cdot e^{+2\pi i \nu t} d\nu \quad (2)$$

$x(t)$ est la transformée de Fourier inverse de $X(\nu)$

2) Transformée de Fourier discrète

Soit la fonction échantillonnée représentée par la suite $x(0)$, $x(1)$, $x(2)$, ..., $x(\ell)$, ... $x(N-1)$ (N étant le nombre d'échantillons); la transformée de Fourier discrète (directe) de la suite $x(\ell)$ est la suite $X(m)$ ($X(0)$, $X(1)$, $X(2)$, ..., $X(m)$, ... $X(N-1)$) définie par :

$$X(m) = \frac{1}{N} \sum_{\ell=0}^{N-1} x(\ell) \exp\left(\frac{-i 2\pi m \ell}{N}\right) \quad (3)$$

On obtient $x(\ell)$ (transformée de Fourier discrète inverse de la suite $X(m)$) par l'équation (4) :

$$x(\ell) = \sum_{m=0}^{N-1} X(m) \exp\left(\frac{+i 2\pi m \ell}{N}\right) \quad (4)$$

La transformée de Fourier discrète s'appelle aussi **DFT** (en anglais Discrete Fourier Transform).

Remarques :

a) La suite $x(\ell)$ est obtenue par échantillonnage du signal analogique $x(t)$. Il en est de même de $X(m)$ provenant de $X(\nu)$. Appelons T_e le pas d'échantillonnage dans le domaine temporel : le pas d'échantillonnage dans la représentation fréquentielle est donné par $T_e = 1/N T_e$.

b) La transformée de Fourier discrète (directe ou inverse) d'une fonction échantillonnée à valeurs réelles a la propriété suivante :

les valeurs de la transformée pour deux échantillons équidistants par rapport à $N/2$ sont conjuguées l'une de l'autre : son module (et donc son spectre) est une fonction symétrique par rapport à un axe Δ placé en $N/2$ (Δ est parallèle à l'axe des ordonnées ; N est le nombre d'échantillons).

Démonstration :

Soit $x(\ell)$ la fonction échantillonnée à valeurs réelles, ℓ variant de 0 à $N-1$, $X(m)$ sa transformée de Fourier discrète (directe par exemple), m variant de 0 à $N-1$, on a :

$$X(m) = \frac{1}{N} \sum_{\ell=0}^{N-1} x(\ell) \exp\left(\frac{-i2\pi m \ell}{N}\right)$$

L'échantillon m' , équidistant de m par rapport à $N/2$ est tel que $m' = N-m$. (En effet, m' et m vérifient l'équation $(m+m')/2 = N/2$). On a donc : $X(m') = X(N-m)$

$$\left. \begin{aligned} X(m') &= \frac{1}{N} \sum_{\ell=0}^{N-1} x(\ell) \exp\left(\frac{[-i2\pi(N-m)\ell]}{N}\right) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{\ell=0}^{N-1} x(\ell) \exp\left(\frac{(+i2\pi m \ell)}{N}\right) \end{aligned} \right\} (5)$$

Comme $x(\ell)$ est réel (fonction à valeurs réelles), on voit que $X(m)$ et $X(m')$ sont des nombres complexes conjugués : il suffira donc de calculer les $N/2$ premiers points de la transformée de Fourier discrète (il est évident qu'on peut faire la même démonstration pour le calcul de la transformée de Fourier discrète inverse d'une fonction échantillonnée à valeurs réelles).

3) La transformée de Fourier rapide

La transformée de Fourier rapide (en anglais Fast Fourier Transform, FFT) est un algorithme permettant de limiter considérablement le temps de calcul de la transformée de Fourier discrète. Pour ce faire, le nombre d'échantillons doit être égal à une puissance de 2 : des symétries apparaissent, évitant les redondances dans les calculs.

Il existe plusieurs algorithmes de FFT (le plus connu étant celui de Cooley-Turkey).

Un sous-programme de calcul de la transformée de Fourier discrète (directe ou inverse), appelé TF, a été mis au point au laboratoire où le présent travail a été effectué : écrit en PL1, il prend, sur l'Eclipse S/140 de Data General (mini-ordinateur), environ 2 secondes pour calculer la transformée de Fourier discrète d'une fonction complexe à 1024 échantillons (ce qui correspond à 2048 échantillons réels).

Le nombre maximal d'échantillons complexes que peut traiter TF (sur l'Eclipse S/140) est de 2048 (4096 échantillons réels).

La figure A0-1 représente l'écho d'une cible plane rectangulaire de dimensions 1,8mm sur 3,9mm, cible perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente plane (obstacle immergé dans l'eau).

La figure A0-2 montre le spectre de cet écho. Le nombre d'échantillons est égal à 256.

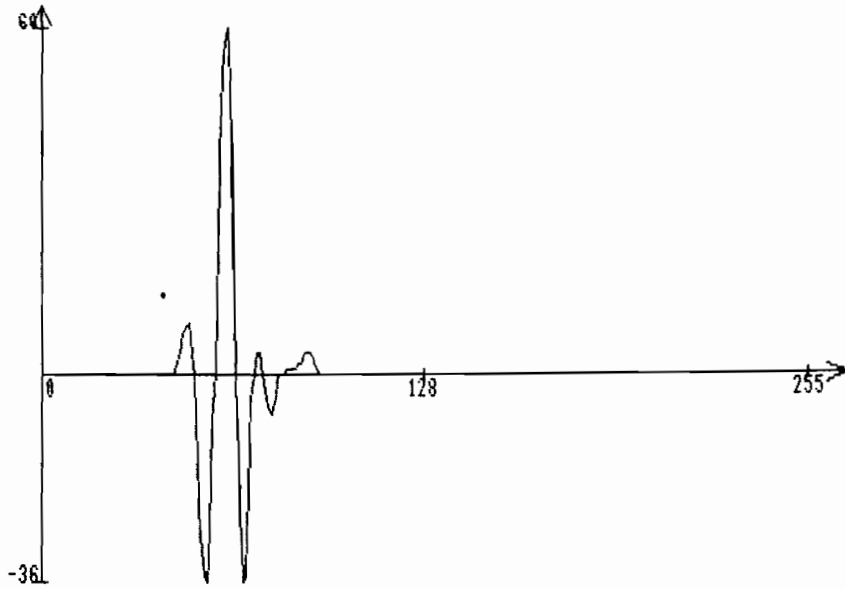


Figure A0-1 : Echo de la cible plane rectangulaire
(Pas d'éch. = 0.02 micros.)

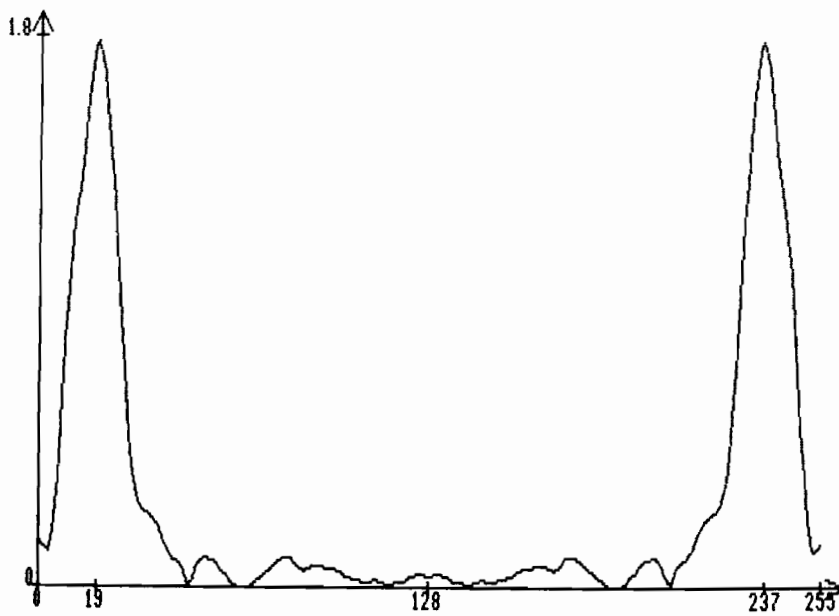


Figure A0-2 : Spectre de l'écho de la cible plane rectangulaire.
(Pas d'éch. = 0.195 MHz)

Annexe A1 :Sous-programme d'amortissement : AMT

Le signal d'écho, dans le cas où le traducteur utilisé est peu amorti, comporte toute une partie inintéressante dans le cadre d'études basées sur les impulsions ultrasonores : cette partie "traînante" ne comporte aucune information relative à l'aspect impulsionnel de l'écho (Voir la figure 1-A1 page 180) : le sous-programme d'amortissement (AMT) permet de réduire à volonté ce "traînage" du signal (lui donnant ainsi un aspect plus impulsionnel) :

Soit le signal de la figure 1-A1 ; on veut l'amortir, afin de rendre l'impulsion plus brève.

On aurait pu, à partir d'une certaine abscisse (temps), introduire des zéros : on annule ainsi toute une partie du signal. Le résultat est notablement différent du signal initial (on introduit une variation brutale). Pour se rapprocher de la réalité (traducteur utilisé amorti), on multiplie le signal par une exponentielle décroissante : celle-ci joue le rôle d'un amortisseur à paramètres variables, R et F.

Le langage de programmation est le PL1. L'en-tête du sous-programme se présente ainsi :

AMT : PROC (R, F, Y)

R, F et Y sont les paramètres.

(Dans le programme principal, on a souvent appelé R Rg (rang) et F Rp (rapport).)

Définitions des paramètres :

1) Y est le tableau contenant les valeurs du signal à amortir : Y(LB:HB) (LB indice inférieur et HB indice supérieur du tableau)
Exemple : Y(4:257) ; LB = 4 et HB = 257.

Soit M le plus grand maximum (en valeur absolue) du signal :
On compte les extrema, de gauche à droite, à partir de M :
M est de rang zéro, l'extremum suivant (dans le temps) est de rang 1, etc.

On choisit un extremum de valeur absolue M3 et de rang R (extremum "test" ou extremum de référence).

Soit M4 la valeur de M3 après amortissement : on pose $F = M/M4$

Soit K l'abscisse du plus grand maximum M (à ne pas confondre avec le rang, qui par définition est nul pour M),
 Soit $D3$ l'abscisse de l'extremum "test" :
 A , le facteur d'amortissement est tel que :
 $M4 = M/F = M3 \cdot \exp(-A \cdot (D3-K))$ d'où $A = (-1/(D3-K)) \cdot \text{LOGe}(M/(M3 \cdot F))$.
 On multipliera donc l'amplitude de chaque échantillon d'abscisse J ($J \geq K$) par $\exp(-A(J-K))$.

Exemple :

Si on applique le sous-programme d'amortissement au signal B0 de la figure 1-A1 en faisant $R = F = 5$, on obtient la courbe de la figure 2-A1.

Dans la légende des figures (et dans le programme principal), on pose $R = Rg$ (rang) et $F = Rp$ (rapport).

B0 est l'écho d'un grand défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau émis par le traducteur focalisé peu amorti.

ESMT est le programme principal.

Remarque :

On ne peut pas donner à F n'importe quelle valeur : pour amortir le signal, il faut évidemment que le rapport entre le plus grand maximum et la valeur absolue de l'extremum "test" soit plus grand après application de AMT qu'avant : autrement dit, on doit respecter la condition $M/M3 < F$ (sinon on amplifie le signal au lieu de l'amortir).

Exemple d'erreur :

Prenons le même signal B0 : $M = 71$; $M3 = 21$. Si on prend F plus petit que 3.38 (c'est à dire $M/M3$), on obtient une courbe de la forme de celle de la figure 3-A1-b au lieu de 2-A1.

Figure 3-A1 page 181.

Remarque :

On peut résumer ce principe d'amortissement par les trois courbes de la page suivante :

Figure A1-a, Figure A1-b et figure A1-c.

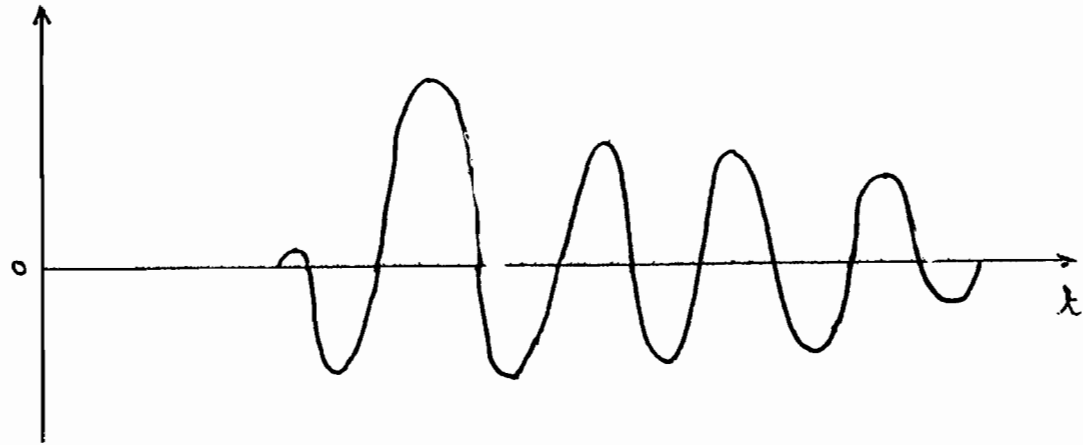


Figure A1-a : signal à amortir.

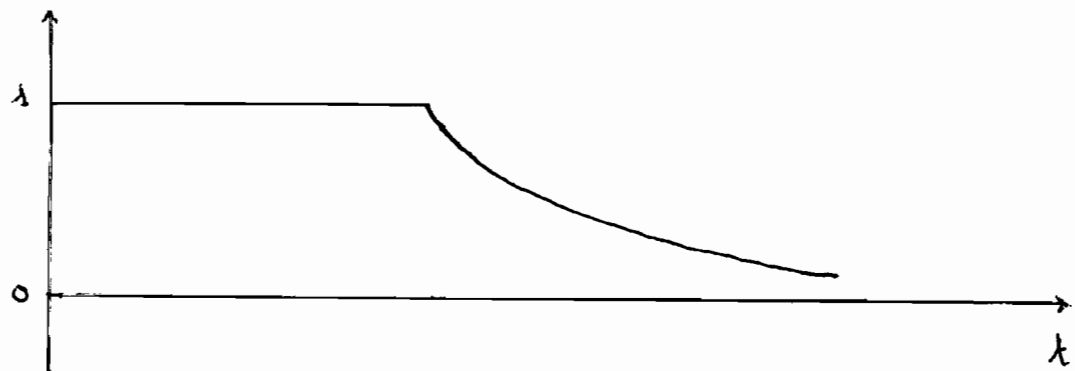


Figure A1-b : fonction d'amortissement.

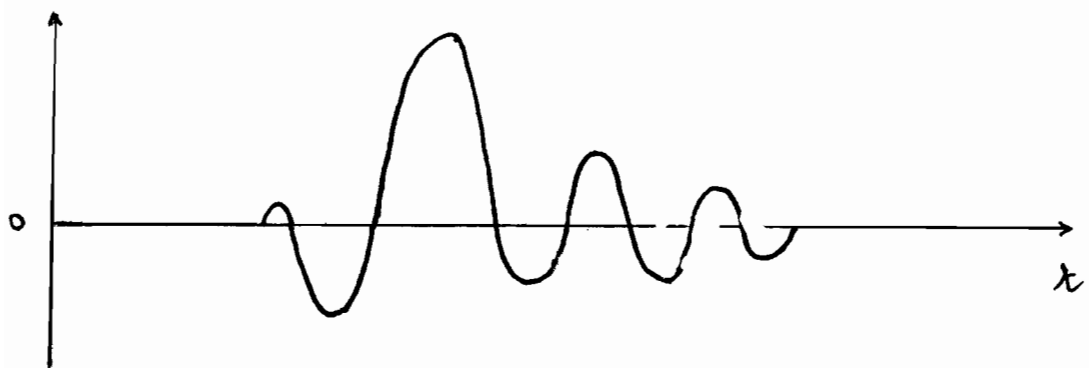


Figure A1-c : résultat de l'amortissement
(produit des deux courbes précédentes).

```
AMT: PROC(R,F,Y);
```

```
/* SOUS-PROGRAMME D'AMORTISSEMENT:Y EST UN TABLEAU
DONT LE 1ER INDICE EST LB ET LE DERNIER HB:Y(LB:HB).
R EST LE RANG DE L'EXTREMUM DONT ON FIXE LA VALEUR
EN FONCTION DU PLUS GRAND MAXIMUM(EN VALEUR ABSOLUE).
F EST LE RAPPORT,APRES AMORTISSEMENT,ENTRE LE PLUS
GRAND MAXIMUM ET CET EXTREMUM */
```

```
DCL (N,NM,NP) BIN FLOAT(21);
DCL (J,K,K3,D,D3) BIN FIXED(15);
DCL OUT FILE;
DCL (A,M,M3) BIN FLOAT(21);
DCL R BIN FIXED(15);
DCL (LB,HB) BIN FIXED(15);
DCL F BIN FLOAT(21);
DCL Y(*) BIN FLOAT(21);
OPEN FILE(OUT) STREAM OUTPUT TITLE("@LIST");
BEGIN; /* 1 */
LB=LBOUND(Y,1);
HB=HBOUND(Y,1);
BEGIN; /* 2 */
M=ABS(Y(LB));
DO J=(LB+1) TO HB;
    M=MAX(M,ABS(Y(J)));
    IF ABS(Y(J))=M THEN K=J;
END;
D=0;
D3=K+1;
DO WHILE(D<R);
IF D3 >= HB THEN DO;
    PUT FILE(OUT) EDIT ("ERREUR:RANG TROP ELEVE.") (A);
    STOP;
END;
N=Y(D3);
NP=Y(D3+1);
NM=Y(D3-1);
IF ((N>=NP)&(N>NM))!((N<=NP)&(N<NM)) THEN DO;
    D=D+1;
    M3=ABS(N);
END; /* THEN */
D3=D3+1;
END; /* WHILE */
D3=D3-1;
M3=M3*F;
N=(K-D3);
A=(LOG(M/M3))/N;
DO J=LB TO HB;
    IF J>=K THEN DO;
        Y(J)=Y(J)*EXP(-(J-K)*A);
    END; /* THEN */
END; /* J */
END; /* BEGIN 2 */
END; /* BEGIN 1 */
END; /* AMT */
```

```

ESMT: PROC;
DCL AMT ENTRY(BIN FIXED(15),BIN FLOAT(21),(*) BIN FLOAT(21));
DCL (E,S) CHAR(20) VAR;
DCL R BIN FIXED(15);
DCL F BIN FLOAT(21);
DCL (FE,FS) FILE;
DCL (IN,OUT) FILE;
DCL J BIN FIXED(15);
DCL Y(0:1023) BIN FLOAT(21);
OPEN FILE(IN) STREAM INPUT TITLE("@LIST");
OPEN FILE(OUT) STREAM OUTPUT TITLE("@LIST");
PUT FILE(OUT) EDIT("E ET S SONT RESP. LES NOMS DES FICHIERS D'ENTREE "
!!"ET DE SORTIE ") (A);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ E PUIS S ") (A);
GET FILE(IN) LIST(E,S);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("R EST LE RANG DU MAXIMUM "" TEST"" ") (A);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ R=") (A);
GET FILE(IN) LIST(R);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("F EST LE RAPPORT ENTRE LE PLUS GRAND MAXIMUM "
!!"ET LE MAXIMUM ""TEST"" ") (A);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ F=") (A);
GET FILE(IN) LIST(F);
BEGIN;
OPEN FILE(FE) STREAM INPUT TITLE(E);
OPEN FILE(FS) STREAM OUTPUT TITLE(S);
DO J=0 TO 1023;
  GET FILE(FE) EDIT(Y(J)) (F(4));
END;
CALL AMT(R,F,Y);
DO J=0 TO 1023;
  PUT FILE(FS) EDIT(Y(J)) (F(8,3));
END; /* J */
END; /* BEGIN */
END; /* ESMT */

```

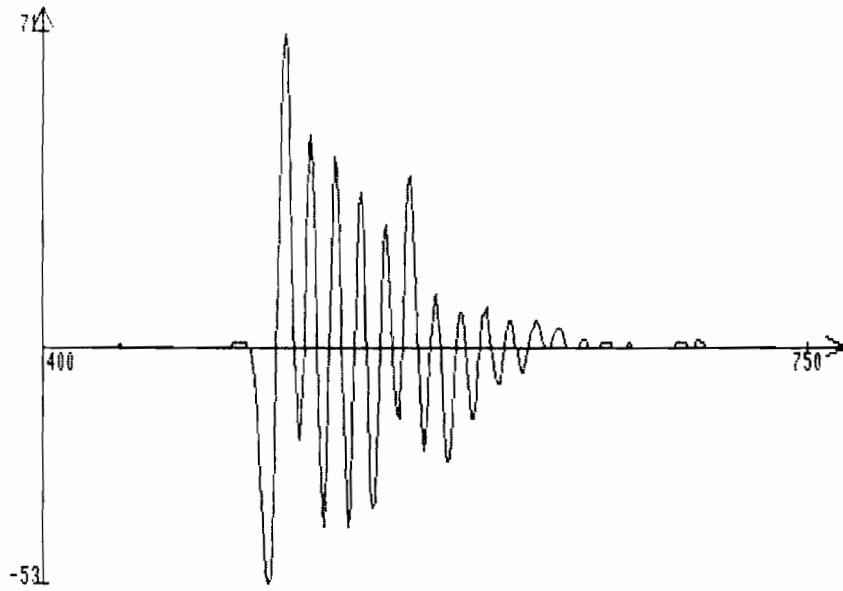


Figure 1-A1 : écho en incidence normale: trad. focalisé moyennement amorti

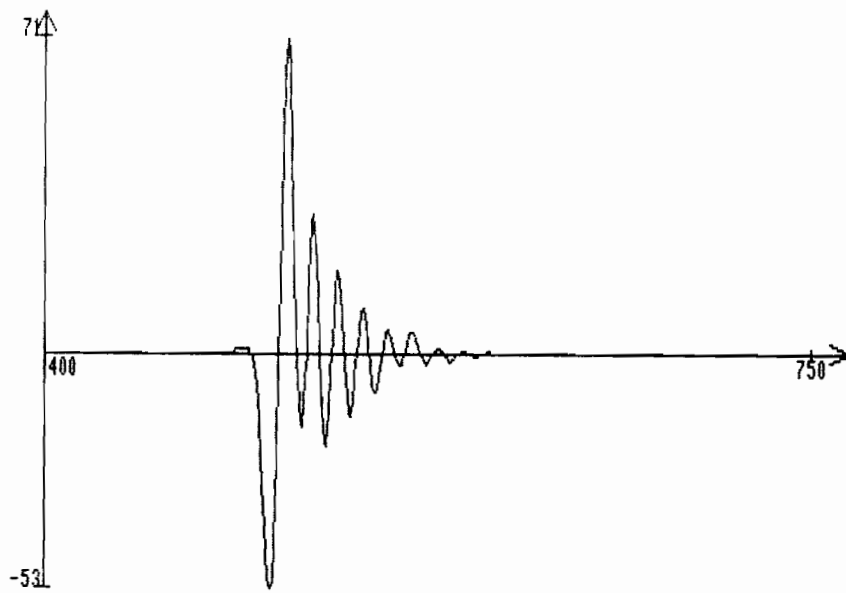


Figure 2-A1 : le même écho après amortissement (RG=RP=5)

Figures 3A-1.

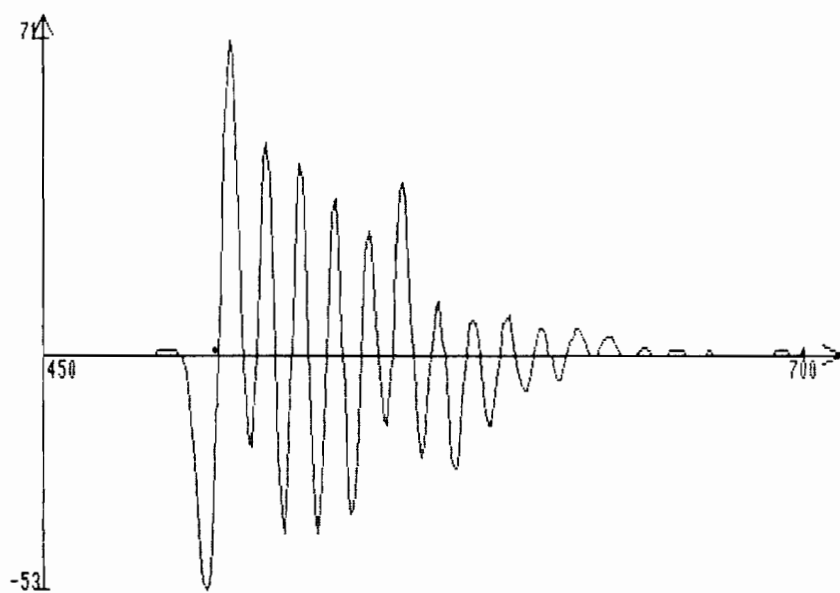


Figure 3-A1-a : Echo d'un plan normal à l'axe: trad. focalisé peu amorti

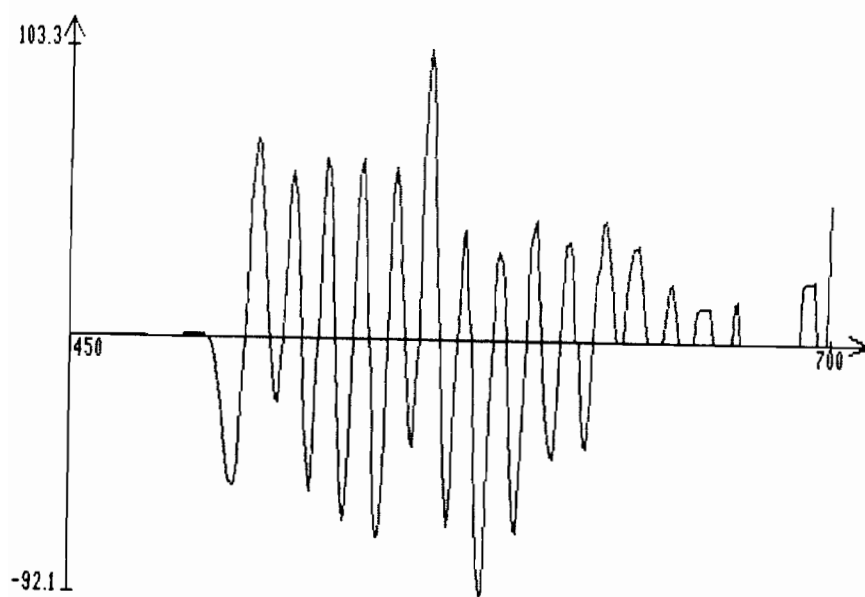


Figure 3-A1-b) : le même écho amplifié (et non amorti) car RP mal choisi = 3

Annexe A2BASF : Filtre numérique passe-haut à fréquence de coupure variable

Le programme BASF joue le rôle d'un filtre passe-haut parfait à fréquence de coupure f_c variable : à ce titre, il "annule" les basses fréquences, d'où son nom.

La procédure est simple : soit $y(t)$ le signal à filtrer (signal multifréquentiel). On ne veut garder par exemple que les fréquences supérieures à f_c : on calcule la transformée de Fourier de $y(t)$, soit $Y(f)$, on la multiplie par la fonction de transfert $H(f)$ définie par :

$H(f) = 0$ pour f telle que : $-f_c \leq f \leq +f_c$;

$H(f) = 1$ pour f telle que : $f < -f_c$ ou $f > +f_c$;

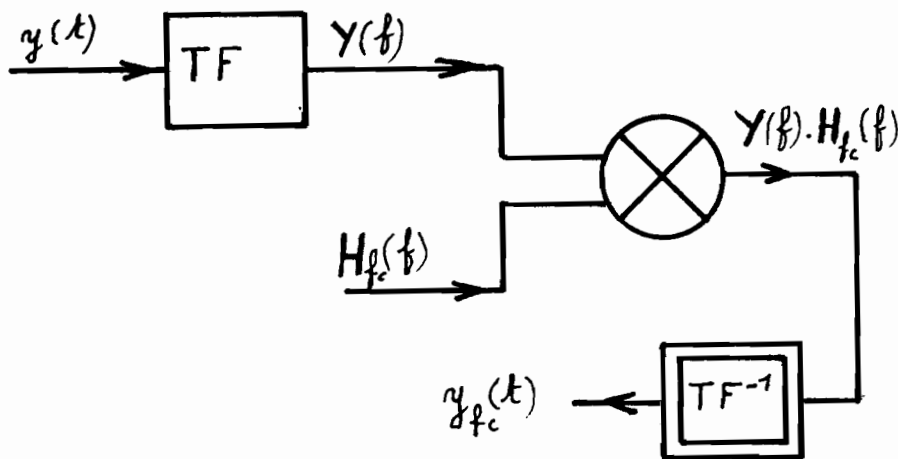


Figure A2 : principe du filtrage

Programme :

Le programme est écrit en PL1.

Le sous-programme GRAPH permet de tracer des courbes à l'écran graphique. TF calcule la transformée de Fourier discrète d'une

fonction à valeurs complexes donnée sous la forme de deux tableaux : l'un, par exemple Y, contient les parties réelles, et l'autre, X, les parties imaginaires. Les tableaux, de dimension N (nombre d'échantillons) sont de la forme : Y(0:N-1) et X(0:N-1). N doit être une puissance de 2 (transformée de Fourier rapide).

Pour des signaux réels, X(0:N-1) ne contient que des zéros (parties imaginaires nulles).

Te est la période d'échantillonnage (donnée en microsecondes); Ici cette période a été prise égale à 0,02 microseconde.

Le pas d'échantillonnage, dans le domaine fréquentiel, est : $1/(N \cdot T_e)$. Soit f_c la fréquence de coupure, si $K = N \cdot T_e \cdot f_c$, c'est-à-dire $f_c / (1/(N \cdot T_e))$, la fonction de filtrage numérique est définie par :

Pour les indices I tels que $0 \leq I \leq K$ ou $N-K \leq I \leq N-1$; elle vaut zéro ;

Elle vaut 1 pour les autres indices.

Remarque :

A cause de la périodicité de la transformée de Fourier discrète, l'intervalle $[-K \quad +k]$ correspond à $[0 \quad K] \cup [N-K \quad N-1]$.
(Les fréquences négatives n'existent pas dans la réalité).

BASF:PROC;

/* "MISE A ZERO" DES BASSES FREQUENCES D'UNE
FONCTION */

```

DCL GRAPH ENTRY(BIN FIXED(15),BIN FIXED(15),(*) BIN FLOAT(21),(*) BIN  FLOAT(21));
DCL TF ENTRY (BIN FIXED(15),BIN FIXED(15),(*) BIN FLOAT(21),(*) BIN  FLOAT(21));
DCL (TE,BF) BIN FLOAT(21);
DCL G BIN FIXED(15);
DCL DEC BIN  FIXED(15);
DCL (N,I,K) BIN FIXED(15);
DCL SUP BIN FLOAT(21);
DCL M BIN FLOAT(21);
/* M FACTEUR MULTIPLICATIF */
DCL (IN,OUT,E,S) FILE;
DCL (ENT,SORT) CHAR(10) VAR;
OPEN FILE(IN) STREAM INPUT TITLE("@LIST");
OPEN FILE(OUT) STREAM OUTPUT TITLE("@LIST");
PUT FILE(OUT) EDIT("DONNEZ LE NOMBRE D'ECHANTILLONS ") (A);
GET FILE(IN) LIST(N);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE NOM DU FICHIER D'ENTREE ") (A);
GET FILE(IN) LIST(ENT);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE NOM DU FICHIER DE SORTIE ") (A);
GET FILE(IN) LIST(SORT);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("SI LES ECHANTILLONS D'ENTREE SONT DES DECIMAUX,DEC=1") (A);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("SINON DEC ^=1") (A);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ DEC ") (A);
GET FILE(IN) LIST(DEC);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ EN MICROS. LA PERIODE D'ECHANT. ")(A);
GET FILE(IN) LIST(TE);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ EN MHZ LA PLUS BASSE FREQUENCE ") (A);
GET FILE(IN) LIST(BF);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE FACTEUR MULTIPLICATIF ") (A);
GET FILE(IN) LIST(M);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("TAPEZ 1 SI ON VEUT UN AFFICHAGE(SINON UN NBRE ^=1) ") (A);
GET FILE(IN) LIST(G);
BEGIN;
DCL (X(0:N-1),Y(0:N-1)) BIN FLOAT(21);
OPEN FILE(E) STREAM INPUT TITLE(ENT);
OPEN FILE(S) STREAM OUTPUT TITLE(SORT);
IF DEC=1 THEN DO;
    DO I=0 TO N-1;
        GET FILE(E) EDIT(Y(I)) (F(8,3));
        X(I)=0;
    END;
ELSE DO;
DO I=0 TO N-1;
GET FILE(E) EDIT(Y(I)) (F(4));
X(I)=0;
END;
END;
CALL TF(1,N,Y,X);
K=N*TE*BF;

```

```

/* SUITE DE "BASF" */

/* ICI ON "ANNULE" LES BASSES FREQUENCES :
(DE -BF A BF:LES INDICES DE 0 A K (FREQUENCES POSITIVES)
ET DE (N-K) A (N-1) (FREQUENCES NEGATIVES) ) */
DO I=0 TO K;
Y(I)=0;
X(I)=0;
END;
DO I=(N-K) TO (N-1);
Y(I)=0;
X(I)=0;
END;
IF G^=1 THEN DO;
DCL Z(0:N-1) BIN FLOAT(21);
DO I=0 TO N-1;
Z(I)=SQRT(Y(I)*Y(I)+X(I)*X(I));
END;
SUP=Z(0);
DO I=1 TO N-1;
SUP=MAX(SUP,Z(I));
IF Z(I)=SUP THEN K=I;
END;
IF K >=N/2 THEN K=K-N;
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("ABSCISSE DU MAX=",K) (A,F(5));
END; /* TEST SUR G */
CALL TF(0,N,Y,X);
IF M ^=1 THEN DO;
DO I=0 TO N-1;
Y(I)=Y(I)*M;
END;
END;
DO I=0 TO N-1;
PUT FILE(S) EDIT(Y(I)) (F(8,3));
END;
PUT FILE(S) SKIP EDIT("N=",N) (A,F(4));
IF G=1 THEN DO;
DO I=0 TO N-1;
X(I)=I;
END;
CALL GRAPH(0,N-1,X,Y);
END;
END; /* BEGIN */
END; /* BASF */

```

Annexe A3Programme final de discrimination entre défauts : SONDLIS.1) Objet :

Le programme SONDLIS a pour but la discrimination entre différents défauts de type plan, de bords francs dont l'un au moins est perpendiculaire à l'axe du faisceau ultrasonore insonifiant la cible. Il affiche ensuite le(s) résultat(s) sur un écran graphique.

Ces résultats peuvent être de trois sortes :

- Certain : il n'y a aucun doute possible quant au résultat.
- Probable : il y a une assez grande probabilité que le résultat affiché soit le bon, mais un léger doute peut subsister (d'autres essais doivent permettre de lever très rapidement le doute).
- Incertain (ou douteux) : dans ce cas, le résultat est très réservé.

Dans la catégorie des résultats "probables", on peut ranger le cas d'un écho venant d'un bord proche. Le résultat affiché est alors :

"GRAND DEFAUT PLAN PERPENDICULAIRE A L'AXE (du faisceau incident) OU BORD PROCHE".

La courbe échodynamique permet ici de lever le doute.

Remarque :

a) Le programme SONDLIS tient compte de diverses remarques et constatations qui ont été faites tout au long de ce travail. A ce titre, il n'est qu'une version améliorée de programmes précédents : SOND6, IDENTIF5, etc..., tous bien sûr ayant le même but : la discrimination entre défauts plans par utilisation de deux fonctions d'intercorrélation : fonction d'intercorrélation entre l'écho du défaut inconnu (ou supposé tel) et un écho pris comme référence (écho de référence) et fonction d'intercorrélation entre le même écho de défaut et la dérivée de l'écho de référence.

b) Il faut rappeler qu'au début notre souci était de faire la discrimination entre un écho d'un petit défaut et celui du bord d'un défaut type fissure (voir définitions paragraphe C-1) pages 26 et 29.

2) Les moyens de la discrimination entre défauts plans.

(Conf. pages 194 à 201, SONDLIS écrit en PL1).

Le programme de discrimination (programme principal) utilise plusieurs sous-programmes :

a) Sous-programme d'intercorrélation appelé FIC, sans doute le plus important : permet de faire l'intercorrélation entre deux fonctions : ici, il s'agit des échos de défauts ou de leurs dérivées.

b) Sous-programme de dérivation (ou d'intégration), DEV : le programme SONDLIS n'utilise que la dérivation.

c) Sous-programme d'amortissement : AMT.

AMT (voir annexe A1) permet d'amortir des signaux plus ou moins traînants (cas des traducteurs moyennement amortis).

Remarque :

Tous ces sous-programmes (FIC, DEV, AMT) et bien d'autres (Transformée de Fourier rapide, convolution, déconvolution, cepstre d'énergie, spectre de signaux, etc...) ont été mis au point au laboratoire Matériaux (section Ultrasons) de l'ECP (Ecole Centrale de Paris).

3) Procédure de discrimination : programme SONDLIS (pages 194 à 201).

SONDLIS est écrit en PL1.

En entrée, on donne :

a) Le nombre d'échantillons par tableau, N. Ce nombre doit être une puissance de 2 (en effet, le sous-programme FIC utilise une procédure de calcul de transformée de Fourier rapide).

b) Le nom du fichier de référence: Celui-ci contient les données relatives au signal pris comme écho de référence.

c) Le nom du fichier contenant l'écho du défaut inconnu (ou supposé tel).

Un paramètre AMORT indique si les signaux seront amortis (AMORT = 1) ou non (AMORT différent de 1 : par exemple AMORT = 0).

Un autre paramètre P indique si les signaux seront normés par leur puissance (P = 1) ou par leur maximum (P est différent de 1 : par exemple, P = 0).

(Pour la signification des différentes normes employées ici, voir le paragraphe D-2-2) page 125).

Deux tableaux (de dimension $N : N$, le nombre d'échantillons, doit être une puissance de 2) sont ensuite déclarés :

a) $X(0:N-1)$ contiendra les données relatives à l'écho de l'obstacle inconnu (ou supposé tel).

b) $Y(0:N-1)$ correspond à l'écho de référence (ici, celui-ci est l'écho d'un grand défaut plan perpendiculaire à l'axe du faisceau ultrasonore incident).

Comme il y a deux intercorrélations à faire, on ouvre une boucle dont la variable d'incrément, JJ, ne pourra prendre que deux valeurs : 1 ou 2.

Quand $JJ = 1$, on calcule la fonction d'intercorrélation entre $X(0:N-1)$ (écho du défaut à reconnaître) et $Y(0:N-1)$ (écho de référence).

Quand au contraire, $JJ = 2$, il s'agira de la fonction d'intercorrélation entre $X(0:N-1)$ et la dérivée de l'écho de référence (donc la dérivée de $Y(0:N-1)$).

Dans chaque cas ($JJ = 1$ ou $JJ = 2$), on recherche les cinq premiers extrema de la fonction d'intercorrélation (cf supra paragraphe D-3-1) page 126), en prenant soin d'éviter les "faux extrema" (si on ne considère que des valeurs absolues, il s'agit de "faux maxima").

La reconnaissance des "faux extrema" (ou "faux maxima" en valeur absolue) est basée sur les considérations suivantes : Soit M_1 le plus grand extremum en valeur absolue (dans le § D-3, il s'agit de M_0), un paramètre T_1 prend la valeur 1 si M_1 est un maximum (valeur algébrique) et 0 si c'est le contraire (minimum algébrique).

Supposons que M_1 est un maximum algébrique ($T_1 = 1$), l'extremum suivant (appelé ici MP) ne peut être qu'un minimum algébrique. Si ce n'est pas le cas, on est sûr que MP est un "faux extremum".

Si au contraire, M_1 est un minimum algébrique ($T_1 = 0$), alors MP (extremum suivant) ne peut être qu'un maximum algébrique (sinon, c'est un "faux extremum").

Supposons levée cette barrière (il y a concordance entre les deux extrema successifs : si M_1 est un maximum, le suivant, MP , est un minimum. Si c'est un minimum, le suivant est un maximum (il s'agit de maximum et de minimum algébriques)) : l'extremum obtenu MP obéit à la règle ci-dessus. Il doit maintenant respecter une autre condition : être plus petit (s'il s'agit d'un minimum) ou plus grand (si c'est un maximum) qu'un certain nombre (DM) de valeurs de la fonction d'intercorrélation venant après lui (en partant du plus grand maximum en valeur absolue). Cela permet de tenir compte des brusques et répétitifs changements de signe de la pente de la courbe dus aux bruits éventuels.

Ici le nombre DM est pris supérieur à 3 (en principe plus le bruit est important, plus DM doit être grand).

Soit K l'abscisse de M_1 (plus grand maximum en valeur absolue) et D_1 celle de MP (extremum suivant) : DM est pris égal à la valeur absolue de $(D_1 - K)/2$. Si DM est plus petit que 3, on y ajoute 3 (pour tenir compte de la condition : DM supérieur à 3). Si MP est bien supérieur (maximum) ou inférieur (il s'agit d'un minimum) aux DM valeurs le suivant (sur l'axe des abscisses dans le sens M_1 vers MP), c'est un vrai extremum. Sinon, il faut recommencer les calculs jusqu'à ce qu'on trouve un ex-

tremum respectant toutes les conditions énoncées précédemment.

MP trouvé (premier "vrai" extremum suivant M1 sur l'axe des abscisses), on donne à T1 la valeur 1 si c'est un maximum algébrique et 0 s'il s'agit d'un minimum ; on recherche l'extremum suivant en procédant de la même façon : on obtient ainsi NP (extremum venant après MP, sur l'axe des abscisses, dans le sens M1 vers MP).

La recherche de MM (premier extremum voisin de M1, sur l'axe des abscisses, du côté opposé à celui de MP) et de NM (extremum suivant) se fait de même manière que celle de MP et NP.

Dans le paragraphe D-3-1, l'extremum appelé, dans la présente annexe, M1 est désignée par M0, MP (ici) correspond à M1 (paragraphe D-3-1), NP, MM et NM (dans cette annexe) remplacent respectivement M3, M2 et M4 (du paragraphe D-3-1) : ce sont des artifices de programmation qui m'ont amené à faire ces changements de notations.

Exemple :

Sur la courbe ci-dessous, j'ai mis une croix à côté des "faux extrema" ; M1, MP, NP, MM et NM sont les "vrais extrema" :

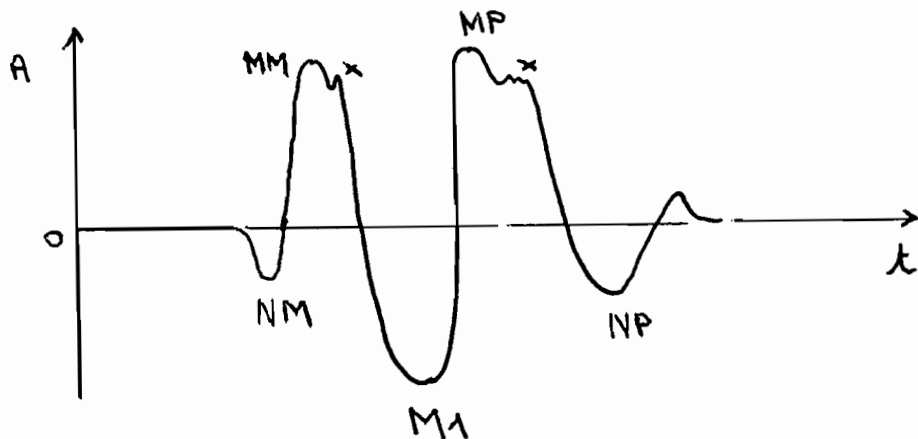


Fig. A3 : "vrais extrema" et "faux extrema"

A ce stade du programme, les extrema M1, MP, NP, MM et NM ont été obtenus.

Pour que tout effet de la ligne de base soit annulé, ces extrema doivent vérifier les inégalités suivantes :

$$|M_1 - M_P| \geq |M_1 - M_M| \geq |M_P - N_P| \quad (1)$$

Si les inégalités (1) ne sont pas vérifiées, il faut continuer à rechercher parmi les extrema suivants ceux qui respectent ces conditions.

Après cette étape, on calcule les rapports suivants :

R(JJ) : valeur absolue de $(M_1 - M_P) / (M_1 - M_M)$.

C(JJ) = NUMC/DENC avec NUMC la plus grande des valeurs absolues de $(M_P - N_P)$ et $(M_M - N_M)$ et DENC la plus petite de ces valeurs absolues : C(JJ) est ainsi supérieur à 1 (supérieur ou égal à 1) Je rappelle que JJ est la variable d'incrémementation d'une boucle du programme SONDLIS : quand JJ = 1, on calcule la fonction d'intercorrélation entre l'écho de défaut (ici tableau X(0:N-1)) et l'écho de référence (tableau Y(0:N-1)).

Quand JJ = 2, on fait l'intercorrélation entre l'écho de défaut et la dérivée de l'écho de référence.

Par définition, l'indice de parité IP (ou coefficient de parité) est :

$$IP = R(2).C(2) - R(1).C(1)$$

(Ap et Bp du paragraphe D-3-2, page 127 , correspondent respectivement à R(1).C(1) et R(2).C(2) : le changement de notations a été motivé par des artifices de calculs de programmations (ouverture d'une boucle).)

4) Conclusion :

Suivant le signe de l'indice de parité (IP) (cf. paragraphe D-3-2) et les valeurs de R(1), C(1), R(2) et C(2), on fait la discrimination entre les défauts.

Remarques :

Un résultat de discrimination suivi de la mention "1er test" est un résultat qui est sûr. L'indication "2ème test" est relative à un diagnostic conservant une petite marge d'erreur possible. Les situations incertaines sont marquées "cas douteux".

SONDLIS affiche aussi les valeurs de R(1), C(1), R(2), C(2),

M1, MP, NP, MM, NM, K (abscisse de M1) et JJ (indice d'incrémentation).

Les signaux ayant un rapport signal sur bruit assez faible doivent être d'abord lissés avant leur traitement par SONDLIS (cf le programme de lissage appelé LISS donné en annexe A4).

Je montre à la page suivante un exemple d'exécution du programme SONDLIS (les données sont soulignées par moi).

L'exemple étudié correspond au cas suivant :

Le traducteur émetteur-récepteur est plan et de large bande. Il insonifie un défaut plan rectangulaire de dimensions 1,8mm sur 3,9mm (petit défaut) perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente plane. L'écho de ce rectangle est appelé Don256. L'écho de référence est dû à une plaque de grandes dimensions (grand défaut) perpendiculaire à l'axe du faisceau incident : il est nommé PLAN256. L'essai a été fait dans l'eau.

X SONDLIS

DONNEZ LE NOMBRE D'ECHANTILLONS: 256

DONNEZ LE NOM DU FICHIER REFERENCE: PLAN256

DONNEZ LE NOM DU FICHIER CONTENANT L'ECHO DE DEFAULT: DON256

AMORT=1 SI ON VEUT AMORTIR LES SIGNAUX; SINON AMORT^=1.
DONNEZ AMORT=0

P=1 SI ON NORME PAR LA PUISSANCE, SINON P^=1
DONNEZ P=0

K= 128

JJ= 1

M1= 196.354 MP=-156.589 NP= 69.920

MM= -87.002 NM= 6.925

K= 132

JJ= 2

M1= 169.579 MP= -87.548 NP= 45.508

MM=-135.172 NM= 54.166

PETIT DEFAULT PLAN PERP. A L'AXE

1ER TEST

IP= -1.317

R(1)= 1.246 C(1)= 2.412

R(2)= 1.185 C(2)= 1.423

SONDLIS: PROC;

/* IDENTIFICATION DE DEFAUTS A L'AIDE DES 5 PLUS
GRANDS EXTREMUMS (EN VALEUR ABSOLUE) DES FONCTIONS
D'INTERCORRELATION ENTRE L'ECHO DE L'OBSTACLE IN-
CONNU ET DE L'ECHO DE REFERENCE D'UNE PART ET
ENTRE L'ECHO DU MEME OBSTACLE ET LA DERIVEE DE L'E-
CHO DE REFERENCE D'AUTRE PART:

RECONNAISSANCE DE "FAUX MAXIMA";
CALCUL DE L'INDICE (OU COEFFICIENT) DE PARITE */

/* DEV = sous-programme de derivation */

DCL DEV ENTRY(BIN FIXED(15),BIN FIXED(15),BIN FLOAT(21),(*) BIN FLOAT(21));

/* FIC = sous-programme d'intercorrelation */

DCL FIC ENTRY(BIN FIXED(15),(*) BIN FLOAT(21),(*) BIN FLOAT(21));

/* AMT = sous-programme d'amortissement */

DCL AMT ENTRY(BIN FIXED(15),BIN FLOAT(21),(*) BIN FLOAT(21));

DCL (D0,D1,D2,K) BIN FIXED(15);
DCL (I1,T1,DM) BIN FIXED(15);
DCL (MES,N2) BIN FLOAT(21);
DCL (JJ,SGN,D3,D4,D5) BIN FIXED(15);
DCL SG(2) BIN FIXED(15);
DCL (NUMC,DENC,NUMR,DENR) BIN FLOAT(21);
DCL (AB,R(2),C(2)) BIN FLOAT(21);
DCL (MP,MM,NP,NM) BIN FLOAT(21);
DCL (AMORT,RG,N,B2) BIN FIXED(15);

/* IP est l'Indice de Parite (ou coefficient de Parite) */

DCL (IP,RP) BIN FLOAT(21);
DCL (M0,M1,M2,OP,OM) BIN FLOAT(21);
DCL (IN,OUT) FILE;
DCL (V1,V2) FILE;
DCL (I,J,P) BIN FIXED(15);
DCL (E1,E2) CHAR(20) VAR;
OPEN FILE(IN) STREAM INPUT TITLE("@LIST");
OPEN FILE(OUT) STREAM OUTPUT TITLE("@LIST");
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE NOMBRE D'ECHANTILLONS ") (A);
GET FILE(IN) LIST(N);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE NOM DU FICHER REFERENCE ") (A);
GET FILE(IN) LIST(E2);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE NOM DU FICHER CONTENANT L'ECHO DE DEFAUT ") (A);
GET FILE(IN) LIST(E1);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("AMORT=1 SI ON VEUT AMORTIR LES SIGNAUX;SINON AMORT^=1.") (A);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ AMORT=") (A);
GET FILE(IN) LIST(AMORT);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("P=1 SI ON NORME PAR LA PUISSANCE,SINON P^=1") (A);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ P=") (A);
GET FILE(IN) LIST(P);
IF AMORT=1 THEN DO;
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("RG EST LE RANG DU MAXIMUM "" TEST"" ") (A);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ RG=") (A);
GET FILE(IN) LIST(RG);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("RP EST LE RAPPORT ENTRE LE PLUS GRAND MAXIMUM!!!
" EN VALEUR ABSOLUE ET LE MAXIMUM ""TEST"" ") (A);

```

                PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ-RP ") (A);
                GET FILE(IN) LIST(RP);
            END; /* THEN */

BEGIN; /* 1 */
DCL (X(0:N-1),Y(0:N-1)) BIN FLOAT(21);
N2=2;
DO JJ=1 TO 2;
OPEN FILE(V1) STREAM INPUT TITLE(E1);
OPEN FILE(V2) STREAM INPUT TITLE(E2);
DO J=0 TO N-1;
    GET FILE(V1) EDIT(X(J)) (F(4));
END;
CLOSE FILE(V1);
IF AMORT=1 THEN CALL AMT(RG,RP,X); /* AMORTISSEMENT DE X(0:N-1) */
DO J=0 TO N-1;
GET FILE(V2) EDIT(Y(J)) (F(4));
END;
CLOSE FILE(V2);
IF AMORT=1 THEN CALL AMT(RG,RP,Y); /* AMORTISSEMENT DE Y(0:N-1) */
IF JJ=2 THEN CALL DEV(1,N,1,Y); /* DERIVATION DE Y(0:N-1) POUR JJ=2 */
IF P=1 THEN DO; /* NORME PAR LA PUISSANCE */
    M1=X(0)*X(0);
    M2=Y(0)*Y(0);
    DO J=1 TO N-1;
        M1=M1+X(J)*X(J);
        M2=M2+Y(J)*Y(J);
    END;
    M1=(25/M1)*N; /* L'INVERSE DE LA PUISSANCE * PAR 25 */
    M2=(25/M2)*N; /* IDEM */
END; /* END THEN */
ELSE DO; /* NORME PAR LE MAXIMUM */

    M1=ABS(X(0));
    M2=ABS(Y(0));
    DO J=1 TO N-1;
        M1=MAX(ABS(X(J)),M1);
        M2=MAX(ABS(Y(J)),M2);
    END;
    M1=(1/M1)*100;
    M2=(1/M2)*100;
END; /* ELSE */
DO J=0 TO N-1;
    X(J)=X(J)*M1;
    Y(J)=Y(J)*M2;
END;
CALL FIC(N,X,Y); /* INTERCORRELATION */
B2=N/2;
DO J=0 TO (B2-1); /* TRANSLATION DE LA FONCTION D'INTERCORRELATION */
    AB=X(J);
    X(J)=X(J+B2);
    X(J+B2)=AB;
END; /* J */
M1=ABS(X(0)); /* RECHERCHE DE M1, MAXIMUM (EN VAL. ABSOLUE) DE L'INTERC */
DO I=0 TO N-1; /* AVANT CETTE ETAPE DES CACULS, M1 A JOUE D'AUTRES ROLES */
    M1=MAX(M1,ABS(X(I)));
    IF ABS(X(I))=M1 THEN DO;
        K=I;
        SG(JJ)=SIGN(X(I));
    END;
END;
END;

```

```

      /* X(K) est-il un maximum ou un minimum? __ M1=ABS(X(K))__ */
IF (X(K)>=X(K-1))&(X(K)>=X(K+1)) THEN T1=1;
      ELSE T1=0;

      /* SG(JJ) EST LE SIGNE DU MAXIMUM */
D0=0;
D1=K+1;
DO WHILE(D0^=1); /* RECHERCHE DE MF, 1ER EXTREMUM A "DROITE" DE M1 */
IF ((X(D1)>=X(D1+1))&(X(D1)>X(D1-1))&(T1=0))!((X(D1)<=X(D1+1))&(X(D1)<X(D1-1))&(T1=1))
      THEN DO;
  DM=(D1-K)/N2;
  IF DM < 3 THEN DM=DM+3;
  MES=X(D1);
  IF T1=1 THEN DO;
    DO II=(D1+2) TO (D1+DM);
    MES=MIN(X(II),MES);
  END; /* II */
      ELSE DO;
    DO II=(D1+2) TO (D1+DM);
    MES=MAX(X(II),MES);
  END;
      END;
IF MES=X(D1) THEN DO;
  D0=1;
  MP=X(D1);
  END;
      END; /* THEN */
D1=D1+1;
END; /* WHILE */

D1=D1-1;
D0=0;
D3=D1+1;
DO WHILE(D0^=1); /* RECHERCHE DE NP, 2eme EXTREMUM A "DROITE" DE M1 */
IF ((X(D3)>=X(D3+1))&(X(D3)>X(D3-1))&(T1=1))!((X(D3)<=X(D3+1))&(X(D3)<X(D3-1))&(T1=0))
      THEN DO;
  DM=(D3-D1)/N2;
  IF DM < 3 THEN DM=DM+3;
  MES=X(D3);
  IF T1=0 THEN DO;
    DO II=(D3+2) TO (D3+DM);
    MES=MIN(X(II),MES);
  END; /* II */
      ELSE DO;
    DO II=(D3+2) TO (D3+DM);
    MES=MAX(X(II),MES);
  END;
      END;
IF MES=X(D3) THEN DO;
  D0=1;
  NP=X(D3);
  END;
      END; /* THEN */
D3=D3+1;
END; /* WHILE */
D3=D3-1;
D0=0;
D2=K-1;

```

```

PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("K=",K) (A,F(4));
DO WHILE(D0^=1); /* RECHERCHE DE MM, 1ER EXTREMUM A "GAUCHE" DE M1 */
IF ((X(D2)>=X(D2+1))&(X(D2)>X(D2-1))&(T1=0)) ! ((X(D2)<=X(D2+1))&(X(D2)<X(D2-1))&(T1=
    THEN DO;
    DM=(K-D2)/N2;
    IF DM < 3 THEN DM=DM+3;
    MES=X(D2);
    IF T1=1 THEN DO;
    DO II=(D2-2) TO ((D2-2)-DM) BY -1;
    MES=MIN(X(II),MES);
    END; /* II */
    END;
    ELSE DO;
    DO II=(D2-2) TO ((D2-2)-DM) BY -1;
    MES=MAX(X(II),MES);
    END;
    END;
IF MES=X(D2) THEN DO;
    D0=1;
    MM=X(D2);
    END;
    END; /* THEN */
D2=D2-1;
END; /* WHILE */
D2=D2+1;
D0=0;
D4=D2-1;
DO WHILE(D0^=1); /* RECHERCHE DE NM, 2ème EXTREMUM A "GAUCHE" DE M1 */
IF ((X(D4)>=X(D4+1))&(X(D4)>X(D4-1))&(T1=1)) ! ((X(D4)<=X(D4+1))&(X(D4)<X(D4-1))&(T1=
    THEN DO;
    DM=(D2-D4)/N2;

    IF DM < 3 THEN DM=DM+3;
    MES=X(D4);
    IF T1=0 THEN DO;
    DO II=(D4-2) TO ((D4-2)-DM) BY -1;
    MES=MIN(X(II),MES);
    END; /* II */
    END;
    ELSE DO;
    DO II=(D4-2) TO ((D4-2)-DM) BY -1;
    MES=MAX(X(II),MES);
    END;
    END;
IF MES=X(D4) THEN DO;
    D0=1;
    NM=X(D4);
    END;
    END; /* THEN */
D4=D4-1;
END; /* WHILE */
D4=D4+1;
M1=M1*SG(JJ);
IF ABS(M1-MP)>=ABS(M1-MM) THEN DO;
IF ABS(MP-NP)<=ABS(M1-MM) THEN DO;
    R(JJ)=(M1-MP)/(M1-MM);
    R(JJ)=ABS(R(JJ));
    NUMC=MAX(ABS(MP-NP),ABS(MM-NM));
    DENC=MIN(ABS(MP-NP),ABS(MM-NM));
    C(JJ)=NUMC/DENC;
    END;

```

```

ELSE DO;
  DO=0;
D5=D3+1;
DO WHILE(DO^=1); /* RECHERCHE DE QP, 3ème EXTREMUM A "DROITE" DE M1 */
IF ((X(D5)>=X(D5+1))&(X(D5)>X(D5-1))&(T1=0))!((X(D5)<=X(D5+1))&(X(D5)<X(D5-1))&(T1=1))
  THEN DO;
  DM=(D5-D3)/N2;
  IF DM < 3 THEN DM=DM+3;
  MES=X(D5);
  IF T1=1 THEN DO;
    DO II=(D5+2) TO (D5+DM);
    MES=MIN(X(II),MES);
  END; /* II */
  END;
  ELSE DO;
    DO II=(D5+2) TO (D5+DM);
    MES=MAX(X(II),MES);
  END;
  END;
IF MES=X(D5) THEN DO;
  DO=1;
  QP=X(D5);
  END;
END; /* THEN */

D5=D5+1;
END; /* WHILE */
D5=D5-1;
M0=M1;
M1=MP;
NM=MM;
MM=M0;

MP=NP;
NP=QP;
NUMR=MAX(ABS(M1-MP),ABS(M1-MM));
DENR=MIN(ABS(M1-MP),ABS(M1-MM));
R(JJ)=NUMR/DENR;
NUMC=MAX(ABS(MP-NP),ABS(MM-NM));
DENC=MIN(ABS(MP-NP),ABS(MM-NM));
C(JJ)=NUMC/DENC;
  END;
END;
  ELSE DO;
    IF ABS(MM-NM)<=ABS(M1-MP) THEN DO;
      R(JJ)=(M1-MM)/(M1-MP);
      R(JJ)=ABS(R(JJ));
      NUMC=MAX(ABS(MM-NM),ABS(MP-NP));
      DENC=MIN(ABS(MM-NM),ABS(MP-NP));
      C(JJ)=NUMC/DENC;
    END;
  END;
ELSE DO;
  DO=0;
D5=D4-1;
DO WHILE(DO^=1); /* RECHERCHE DE QM, 3ème EXTREMUM A "GAUCHE" DE M1 */
IF ((X(D5)>=X(D5+1))&(X(D5)>X(D5-1))&(T1=0))!((X(D5)<=X(D5+1))&(X(D5)<X(D5-1))&(T1=1))
  THEN DO;
  DM=(D4-D5)/N2;
  IF DM < 3 THEN DM=DM+3;
  MES=X(D5);
  IF T1=1 THEN DO;
    DO II=(D5-2) TO ((D5-2)-DM) BY -1;

```

```

      MES=MIN(X(II),MES);
END; /* II */
      END;
      ELSE DO;
      DO II=(D5-2) TO ((D5-2)-DM) BY -1;
      MES=MAX(X(II),MES);
      END;
      END;
IF MES=X(D5) THEN DO;
      D0=1;
      QM=X(D5);
      END;
      END; /* THEN */
D5=D5-1;
END; /* WHILE */
D5=D5+1;
M0=M1;
M1=MM;
NF=MF;
MP=M0;
MM=NM;
NM=QM;
NUMR=MAX(ABS(M1-MM),ABS(M1-MP));
DENR=MIN(ABS(M1-MM),ABS(M1-MP));
R(JJ)=NUMR/DENR;
NUMC=MAX(ABS(MM-NM),ABS(MP-NF));
DENC=MIN(ABS(MM-NM),ABS(MP-NF));
C(JJ)=NUMC/DENC;
END;
END;
SG(JJ)=SIGN(M1);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("JJ=",JJ) (A,F(3));
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("M1=",M1,"MF=",MF,"NF=",NF) (A,F(8,3),X(2));
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("MM=",MM,"NM=",NM) (A,F(8,3),X(2));
END; /* JJ */
SGN=SG(1);

      /* ON ESSAIE MAINTENANT D'IDENTIFIER, SI POSSIBLE,
      LE DEFAULT GRACE A DES CONSIDERATIONS SUR IF,
      INDICE (OU COEFFICIENT) DE PARITE, ET C(1), C(2),
      R(1) ET R(2) */

BEGIN; /* 2 */
IP=R(2)*C(2)-R(1)*C(1);
IF (R(1) < R(2)) & (C(1) < C(2)) THEN DO; /* DONC IP EST POSITIF */
      IF SGN<0 THEN DO;
      PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("GRAND DEFAULT PLAN INCLINE: BORD S'ELOIGNANT") (A);
      PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("1ER TEST") (A);
      PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("IP=",IP) (A,F(8,3));
      DO JJ=1 TO 2;
      PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("R(",JJ,")=",R(JJ),"C(",JJ,")=",C(JJ)) (A,F(1),A,F(8,3),A,F(1),A,F(8,3));
      END;
      END; /* THEN SGN */
      ELSE DO;

      PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("GRAND DEFAULT PERPENDICULAIRE A L'AXE OU BORD PROCHE") (A);
      PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("1ER TEST") (A);
      PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("IP=",IP) (A,F(8,3));
      DO JJ=1 TO 2;
      PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("R(",JJ,")=",R(JJ),"C(",JJ,")=",C(JJ)) (A,F(1)

```



```
),A,F(8,3),X(3),A,F(1),A,F(8,3));
```

```
END;
```

```
END; /* ELSE SGN */
```

```
END; /* THEN */
```

```
ELSE DO;
```

```
IF (R(1)<R(2))&(C(1)>C(2))&(IP>0) THEN DO;
```

```
IF SGN<0 THEN DO;
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("GRAND DEFAULT PLAN INCLINE: BORD S'ELOIGNANT") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("2eme TEST") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("IP=", IP) (A,F(8,3));
```

```
DO JJ=1 TO 2;
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("R(", JJ, ")=", R(JJ), "C(", JJ, ")=", C(JJ)) (A,F(1
```

```
),A,F(8,3),X(3),A,F(1),A,F(8,3));
```

```
END;
```

```
END; /* THEN SGN */
```

```
ELSE DO;
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("GRAND DEFAULT PERPENDICULAIRE A L'AXE DU BORD PROCHE") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("2eme TEST") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("IP=", IP) (A,F(8,3));
```

```
DO JJ=1 TO 2;
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("R(", JJ, ")=", R(JJ), "C(", JJ, ")=", C(JJ)) (A,F(1
```

```
),A,F(8,3),X(3),A,F(1),A,F(8,3));
```

```
END;
```

```
END; /* ELSE SGN */
```

```
END; /* THEN */
```

```
ELSE DO;
```

```
IF (R(1)>R(2))&(C(1)>C(2)) THEN DO; /* DONC IP EST NEGATIF */
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("PETIT DEFAULT PLAN PERP. A L'AXE") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("1ER TEST") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("IP=", IP) (A,F(8,3));
```

```
DO JJ=1 TO 2;
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("R(", JJ, ")=", R(JJ), "C(", JJ, ")=", C(JJ)) (A,F(1
```

```
),A,F(8,3),X(3),A,F(1),A,F(8,3));
```

```
END;
```

```
END; /* THEN */
```

```
ELSE DO;
```

```
IF (R(1)>R(2))&(C(1)<C(2))&(IP<0) THEN DO;
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("PETIT DEFAULT PLAN PERP. A L'AXE") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("2eme TEST") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("IP=", IP) (A,F(8,3));
```

```
DO JJ=1 TO 2;
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("R(", JJ, ")=", R(JJ), "C(", JJ, ")=", C(JJ)) (A,F(1
```

```
),A,F(8,3),X(3),A,F(1),A,F(8,3));
```

```
END;
```

```
END; /* THEN */
```

```
ELSE DO;
```

```
IF (R(1)<R(2))&(C(1)>C(2))&(IP<0) THEN DO;
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("CAS DOUTEUX:") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("petit default plan perpendiculaire a l'axe du!!  
" faisceau d'ultrasons") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("IP=", IP) (A,F(8,3));
```

```
DO JJ=1 TO 2;
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ("R(", JJ, ")=", R(JJ), "C(", JJ, ")=", C(JJ)) (A,F(1
```

```
),A,F(8,3),X(3),A,F(1),A,F(8,3));
```

```
END;
```

```
END; /* THEN */
```

```
ELSE DO;
```

```
IF (R(1)>R(2))&(C(1)<C(2))&(IP>0) THEN DO;
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("CAS DOUTEUX:") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("bord lointain") (A);
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("IP=", IP) (A,F(8,3));
```

```
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("SIGNE DU MAXIMUM(EN VAL. ABSOLUE)=", SGN) (A,F(2));
```

```
DO JJ=1 TO 2;
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT ( "R(",JJ,")=" ,R(JJ),"C(",JJ,")=" ,C(JJ)) (A,F(1
),A,F(8,3),X(3),A,F(1),A,F(8,3));
END;
END; /* THEN */
END; /* 1ER ELSE SUR R(1),R(2),C(1),C(2) ET IP */
END; /* 2eme ELSE ... */
END; /* 3eme ELSE ... */
END; /* 4eme ELSE ... */
END; /* 5eme ELSE ... */
END; /* BEGIN 2 */
END; /* BEGIN 1 */
END; /* Fin du programme SONDLIS */
```

Annexe A4

Programme de lissage des signaux : LISS

Présentation :

Le programme LISS permet de lisser des signaux plus ou moins bruités. On utilise bien sûr des signaux numérisés.

Soit $X(0:NB-1)$ un tableau représentant une fonction bruitée (NB est le nombre d'échantillons). Le lissage proposé ici consiste à remplacer $X(0:NB-1)$ par $Y(0:NB-1)$ défini comme suit :

a) Pour tout I entier compris entre 2 et NB-3 (bornes comprises), on a :

$$Y(I) = X(I) + (X(I+1) + X(I-1))/4 + (X(I+2) + X(I-2))/8.$$

b) Pour $I = 1$ ou $I = NB-2$:

$$Y(I) = X(I) + (X(I+1) + X(I-1))/4.$$

c) Pour $I = 0$ ou $I = NB-1$:

$$Y(I) = X(I).$$

Le programme LISS est écrit en PL1. Les données (valeurs du tableau $X(0:NB-1)$) peuvent être soit entières (format F(4)), soit décimales (format F(8,3)).

Le sous-programme GRAPH permet de sortir les courbes représentant les signaux lissés sur écran graphique.

La figure A4-1 montre l'écho d'un trou à fond plat de diamètre 0,5mm dans un bloc d'acier. Figure A4-2 : le même écho après lissage.

Le traducteur utilisé est focalisé (large bande) de diamètre 38mm, de focale 230mm, de fréquence centrale égale à 1.4MHz.

Remarques :

1) On peut à nouveau lisser le signal lissé si celui-ci a un rapport signal sur bruit toujours faible : figure A4-3 : effet d'un deuxième lissage de l'écho du trou à fond plat de diamètre 0,5mm dans un bloc d'acier.

2) Le lissage modifie l'amplitude globale des signaux mais dans tout ce travail, on ne s'intéresse qu'à leur forme : l'amplitude des signaux n'a aucune importance dans la procédure de discrimination des défauts proposée.

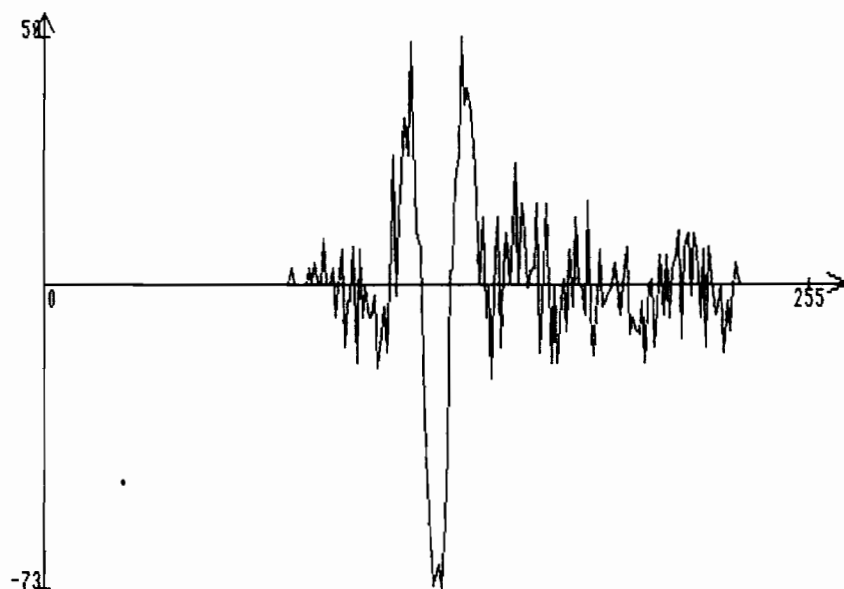


Fig. A4-1 : Echo d'un trou à fond plat de diamètre 0,5mm dans un bloc d'acier.

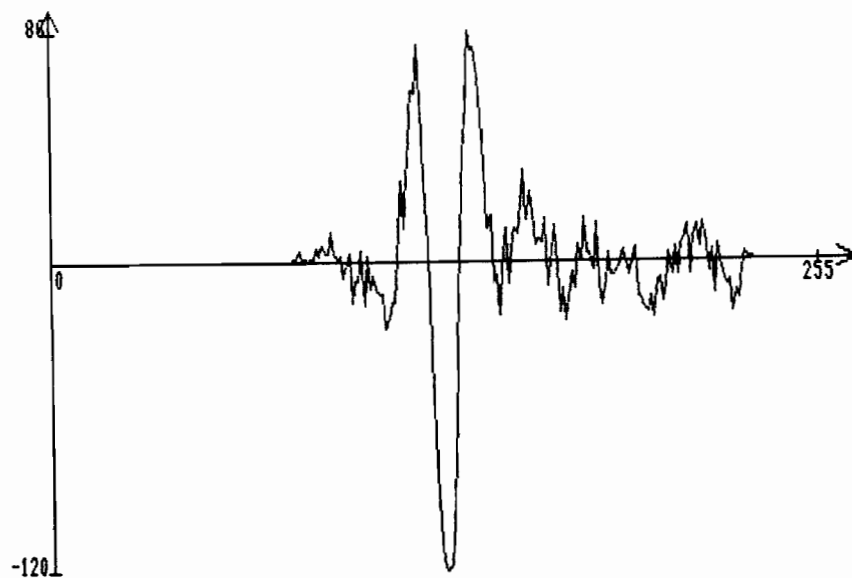


Fig. A4-2 : Le même écho (trou à fond plat de diamètre 0,5mm) après lissage.

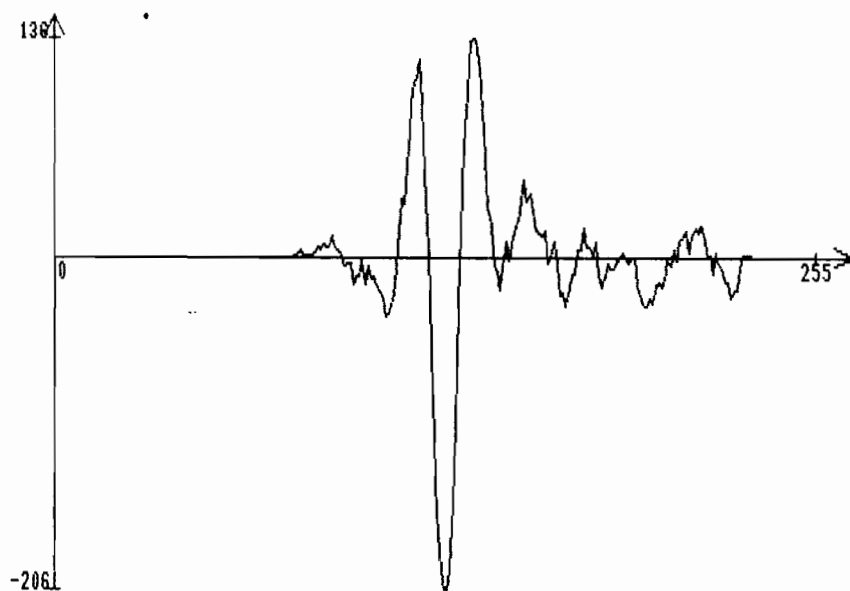


Fig A4-3 : L'écho du trou à fond plat de diamètre 0,5mm après 2 lissages successifs.

LISS: PROC;

/* PROGRAMME DE LISSAGE :

Si les donnees sont entieres, le resultat du lissage
est un ensemble de donnees dont chacune est arrondie
au nombre entier le plus proche */

DCL GRAPH ENTRY(FIXED BIN(15),FIXED BIN(15),(*) FLOAT BIN(21),
(*) FLOAT BIN(21));

DCL (ST,V) FILE;

DCL (DEC,TEST,AR) BIN FIXED(15);

DCL NB BIN FIXED(15);

DCL (SORT,L) CHAR(10) VAR;

DCL (IN,OUT) FILE;

OPEN FILE(IN) STREAM INPUT TITLE("@LIST");

OPEN FILE(OUT) STREAM OUTPUT TITLE("@LIST");

PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE NOMBRE D'ECHANTILLONS ") (A);

GET FILE(IN) LIST(NB);

PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE NOM DU FICHIER DE DONNEES ") (A);

GET FILE(IN) LIST(L);

PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("TAPEZ 1 SI ON VEUT METTRE LE RESULTAT DANS UN "!!
" FICHIER;SINON UN NBRE^=1 ") (A);

GET FILE(IN) LIST(TEST);

BEGIN; /* 1 */

IF TEST=1 THEN DO;

PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE NOM DU FICHIER DE SORTIE ") (A);

GET FILE(IN) LIST(SORT);

END;

PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DEC=1 SI ON A DES DONNEES DECIMALES;SINON DEC^="!!
"1") (A);

PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ DEC=") (A);

GET FILE(IN) LIST(DEC);

BEGIN; /* 2 */

DCL (N4,NB) BIN FLOAT(21);

OPEN FILE(V) STREAM INPUT TITLE(L);

IF TEST=1 THEN DO;

OPEN FILE(ST) STREAM OUTPUT TITLE(SORT);

END;

DCL I BIN FIXED(15);

DCL (X(0:NB-1),Y(0:NB-1)) BIN FLOAT(21);

N4=4;

NB=8;

IF DEC=1 THEN DO;

DO I=0 TO NB-1;

GET FILE(V) EDIT(X(I)) (F(8,3));

END; /* I */

END; /* THEN */

ELSE DO;

DO I= 0 TO NB-1;

GET FILE(V) EDIT(X(I)) (F(4));

END; /* I */

END; /* ELSE */

DO I=2 TO NB-3;

Y(I)= X(I)+((X(I+1)+X(I-1))/N4)+((X(I+2)+X(I-2))/NB);

END;

Y(1)= X(1)+((X(2)+X(0))/N4);

Y(NB-2)= X(NB-2)+((X(NB-1)+X(NB-3))/N4);

Y(0)=X(0);

Y(NB-1)= X(NB-1);

```
IF TEST=1 THEN DO;
  IF DEC=1 THEN DO;
    DO I=0 TO NB-1;
      PUT FILE(ST) EDIT(Y(I)) (F(8,3));
    END;
    END; /* DEC */
  ELSE DO;
    DO I=0 TO NB-1;
      AR=Y(I)+0.5*SIGN(Y(I));
      Y(I)=AR;
      PUT FILE(ST) EDIT(Y(I)) (F(4));
    END;
  END; /* TEST SUR LE PARAMETRE "TEST" */
DO I=0 TO NB-1;
X(I)=I;
END;
CALL GRAPH(0,NB-1,X,Y);
END; /* BEGIN 2 */
END; /* BEGIN 1 */
END; /* LISS */
```


Annexe A5

Programmes INTERLIS et INTERG6.

1) Présentation :

INTERLIS calcule l'Indice de Parité comme indiqué en annexe A3 (programme SONDLIS). En outre, il permet de sortir sur table traçante les quatre courbes suivantes :

- a) Echo du défaut inconnu (ou supposé tel) : S1
- b) Echo de référence : S2
- c) Intercorrélation entre S1 (écho de défaut) et S2 (écho de référence)
- d) Intercorrélation entre S1 (écho de défaut) et la dérivée de l'écho de référence (S2).

Le programme INTERG6 fait les mêmes opérations qu'INTERLIS à cette différence près : le second (INTERLIS) permet la reconnaissance des "faux extrema" (annexe A3) ce que ne fait pas le premier (INTERG6).

(Tous ces programmes sont disponibles au laboratoire Matériaux, section Ultrasons).

2) Exemples d'application :

Le traducteur utilisé est focalisé (large bande). Sa focale est égale à 230mm, son diamètre 38mm et sa fréquence centrale 1,4 MHz.

Les défauts sont des trous à fond plat dans un bloc d'acier (cf. figure 60, page 131).

L'écho du défaut supposé inconnu est celui d'un trou à fond plat (TFP) de diamètre 0,5mm. L'écho de référence est dû au bord proche du trou à fond plat (TFP) de diamètre 10mm, incliné de 30 degrés par rapport à la surface d'entrée.

L'Indice de Parité a été calculé dans les trois cas suivants :

- a) Utilisation de l'écho brut (sans lissage préalable) du trou de 0,5mm et pas de reconnaissance de "faux extrema" : programme INTERG6 (fig. A5-1).

On trouve un Indice de Parité ($I_p = B_p - A_p$) de -2,971.

b) On garde toujours l'écho du trou de 0,5mm non lissé mais cette fois, on applique la procédure de reconnaissance des "faux extrema" : programme INTERLIS :

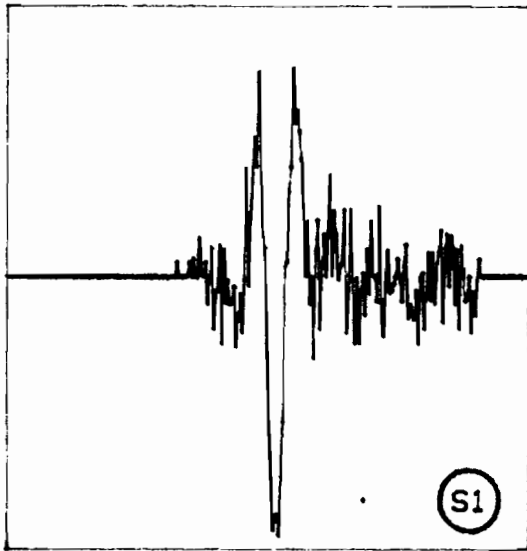
I_p (Indice de Parité) = -3,085.

c) Lissage préalable de l'écho du trou de 0,5mm (programme de lissage appelé LISS, annexe A4) et utilisation de la procédure de reconnaissance des "faux extrema" : programme INTERLIS :

I_p = -3,190.

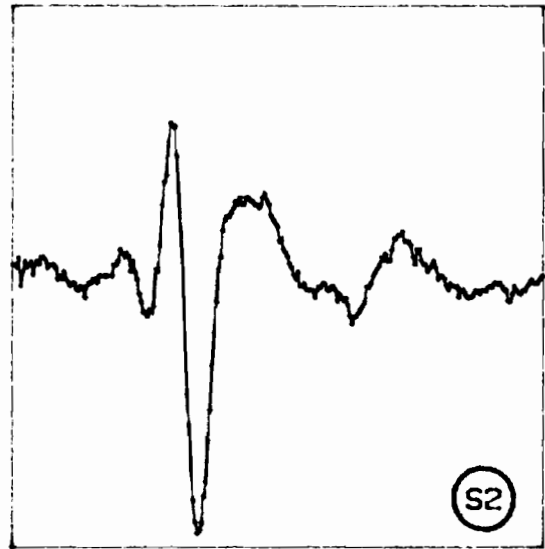
On voit ainsi que la procédure de reconnaissance de "faux extrema" et le lissage préalable de signaux bruités améliorent les résultats. En effet, plus la valeur absolue de l'Indice de Parité est différente de 0, plus le diagnostic de discrimination est sûr.

Figure A5-1



0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

TFP DE DIAMETRE 0.5mm (0 DEGRE)



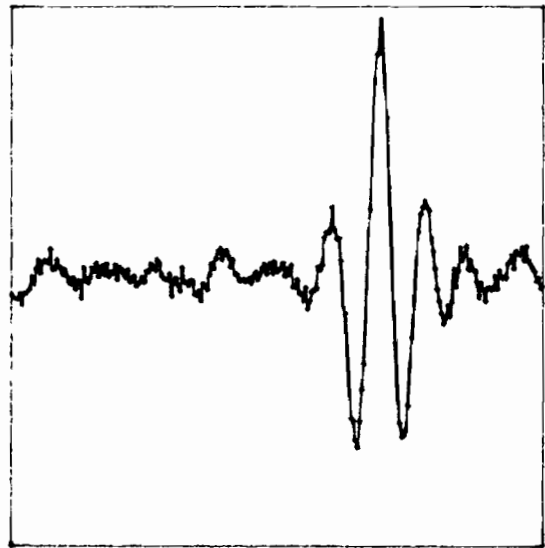
0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

BORD PROCHE DE TFP (10mm, 30DEG.)



0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

INTERCORRELATION (S1, S2)



0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

INTERCORRELATION (S1, DER (S2))

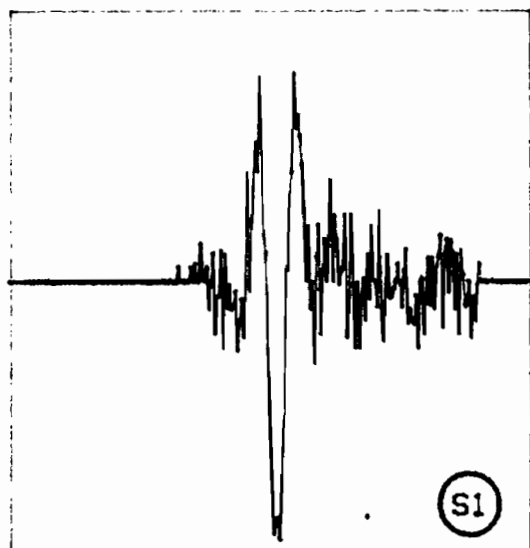
 $A_p = 4.127$ $B_p = 1.156$

INDICE DE PARITE = -2.971

TRADUCTEUR FOCALISE AMORTI: DIAMETRE 38mm; FOCAL 230mm

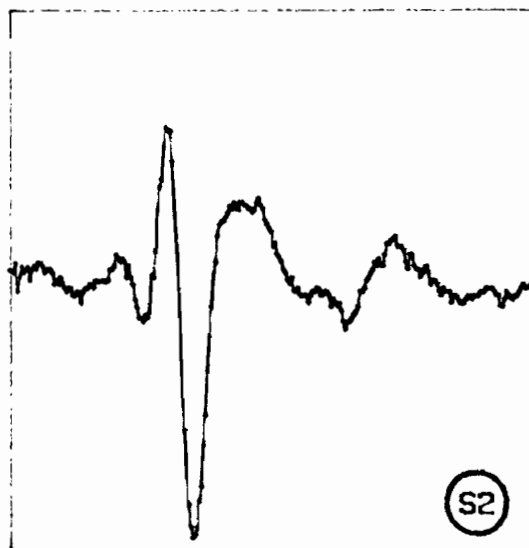
FREQUENCE CENTRALE 1.4MHz. MILIEU: ACIER. PROGRAMME: INTERG6

Figure A5-2



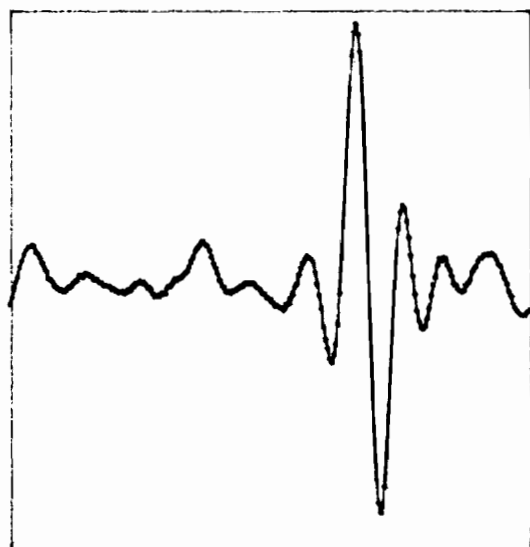
0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

TFP DE DIAMETRE 0.5mm (0 DEGRE)



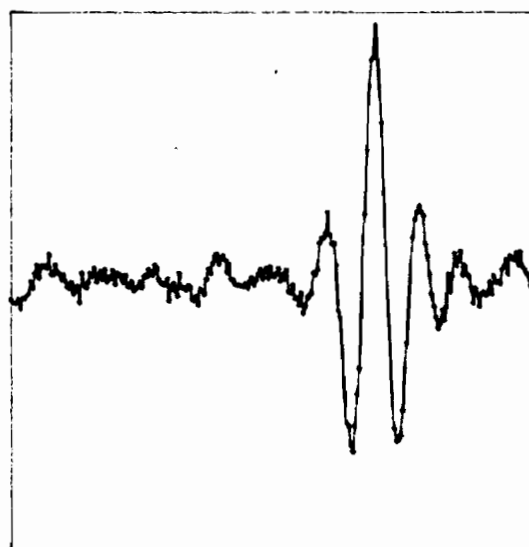
0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

BORD PROCHE DE TFP (10mm, 30DEG.)



0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

INTERCORRELATION (S1, S2)



0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

INTERCORRELATION (S1, DER (S2))

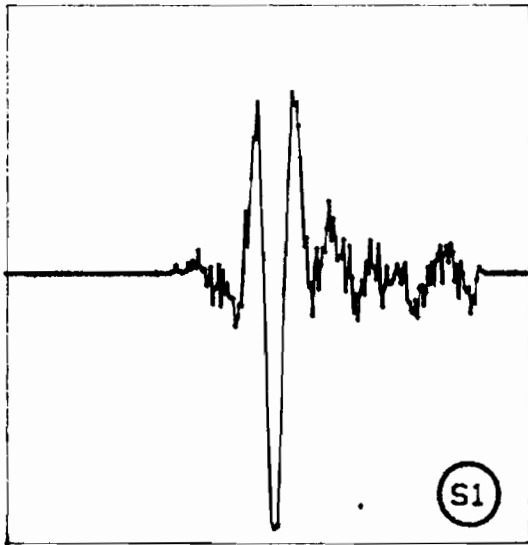
 $A_p = 4.127$ $B_p = 1.042$

INDICE DE PARITE = -3.085

TRADUCTEUR FOCALISE AMORTI: DIAMETRE 38mm; FOCAL 230mm

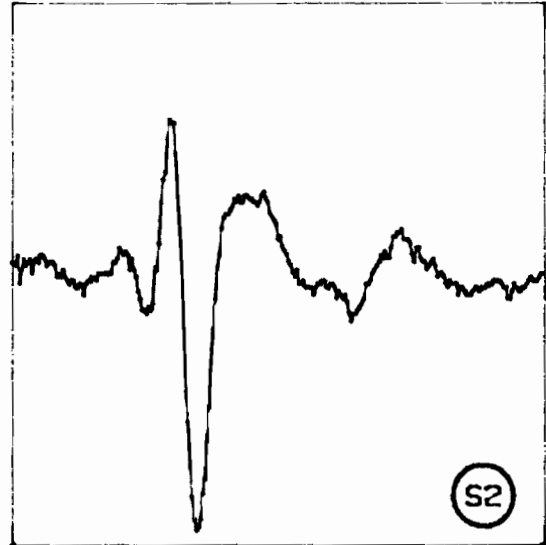
FREQUENCE CENTRALE 1.4MHz. MILIEU: ACIER. PROGRAMME: INTERLIS

Figure A5-3



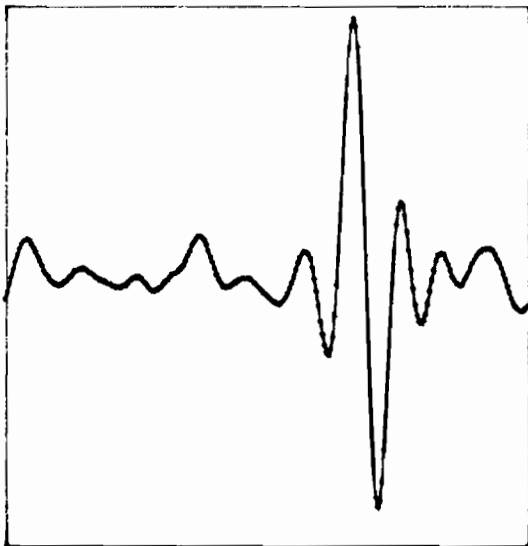
0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

TFP (0.5mm, 0 DEGRE): LISSAGE



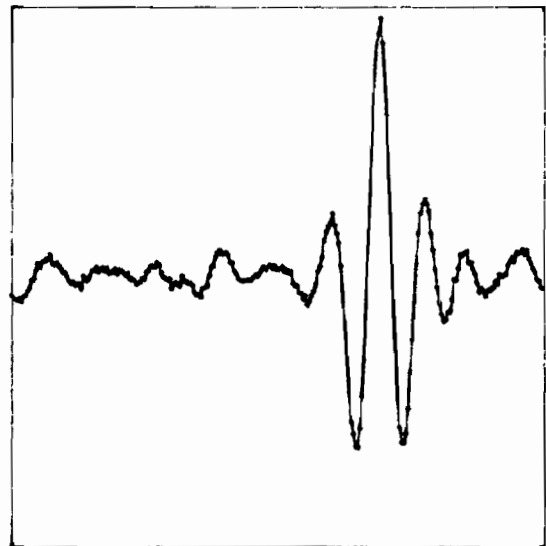
0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

BORD PROCHE DE TFP (10mm, 30DEG.)



0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

INTERCORRELATION (S1, S2)



0 TEMPS EN MICRO SEC. 5.120

INTERCORRELATION (S1, DER (S2))

 $A_p = 4.244$ $B_p = 1.053$

INDICE DE PARITE = -3.190

TRADUCTEUR FOCALISE AMORTI: DIAMETRE 38mm, FOCAL 230mm

FREQUENCE CENTRALE 1.4MHz. MILIEU: ACIER. PROGRAMME: INTERLIS

Annexe A6.

Le cepstre d'énergie d'un signal à structure d'échos.

1) Définitions :

1-1) Signal à structure d'échos.

Soit le signal $s(t)$, le signal à structure d'échos a la forme suivante :

($s(t)$ étant d'énergie finie)

$$\begin{aligned} s_e(t) &= s(t) + a_1.s(t-t_1) + a_2.s(t-t_2) + \dots + a_n.s(t-t_n) \\ &= s(t) + \sum_{i=1}^n a_i.s(t-t_i) \end{aligned} \quad (1)$$

n est le nombre d'échos, les a_i et les t_i sont des constantes, t la variable temps.

Je m'intéresse au cas où l'espacement entre deux échos successifs est constant: on a alors :

Pour tout i ($i \leq n$), $t_i = i.t_0$ (t_0 est une constante).

L'équation (1) devient :

$$s_e(t) = \sum_{i=0}^n a_i.s(t-i.t_0) \quad (2)$$

en posant $a_0 = 1$

1-2) Cepstre d'énergie (Réf. 10, 11, 12).

Soit le signal $s(t)$, on appelle Cepstre d'énergie de $s(t)$, noté $\hat{s}(t)$, la transformée de Fourier inverse du logarithme népérien du module de $s(t)$ (ou de sa densité spectrale) : ($s(t)$ est d'énergie finie)

$\hat{s}(t) = TF^{-1}[\text{Log}(\|S(\nu)\|)]$: $S(\nu)$ est la transformée de Fourier de $s(t)$, ν est la fréquence. TF^{-1} : transformée de Fourier inverse.

Pour les signaux échantillonnés (avec N échantillons), on pose: $s(k) = s(k.Te)$, k est un nombre entier, et Te est la période d'échantillonnage ($t = k.Te$).

Dans le domaine des fréquences, la variable ν est remplacée par j :

$S(j) = S(j \cdot Fe) = S(\nu)$ ($S(j)$ est une transformée de Fourier discrète).

$$\nu = j \cdot Fe \quad Fe = 1/(N \cdot Te)$$

2) Propriété de l'opérateur Cepstre d'énergie.

Soit $sp(t)$, le produit de convolution (noté $*$) de deux signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$:

$$sp(t) = s_1(t) * s_2(t)$$

$\hat{s}_p(t)$, $\hat{s}_1(t)$ et $\hat{s}_2(t)$ sont respectivement les cepstres d'énergie de $sp(t)$, de $s_1(t)$ et de $s_2(t)$.

$$\hat{s}_p(t) = TF^{-1} [\text{Log}(\|S_p(\nu)\|)]$$

$$\hat{s}_1(t) = TF^{-1} [\text{Log}(\|S_1(\nu)\|)]$$

$$\hat{s}_2(t) = TF^{-1} [\text{Log}(\|S_2(\nu)\|)]$$

TF : transformée de Fourier et TF^{-1} : transformée de Fourier inverse.

$$S_p(\nu) = S_1(\nu) \cdot S_2(\nu) : \quad S_p(\nu) = TF[sp(t)], \quad S_1(\nu) = TF[s_1(t)] \\ S_2(\nu) = TF[s_2(t)]$$

En passant aux modules :

$$\|S_p(\nu)\| = \|S_1(\nu)\| \cdot \|S_2(\nu)\|$$

($\|$ indiquant le module).

$$\text{Log} \|S_p(\nu)\| = \text{Log} (\|S_1(\nu)\| \cdot \|S_2(\nu)\|) = \text{Log} (\|S_1(\nu)\|) + \text{Log} (\|S_2(\nu)\|)$$

$$\text{d'où} : TF^{-1}(\text{Log} \|S_p(\nu)\|) = TF^{-1}[\text{Log} \|S_1(\nu)\|] + TF^{-1}[\text{Log} \|S_2(\nu)\|]$$

$$\hat{s}_p(t) = \hat{s}_1(t) + \hat{s}_2(t)$$

En résumé :

$$\left. \begin{aligned} \text{Si } sp(t) &= s_1(t) * s_2(t), \\ \hat{s}_p(t) &= \hat{s}_1(t) + \hat{s}_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Le cepstre d'énergie du produit de convolution de deux signaux est égal à la somme des cepstres d'énergie de ces signaux.

Pour les signaux échantillonnés, on remplace t par k dans les équations ($t = k.T_e$, T_e période d'échantillonnage) et il vient

$$\left. \begin{aligned} \text{Si } sp(k) &= s_1(k) * s_2(k) \text{ alors} \\ \check{S}p(k) &= \check{S}_1(k) + \check{S}_2(k) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

3) Cepstre d'énergie d'un signal à structure d'échos.

3-1) Signal contenant un seul écho.

Ici $se(t)$ a la forme suivante :

$$se(t) = s(t) + a_1 s(t-t_0)$$

On peut écrire $se(t) = s(t) * (\delta(t) + a_1 \delta(t-t_0))$, $\delta(t)$ étant l'impulsion de Dirac.

Posons $i(t) = \delta(t) + a_1 \delta(t-t_0)$, il vient :

$$se(t) = s(t) * i(t) \text{ et donc } \check{S}e(t) = \check{S}(t) + \check{i}(t)$$

$\check{S}e(t)$, $\check{S}(t)$ et $\check{i}(t)$ étant respectivement les cepstres d'énergie de $se(t)$, de $s(t)$ et de $i(t)$.

Notons $Se(\nu)$ la transformée de Fourier de $se(t)$, $S(\nu)$ et $I(\nu)$ celles respectivement de $s(t)$ et de $i(t)$, on a les égalités suivantes :

$$se(t) = s(t) * i(t)$$

$$Se(\nu) = S(\nu) \cdot I(\nu) \quad \text{avec} \quad I(\nu) = 1 + a_1 \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot t_0 \cdot \nu)$$

$$\text{Log}(\|Se(\nu)\|) = \text{Log}(\|S(\nu)\|) + \text{Log}(\|I(\nu)\|)$$

$$\|I(\nu)\| = (I(\nu) \cdot \bar{I}(\nu))^{1/2} \quad (\bar{I}(\nu) \text{ fonction complexe conjuguée de } I(\nu))$$

$$\|I(\nu)\| = [(1 + a_1 \exp(-j \cdot 2\pi \cdot t_0 \cdot \nu)) \cdot (1 + a_1 \exp(+j \cdot 2\pi \cdot t_0 \cdot \nu))]^{1/2}$$

$$\check{i}(t) = \text{TF}^{-1}(\text{Log}[\|I(\nu)\|])$$

$$\text{Log}[\|I(\nu)\|] = \frac{1}{2} \cdot [\text{Log}\{1 + a_1 \exp(-j \cdot 2\pi \cdot t_0 \cdot \nu)\} + \text{Log}\{1 + a_1 \exp(+j \cdot 2\pi \cdot t_0 \cdot \nu)\}]$$

posons $a_1 \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0) = x_1$ et $a_1 \cdot \exp(+j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0) = x_2$.
(x_1 et x_2 sont conjugués).

a) Si $|a_1| < 1$, on peut faire le développement en série suivant :

$$\begin{aligned} \text{Log}(1+x_1) &= x_1 - \frac{x_1^2}{2} + \frac{x_1^3}{3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x_1^n}{n} + \dots \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x_1^n}{n} \end{aligned}$$

(Même développement pour $\text{Log}(-1+x_2)$)

On sait que $\text{TF}^{-1}(a_1 \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot n \cdot t_0)) = a_1 \cdot \delta(t - nt_0)$

Il vient :

$$\begin{aligned} \hat{i}(t) &= \frac{1}{2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{a_1^n}{n} \left\{ \delta(t - nt_0) + \delta(t + nt_0) \right\} \right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{a_1^n}{2n} \left\{ \delta(t - nt_0) + \delta(t + nt_0) \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

Je suppose t_0 positif. Si on ne considère que les temps positifs (cas réel), l'égalité se réduit à :

$$\hat{i}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{a_1^n}{2n} \delta(t - nt_0) \quad (6)$$

b) si $|a_1| > 1$, on a : $I(\nu) = 1 + a_1 \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0)$

$$\bar{I}(\nu) = a_1 \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0) \left(1 + \frac{1}{a_1} \cdot \exp(+j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0) \right)$$

Posons

$$I_1(\nu) = \left(1 + \frac{1}{a_1} \cdot \exp(+j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0) \right) \text{ et}$$

$$I_2(\nu) = \left(1 + \frac{1}{a_1} \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0) \right)$$

$I_1(\nu)$ et $I_2(\nu)$ sont conjugués

alors :

$$\|I(\nu)\| = [I(\nu) \cdot \bar{I}(\nu)]^{1/2} = \left[a_1^2 \left(1 + \frac{1}{a_1} \cdot \exp(+j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0) \right) \left(1 + \frac{1}{a_1} \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0) \right) \right]^{1/2}$$

$$\text{Log}(\|I(\nu)\|) = \text{Log}(|a_1|) + \frac{1}{2} \left[\text{Log}(I_1(\nu)) + \text{Log}(I_2(\nu)) \right]$$

on considère le développement en série de $\text{Log}\left(1 + \frac{1}{a_1} \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0)\right)$ et de $\text{Log}\left(1 + \frac{1}{a_1} \cdot \exp(+j \cdot 2\pi \cdot \nu \cdot t_0)\right)$. La transformée de Fourier inverse de $\text{Log}(\|I(\nu)\|)$ est $\hat{i}(t)$: $\left(\left| \frac{1}{a_1} \right| < 1 \right)$

$$\hat{i}(t) = (\text{Log}|a_1|) \cdot \delta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n \cdot a_1^n} \left[\delta(t - nt_0) + \delta(t + nt_0) \right] \quad (7)$$

$\hat{i}(t)$ est le cepstre d'énergie de $i(t)$;

Par rapport au cas où $|a_1| < 1$, on voit s'ajouter le terme $\text{Log } |a_1|$

Si on ne considère que les temps positifs (cas réel) :

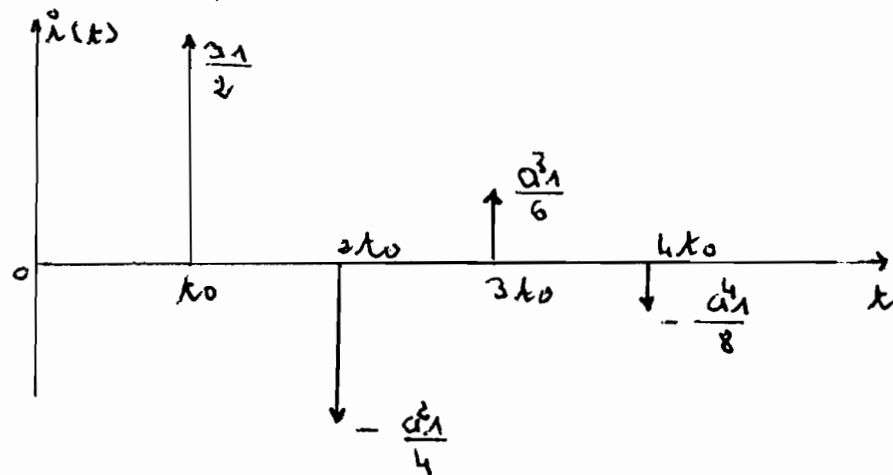
$$\hat{i}(t) = (\text{Log } |a_1|) \cdot \delta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2 \cdot n} \cdot \frac{1}{a_1^n} \cdot \delta(t - n t_0) \quad (8)$$

Pour les signaux échantillonnés, t doit être remplacé par k ($t = k \cdot T_e$) et t_0 par k_0 ($t_0 = k_0 \cdot T_e$), T_e étant la période d'échantillonnage.

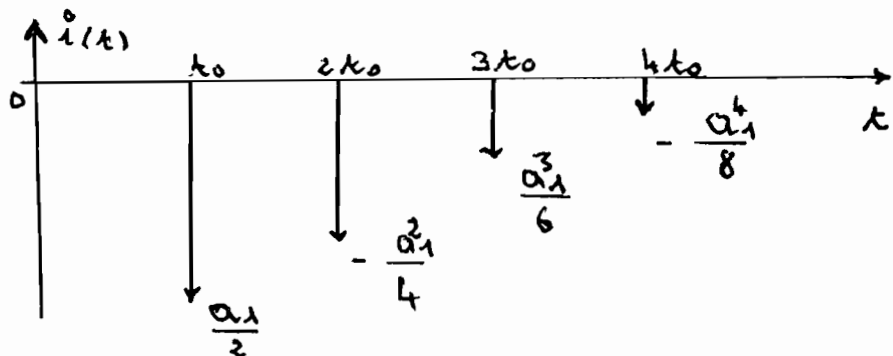
$$\begin{aligned} \text{Soit } s_e(t) &= s(t) + a_1 \cdot s(t - t_0) \\ &= s(t) * [\delta(t) + a_1 \delta(t - t_0)] \\ &= s(t) * i(t) \quad \text{en posant toujours : } i(t) = \delta(t) + a_1 \delta(t - t_0) \end{aligned}$$

le cepstre d'énergie de $i(t)$, $\hat{i}(t)$, si $|a_1| < 1$, a la forme suivante (temps positifs et $|a_1| < 1$) :

a) si $a_1 > 0$:

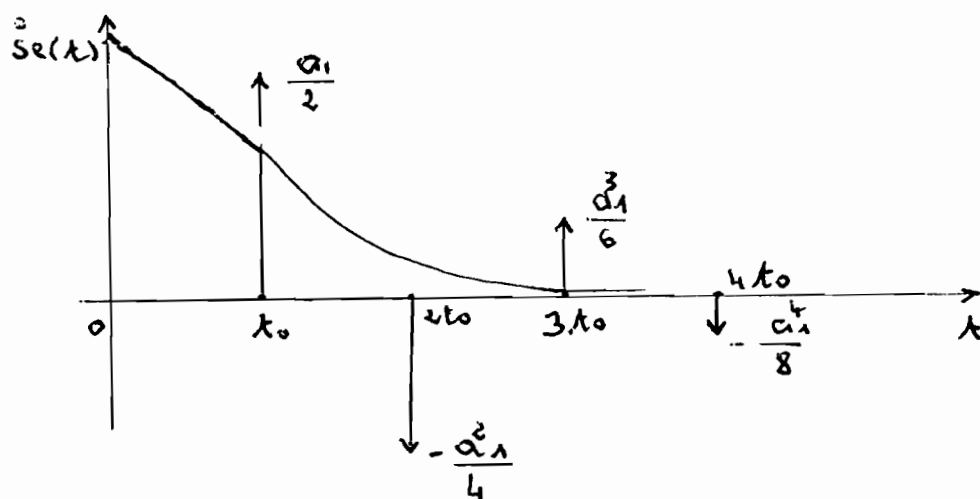


b) si $a_1 < 0$:



Pour $|a_1| > 1$, on ajoute $\log(|a_1|)$ aux valeurs précédentes.

Le cepstre de $se(t)$, $\hat{se}(t) = \hat{s}(t) + \hat{i}(t)$: (courbe ci-dessous).



Cepstre de $se(t)$ ($0 < a_1 < 1$ et temps positifs).

Remarques :

Sur la représentation graphique du cepstre, il peut arriver, si $\hat{se}(t)$ (ou $\hat{s}(t)$) a des amplitudes très grandes par rapport à $\left| \frac{a_1}{2} \right|$, qu'on ne voie pas bien apparaître les impulsions de Dirac d'amplitudes $\frac{a_1}{2}$, $-\frac{a_1^2}{4}$, $\frac{a_1^3}{6}$, etc... (suite discrète représentant le cepstre de $i(t)$).

a) Si on connaît le signal originel $s(t)$ qui est à l'origine de l'écho ($se(t) = s(t) + a_1 s(t-t_0)$), on peut résoudre le problème en représentant la courbe de la fonction $\hat{se}(t) - \hat{s}(t)$: comme $\hat{se}(t) = \hat{s}(t) + \hat{i}(t)$, on obtient le cepstre de $i(t)$ ($\hat{i}(t)$) en soustrayant $\hat{s}(t)$ de $\hat{se}(t)$. $\hat{i}(t)$ ne contient que des impulsions de Dirac.

b) Si on ne connaît pas $s(t)$, on peut, pour bien voir apparaître les impulsions de Dirac, dont les emplacements sur la courbe permettent d'accéder à t_0 , multiplier le cepstre $\hat{se}(t)$ par la fonction $f_B(t)$ telle que :

$B > 0$; pour tout t compris entre $-B$ et $+B$, ($-B < t < +B$), $f_B(t) = 0$
pour tout t tel que $|t| > B$, $f_B(t) = 1$

Cela revient à annuler les valeurs de $\hat{se}(t)$ pour les valeurs de t comprises entre $-B$ et $+B$ (filtre temporel passe-haut).

On choisit différentes valeurs de B et on garde celle qui fait le mieux apparaître les impulsions de Dirac.

J'appelle $\hat{s}_c(t) \cdot \hat{f}_B(t)$ le cepstre $\hat{s}_c(t)$ filtré.

Exemples d'application :

Les signaux sont échantillonnés. T_e , la période d'échantillonnage, est égale à 0,02 microseconde. N (nombre d'échantillons) est égal à 512.

A partir de l'écho de bord proche d'un défaut plan rectangulaire de dimensions 1,8mm et 3,9mm, incliné de 14 degrés par rapport à l'axe d'un traducteur plan (large bande) émetteur-récepteur, j'ai simulé un signal à structure d'échos $s_e(k)$.

Soit $s(k)$ le signal de bord proche, de façon générale, $s_e(k)$ a la forme suivante :

$s_e(k) = s(k) + a_1 \cdot s(k - k_0)$ (k est mis à la place de t et k_0 remplace t_0 car on a des signaux échantillonnés).

1er cas : $a_1 < 0$ et $|a_1| < 1$: $-1 < a_1 < 0$

J'ai pris $a_1 = -0,8$ et $k_0 = 85$ d'où :

$s_e(k) = s(k) - 0,8 \cdot s(k - 85)$ (k est la variable).

La figure A6-1 représente $s(k)$, écho originel (écho de bord proche). La figure A6-2 est relative à $s_e(k)$.

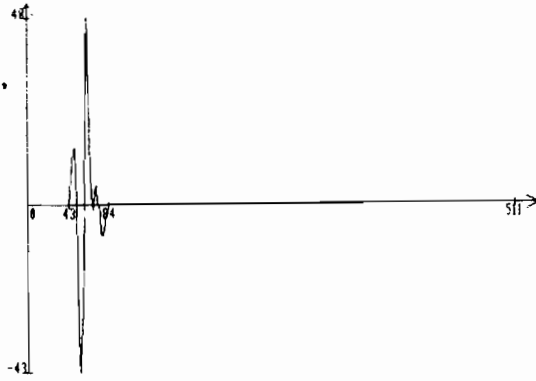
Les figures A6-3 et A6-4 montrent le spectre de $s(k)$ (écho de bord proche). La figure A6-5 est le cepstre de $s_e(k)$ et la suivante le cepstre de $s_e(k)$ moins celui de $s(k)$: on voit mieux sur cette dernière les impulsions placées en 85, 170 ($170 = 2 \times 85$), 255 ($255 = 3 \times 85$), ($k_0 = 85$).

Après 256 (axe des abscisses), on a l'effet de symétrie : 256 est en effet la moitié de 512 (nombre d'échantillons).

En supposant qu'on ne connaît pas $s(k)$, qu'on n'a que $s_e(k)$, pour faire bien apparaître les impulsions de Dirac, j'ai filtré le cepstre (annulation de sa valeur pour tout k plus petit que 20 et pour tout k plus grand que 492 ($492 = 512 - 20$ et dans la représentation graphique de cepstre d'énergie qui fait intervenir une procédure de calcul de transformée de Fourier rapide, l'abscisse négative -20 correspond à $512 - 20$).

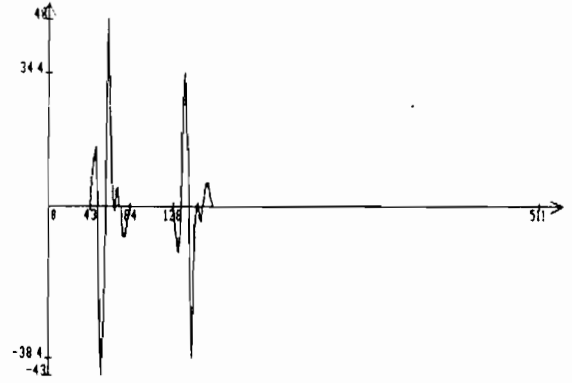
On remarquera aussi que dans ce cas où $|a_1| < 1$, il n'y a pas d'impulsions de Dirac à l'origine dans la représentation de $\hat{s}_c(t) - \hat{s}(t)$, donc de $\hat{i}(t)$.

(voir formule de $\hat{i}(t)$ page 216, formules (5) et (6)).



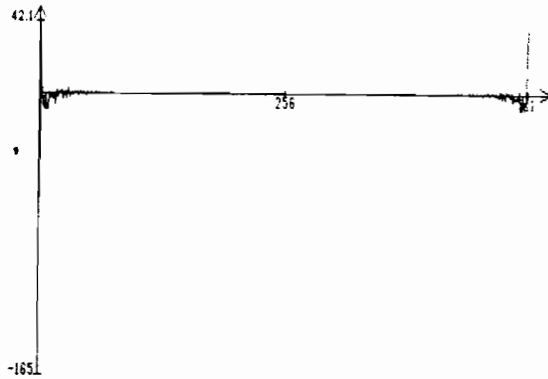
ECHO DE BORD PROCHE D'UN DÉFAUT PLAN TRANDUCTEUR PLAN, 512 ECH, $T_e = 0.02$ μ sec

Figure A6-1:
Echo de bord proche d'un défaut plan : traducteur plan; 512 ECH.
 $T_e = 0.02$ microsec.



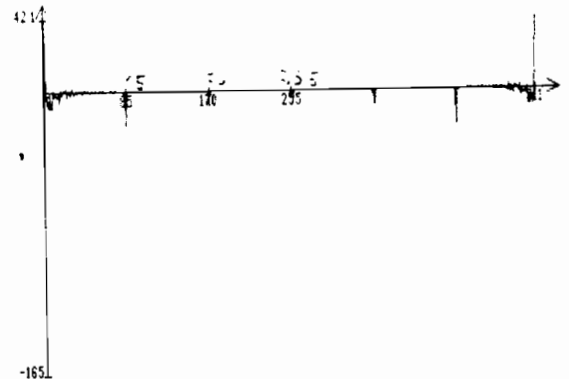
SOIT $s(k)$ LE SIGNAL DE LA FIG LE SIGNAL CI-DESSUS EST $s(k) - 0.8s(k-85)$

Figure A6-2
Soit $s(k)$ le signal de la figure A6-1, le signal ci-dessus est :
 $s(k) - 0.8.s(k-85)$



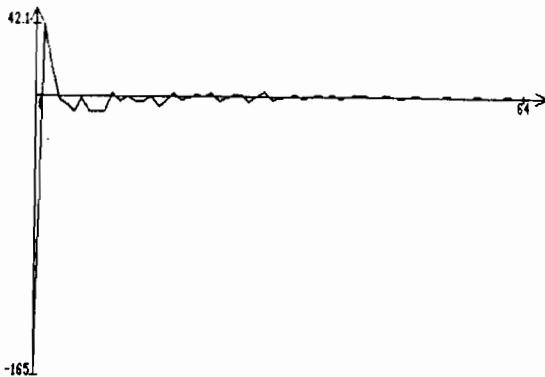
CEPSTRE DE L'ECHO DE BORD PROCHE $s(k)$. LES AMPLITUDES SONT DIVISEES PAR 10

Figure A6-3 :
Cepstre de l'écho de bord proche les amplitudes sont divisées par 10



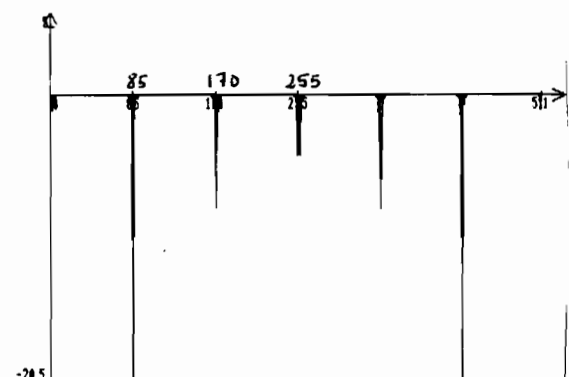
CEPSTRE DE $(s(k) - 0.8s(k-85))$ AVEC $s(k)$ ECHO DE BORD PROCHE

Figure A6-5
cepstre de $(s(k) - 0.8s(k-85))$ avec $s(k)$ écho de bord proche



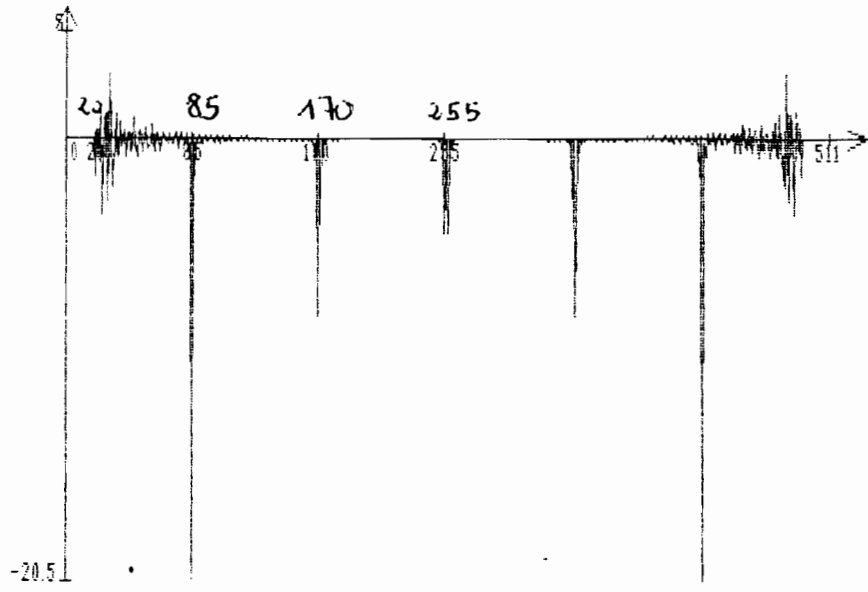
CEPSTRE DE L'ECHO DE BORD PROCHE POUR LES 64 IERS ECH - INFORMATION UTILE

Figure A6-4: Cepstre de l'écho de bord proche pour les 64 premiers échantillons



CEPSTRE DE $(s(k) - 0.3s(k-85))$ - CEPSTRE DE $s(k)$ - $s(k)$ EST UN ECHO DE BORD PROCHE

Figure A6-6: Cepstre de $(s(k) - 0.3.s(k-85))$ - cepstre de $s(k)$



CEPSTRE DE $(S(K) - 0.8 * S(K-85))$ FILTRE: VALEUR ANNULEE POUR $K < 20$ ET $K > 492$

Figure A6-7

2ème Cas : $a_1 > 0$ et $|a_1| > 1$: $a_1 > 1$

J'ai simulé le signal à structure d'échos toujours à partir de $s(k)$ (écho de bord proche) :

$$se(k) = s(k) + 4.s(k-45) : a_1 = 4 \text{ et } k_0 = 45$$

Le cepstre de $se(k)$ est représenté par la figure A6-10.

Dans la figure A6-11 représentant $\hat{c}(t)$ (cepstre de $se(k)$ -cepstre de $s(k)$), on constate qu'il y a une impulsion de Dirac à l'origine.

Cela est bien conforme au cas présent où $|a_1| > 1$ (cf. formule de $\hat{c}(t)$ pour $|a_1| > 1$).

En supposant ne pas connaître $s(k)$, j'ai fait un filtrage du cepstre de $se(k)$ (signal à structure d'échos) pour bien faire apparaître les impulsions de Dirac (valeur du cepstre annulée pour tout $k < 40$ et pour tout $k > 472$ ($472 = 512 - 40$)) : figure A6-12.

3-2) Cepstre d'énergie d'un signal à structure d'échos ayant plusieurs échos.

$se(t)$, signal à structure d'échos, a alors cette forme:

$$se(t) = s(t) + \sum_{p=1}^M a_p.s(t-t_p) ; \quad M \text{ est le nombre d'échos.}$$

Si on suppose les échos équidistants de t_0 , il vient :
pour tout t_p , on a $t_p = p.t_0$.

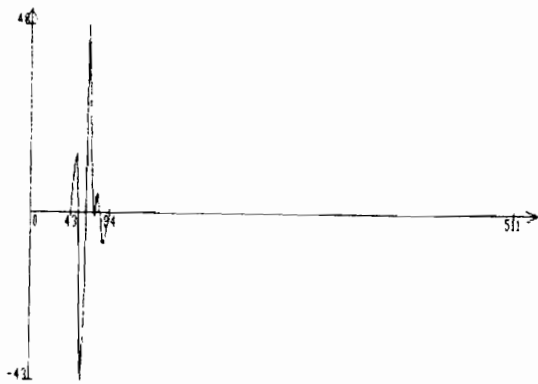
$$se(t) = \sum_{p=0}^M a_p.s(t-p.t_0) \quad \text{en posant } a_0 = 1$$

on peut écrire aussi :

$$se(t) = s(t) * \left(\sum_{p=0}^M a_p.\delta(t-p.t_0) \right) ; \quad (a_0 = 1)$$

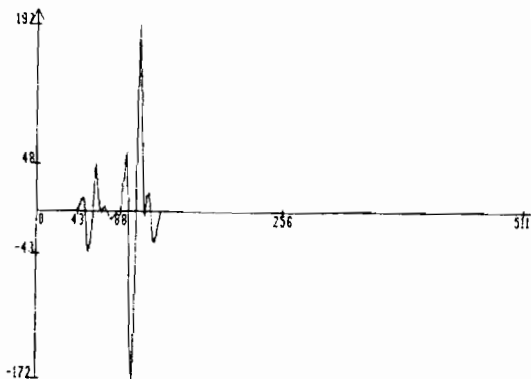
$$= s(t) * i(t)$$

et $i(t) = \sum_{p=0}^M a_p.\delta(t-p.t_0) ; \quad a_0 = 1$). (* indique la convolution



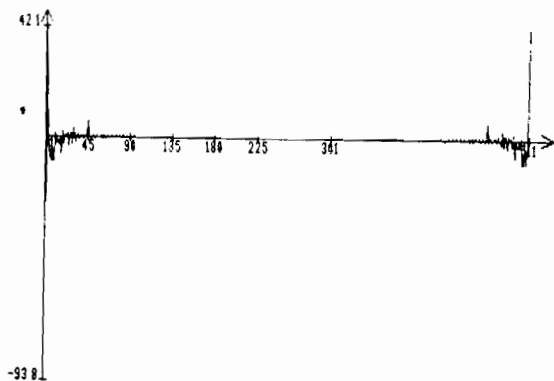
ECHO DE BORD PROCHE D'UN DEFAUT PLAN TRANDUCTEUR PLAN, 512 ECH., $T_e = 0.02$ mic

Figure A6-3 : écho de bord proche d'un défaut plan; 512 éch. $T_e = 0.02$ microseconde



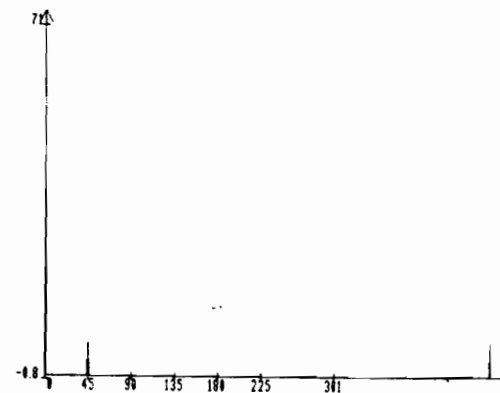
SOIT $s(k)$ LE SIGNAL DE LA FIG. LE SIGNAL CI-DESSUS EST $s(k) + 4s(k-45)$

figure A6-9 : soit $s(k)$ le signal de la figure A6-8, le signal de la figure ci-dessus est $s(k) + 4s(k-45)$



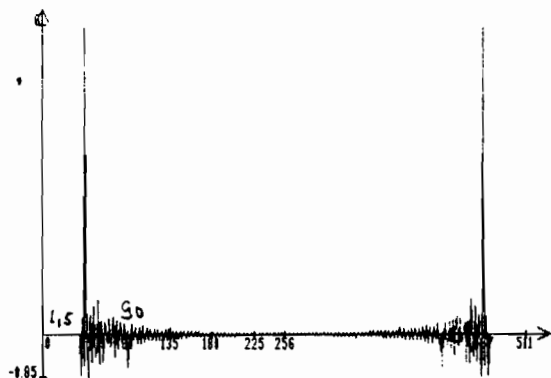
CEPSTRE DE $(s(k) + 4s(k-45))$ AVEC $s(k)$ ECHO DE BORD PROCHE

Figure A6-10 : cepstre de $(s(k) + 4s(k-45))$
 $s(k)$ écho de bord proche



CEPSTRE DE $(s(k) + 4s(k-45))$ - CEPSTRE DE $s(k)$, $s(k)$ ECHO DE BORD PROCHE

Figure A6-11 : cepstre de $(s(k) + 4s(k-45))$ - cepstre de $s(k)$. $s(k)$ est un écho de bord proche



CEPSTRE DE $(s(k) + 4s(k-45))$ FILTRÉ VALEUR ANNULÉE POUR $k < 40$ ET $k > 472$

Figure A6-12 : cepstre de $(s(k) + 4s(k-45))$ filtré: valeur annulée pour $k < 40$ et pour $k > 472$

Ici les calculs sont un peu plus compliqués. Notons seulement que la transformée de Fourier de $se(k)$ ($se(t)$ si on est en analogique) peut s'écrire comme suit :

$$Se(v) = S(v) \cdot I(v) \quad \text{et} \quad I(v) = 1 + \sum_{p=1}^M a_p \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot p t_0 \cdot v)$$

et

$$\text{Log}(\|Se(v)\|) = \text{Log}(\|S(v)\|) + \text{Log}(\|I(v)\|)$$

$$\text{Log}(\|I(v)\|) = \text{Log} \left\{ \left[\left(1 + \sum_{p=1}^M a_p \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot p t_0 \cdot v) \right) \left(1 + \sum_{p=1}^M a_p \cdot \exp(+j \cdot 2\pi \cdot p t_0 \cdot v) \right) \right]^{1/2} \right\}$$

Le développement en série de $\text{Log} \left[1 + \sum_{p=1}^M a_p \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot p t_0 \cdot v) \right]$ ne sera possible que si

$$\left\| \sum_{p=1}^M a_p \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot p t_0 \cdot v) \right\| < 1.$$

Exemple d'application :

Toujours à partir du signal de bord proche, j'ai simulé le signal à 3 échos suivant :

$$se(k) = s(k) - 0,8 \cdot s(k-45) + 0,64 \cdot s(k-90) - 0,512 \cdot s(k-135)$$

(figure A6-14).

Dans ce cas, j'ai tracé le cepstre de $se(k)$ (signal à structure d'échos) et celui de $i(k)$ (le cepstre de $i(k)$ = cepstre de $se(k)$ - cepstre de $s(k)$).

(Figures A6-15 et A6-16).

Remarques :

a) Le phénomène de recouvrement, qui apparaît assez nettement sur le cepstre de $i(k)$ (fig. A6-16) peut être sinon éliminé du moins notablement atténué si on prend un grand nombre d'échantillons.

b) Tous les calculs et les tracés de courbes ont été faits par le programme appelé CEPFIL (CEP comme CEPSTRE et FIL comme FILTRAGE éventuel).

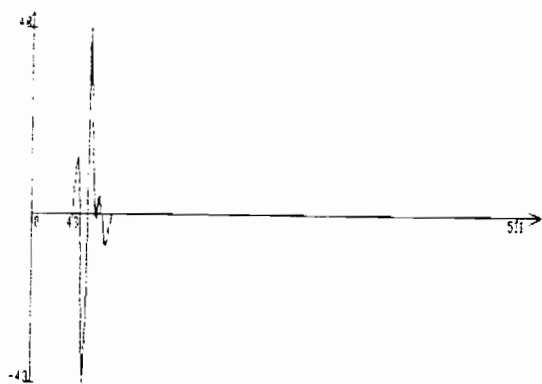
Ce programme est écrit en PL1.

Les commentaires inclus dans CEPFIL (page 227) sont suffisamment clairs pour qu'il soit inutile de donner ici d'autres précisions. Je rappelle que TF (cf. programme CEPFIL) est un sous-programme de transformée de Fourier rapide et que GRAPH permet le tracé des courbes. La procédure de calcul du cepstre d'énergie d'un signal est indiquée en début d'annexe.

Rappelons enfin pour terminer que N , le nombre d'échantillons des signaux, doit être une puissance de 2 car le programme CEPFIL contient un sous-programme (TF) de calcul de transformée de Fourier rapide.

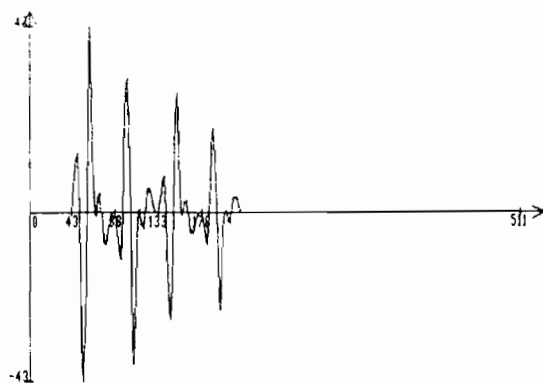
4) Conclusion.

Dans cette annexe, je me suis surtout attaché à l'aspect théorique de l'opérateur cepstre d'énergie. Cependant, les calculs montrent clairement que cet opérateur, faisant apparaître une suite d'impulsions de Dirac positionnées à des multiples entiers de la grandeur caractéristique t_0 (temps entre deux échos successifs), permet d'augmenter notablement la résolution des techniques ultrasonores basées sur l'émission-réception des ultrasons.



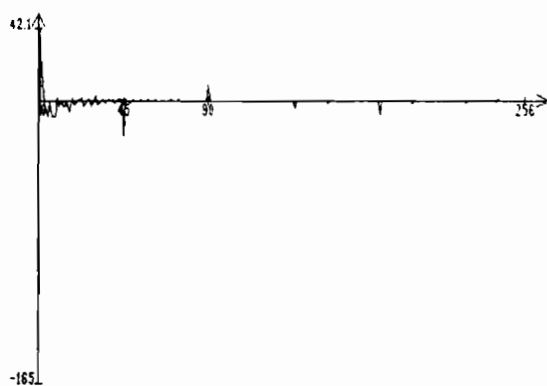
S(k) = ECHO DE BORD PROCHE D'UN DÉFAUT PLAN RECTANGULAIRE TE = 0,02 microseconde

Figure A6-13 : $s(k)$ = écho de bord proche d'un défaut plan rectangulaire : 512 éch.;
 $T_e = 0,02$ microseconde



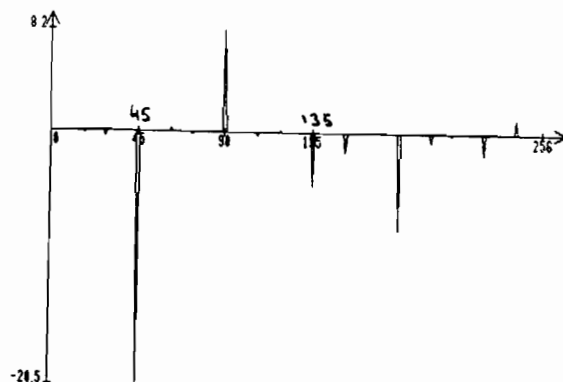
SIGNAL A STRUCTURE D'ECHOS $se(k) = s(k) - 0,8s(k-45) + 0,64s(k-90) - 0,512s(k-135)$

figure A6-14 : signal à structure d'écho $se(k)$
 $se(k) = s(k) - 0,8s(k-45) + 0,64s(k-90) - 0,512s(k-135)$



CEPSTRE DE $se(k)$: $se(k) = s(k) - 0,8s(k-45) + 0,64s(k-90) - 0,512s(k-135)$

Figure A6-15 :
 cepstre de $se(k)$, avec
 $se(k) = s(k) - 0,8s(k-45) + 0,64s(k-90) - 0,512s(k-135)$



CEPSTRE DE $se(k)$ - CEPSTRE DE $s(k)$. REPRESENTATION DE 0 à N/2 (N = NOMBRE D'ECH.)

Figure A6-16 :
 cepstre de $se(k)$ - cepstre de $s(k)$
 (représentation de 0 à N/2, N étant le nombre d'échantillons)

CEPFIL: PROC;

/* Calcule le CEPSTRE D'ENERGIE FILTRE d'un signal d'energie finie:

En entree: le tableau Y(0:N-1) contient le signal de N echantillons; le tableau X(0:N-1) est un tableau intermediaire ne contenant que des zeros;

N DOIT ETRE UNE PUISSANCE DE 2 A CAUSE DE LA PROCEDURE DE CALCUL DE TRANSFORMEE DE FOURIER RAPIDE QUI INTERVIENT DANS LE PROGRAMME

B est l'indice d'echantillon tel que: pour tout indice I tel que $(I < B)$ ou $(I \geq N - B)$ les valeurs du CEPSTRE sont forcees a zero (filtrage); pour I tel $B \leq I \leq (N - B)$, les valeurs du CEPSTRE FILTRE sont tout simplement celles du CEPSTRE non filtre. Le filtrage a lieu uniquement si B est different de zero; sinon le programme calcule le CEPSTRE D'ENERGIE classique.

En sortie: Le tableau Y(0:N-1) contient la suite CEPSTRE D'ENERGIE FILTRE du signal donne au debut du calcul; le tableau X(0:N-1) sert seulement au trace de la courbe (abscisses) */

```
DCL GRAPH ENTRY (BIN FIXED(15), BIN FIXED(15), (*) BIN FLOAT(21), (*) BIN FLOAT(21));
DCL TF ENTRY (BIN FIXED(15), BIN FIXED(15), (*) BIN FLOAT(21), (*) BIN FLOAT(21));
DCL (F,G,B) BIN FIXED(15);
DCL DEC BIN FIXED(15);
DCL (N,N2,I) BIN FIXED(15);
DCL M BIN FLOAT(21);
/* M FACTEUR MULTIPLICATIF */
DCL (IN,OUT,E,S) FILE;
DCL (ENT, SORT) CHAR(10) VAR;
OPEN FILE(IN) STREAM INPUT TITLE("@LIST");
OPEN FILE(OUT) STREAM OUTPUT TITLE("@LIST");
PUT FILE(OUT) EDIT("DONNEZ LE NOMBRE D'ECHANTILLONS ") (A);
GET FILE(IN) LIST(N);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE NOM DU FICHER D'ENTREE ") (A);
GET FILE(IN) LIST(ENT);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LA BORNE INFERIEURE DU CEPSTRE FILTRE ") (A);
GET FILE(IN) LIST(B);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("TAPEZ 1 SI ON VEUT METTRE LES RESULTATS DANS UN!!
" FICHER(SINON UN NBRE ^=1) ") (A);
GET FILE(IN) LIST(F);
BEGIN; /* 1 */
N2=N/2;
IF F=1 THEN DO;
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE NOM DU FICHER DE SORTIE ") (A);
GET FILE(IN) LIST(SORT);
END;
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("SI LES ECHANTILLONS D'ENTREE SONT DES DECIMAUX, DEC=1") (A);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("SINON DEC ^=1") (A);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ DEC ") (A);
```

```

GET FILE(IN) LIST(DEC);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("DONNEZ LE FACTEUR MULTIPLICATIF ") (A);
GET FILE(IN) LIST(M);
PUT FILE(OUT) SKIP EDIT("TAPEZ 1 SI ON VEUT UN AFFICHAGE(SINON UN NBRE^^")
"=1) ") (A);
GET FILE(IN) LIST(G);
BEGIN; /* 2 */
DCL (X(0:N-1),Y(0:N-1)) BIN FLOAT(21);
OPEN FILE(E) STREAM INPUT TITLE(ENT);
IF F=1 THEN DO;
    OPEN FILE(S) STREAM OUTPUT TITLE(SORT);
    END;
IF DEC=1 THEN DO;
    DO I=0 TO N-1;
        GET FILE(E) EDIT(Y(I)) (F(8,3));
        X(I)=0;
    END;
    END;
ELSE DO;
    DO I=0 TO N-1;
        GET FILE(E) EDIT(Y(I)) (F(4));
        X(I)=0;
    END;
    END;
CALL TF (1,N,Y,X);
DO I=1 TO N2-1;
Y(I)= SQRT(Y(I)*Y(I) + X(I)*X(I)); /* Module de la TF */
IF Y(I)^=0 THEN Y(I)=LOG(Y(I)); /* Logarithme neperien du module */
ELSE Y(I)=0; /* valeur arbitraire */
Y(N-I)=Y(I);
X(I)=0;
X(N-I)=0;
END;
IF Y(0)^=0 THEN Y(0)=LOG(ABS(Y(0)));
ELSE Y(0)=0; /* Valeur arbitraire */

IF Y(N2)^=0 THEN Y(N2)=LOG(ABS(Y(N2)));
ELSE Y(N2)=0; /* Valeur arbitraire */
CALL TF(-1,N,Y,X);

/* Filtrage du CEPSTRE si B est different de 0 */

IF B ^=0 THEN DO;
DO I=0 TO (B-1);
    Y(I)=0;
END;
DO I=(N-B+1) TO N-1;
    Y(I)=0;
END;
END;

/* Fin du filtrage */

IF M ^=1 THEN DO;
DO I=0 TO N-1;
    Y(I)=Y(I)*M;
END;
END;
IF F=1 THEN DO;

```

```
DO I=0 TO N-1;
PUT FILE(S) EDIT(Y(I)) (F(8,3));
END;
PUT FILE(S) SKIP EDIT("N=",N) (A,F(4));
      END;
IF G=1 THEN DO;
      DO I=0 TO N-1;
            X(I)=I;
      END;
      CALL GRAPH(0,N-1,X,Y);
      END;
END; /* BEGIN 2 */
END; /* BEGIN 1 */
END; /* CEPFIL */
```

Annexe A7.Fonction d'autocorrélation d'un signal à structure d'échos.I) Définition :

Je rappelle la définition du signal à structure d'échos (annexe A6) : un tel signal, $S_e(t)$, a la forme suivante :

$$S_e(t) = S(t) + a_1.S(t-t_1) + a_2.S(t-t_2) + \dots + a_i.S(t-t_i) + \dots + a_n.S(t-t_n) \quad (1)$$

$S(t)$ est un signal, généralement d'énergie finie, fonction de t , la variable temps.

a_1, a_2, \dots, a_n sont des constantes, ainsi que t_1, t_2, \dots, t_n , qui indiquent la translation temporelle des échos successifs par rapport à $S(t)$.

Ici, on s'intéresse au cas où les échos successifs sont équidistants. Alors, la constante t_i s'écrit $i.t_0$, où t_0 indique la translation d'un écho par rapport au précédent. L'équation (1) devient :

$$S_e(t) = S(t) + a_1.S(t-t_0) + a_2.S(t-2t_0) + \dots + a_i.S(t-it_0) + \dots + a_n.S(t-nt_0) \quad (2)$$

L'indice i , entier naturel, varie de 1 à n , qui est le nombre d'échos.

Je suppose les signaux considérés ici d'énergie finie.

On peut mettre l'équation (2) sous une forme plus concise :

$$S_e(t) = \sum_{i=0}^n a_i.S(t-it_0) \quad \text{en posant } a_0 = 1 \quad (3)$$

II) Fonction d'autocorrélation.

La fonction d'autocorrélation de $S_e(t)$ (signal d'énergie finie) est :

$$C_{S_e S_e}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_e(\tau).S_e(\tau-t) d\tau \quad (4)$$

$$C_{S_e S_e}(t) = S_e(t) * S_e(-t)$$

(* indiquant le produit de convolution).

II-1) Lemme.

a) Considérons deux signaux $S_a(t)$ et $S_b(t)$ construits à partir de $S(t)$ de la façon suivante :

$$\left. \begin{aligned} S_a(t) &= A_1 \cdot S(t - A_2 \cdot t_0) \\ S_b(t) &= B_1 \cdot S(t - B_2 \cdot t_0) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

A_1, A_2, B_1, B_2 et t_0 étant des constantes réelles, on a :

$$C_{S_a S_b}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_a(\tau) \cdot S_b(\tau - t) d\tau$$

(Intercorrélation entre $S_a(t)$ et $S_b(t)$).

$$C_{S_a S_b}(t) = A_1 \cdot B_1 \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau - A_2 t_0) \cdot S(\tau - B_2 t_0 - t) d\tau$$

Posons : $\tau' = \tau - A_2 t_0 \Rightarrow \tau = \tau' + A_2 t_0$, donc $d\tau' = d\tau$

$$C_{S_a S_b}(t) = A_1 \cdot B_1 \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tau') \cdot S(\tau' - [t - (A_2 - B_2) t_0]) d\tau'$$

$$\left. \begin{aligned} C_{S_a S_b}(t) &= A_1 B_1 C_{SS}(t - (A_2 - B_2) t_0) \\ \text{avec } S_a(t) &= A_1 \cdot S(t - A_2 \cdot t_0); S_b(t) = B_1 \cdot S(t - B_2 \cdot t_0) \\ \text{Avec } C_{SS}(t) &\text{ fonction d'autocorrélation de } S(t). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

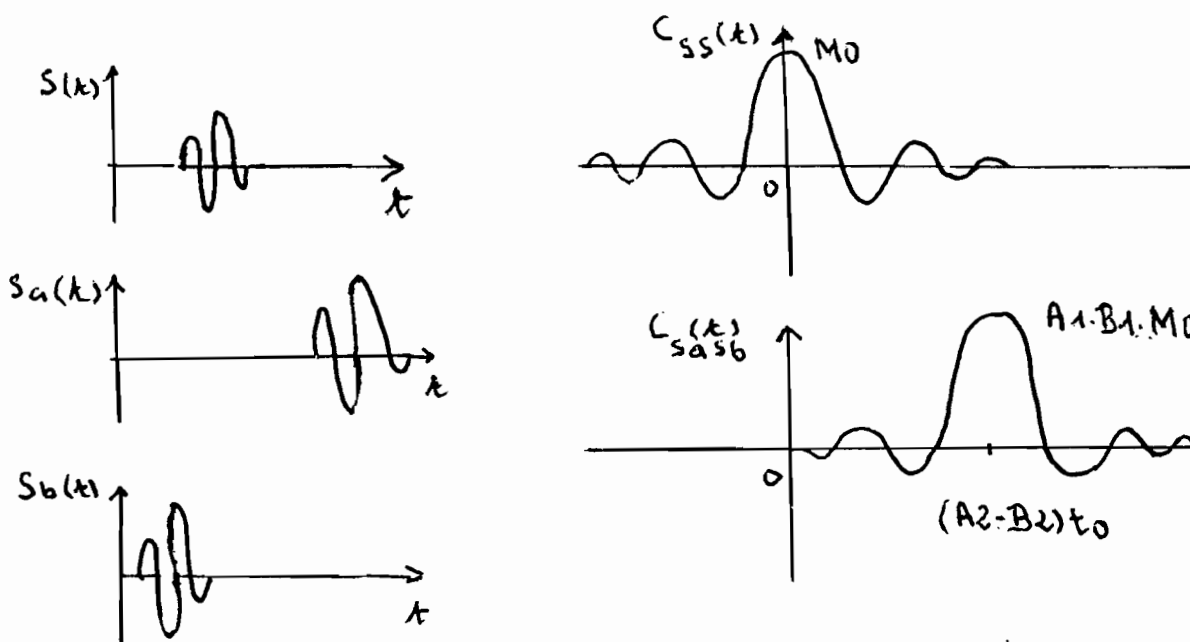


Figure A7-a. ($M_0 = C_{SS}(0)$)

Au coefficient multiplicatif $A_1.B_1$ près, on retrouve la fonction d'autocorrélation de $S(t)$, $C_{SS}(t)$, translatée de $(A_2-B_2).t_0$, ce qui correspond au décalage temporel entre $S_a(t)$ et $S_b(t)$.

Si on avait choisi $S_a(t)$ et $S_b(t)$ sous la forme suivante :

$S_a(t) = A_1.S(t-t_1)$ et $S_b(t) = B_1.S(t-t_2)$, on aurait évidemment retrouvé, au coefficient multiplicatif $A_1.B_1$ près, la fonction d'autocorrélation de $S(t)$, $C_{SS}(t)$, translatée de (t_1-t_2) .

b) La fonction d'intercorrélacion est distributive par rapport à l'addition des fonctions :

$$C_{(x+y)z}(t) = C_{xz}(t) + C_{yz}(t) \quad \text{et} \quad C_{x(y+z)}(t) = C_{xy}(t) + C_{xz}(t) \quad (7)$$

$x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ étant des fonctions du temps :

$$\begin{aligned} C_{(x+y)z}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \{x(\tau) + y(\tau)\} \cdot z(\tau-t) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot z(\tau-t) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} y(\tau) \cdot z(\tau-t) d\tau \end{aligned}$$

$$C_{(x+y)z}(t) = C_{xz}(t) + C_{yz}(t) ; \quad \text{On démontre de la même façon la 2^{ème} équation du système (7).$$

II-2) Fonction d'autocorrélacion d'un signal à structure d'échos (n échos)

II-2-1) Formulation générale :

Après avoir rappelé les deux propriétés précédentes (évidentes pour le lecteur familiarisé avec les fonctions d'intercorrélacion), la fonction d'autocorrélacion d'un signal à structure d'échos se calcule aisément.

Soit le signal à structure d'échos déjà mentionné (voir définition I) :

$$S_e(t) = S(t) + a_1.S(t-t_0) + \dots + a_2.S(t-2t_0) + \dots + a_i.S(t-it_0) + \dots + a_n.S(t-nt_0)$$

ou de façon plus concise :

$$S_e(t) = \sum_{i=0}^n a_i.S(t-it_0), \quad \text{avec } a_0 = 1.$$

Une autre écriture de $S_e(t)$, qui servira par la suite, est :

$$S_e(t) = \sum_{i=0}^n S_i(t) \quad \text{avec} \begin{cases} S_i(t) = a_i \cdot S(t - i t_0) \\ a_0 = 1 ; S_0(t) = S(t) \end{cases} \quad (8)$$

On suppose ici que tous les signaux sont d'énergie finie. La fonction d'autocorrélation de $S_e(t)$ s'écrit :

$$C_{S_e S_e}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_e(\tau) \cdot S_e(\tau - t) d\tau$$

D'après le sous-paragraphe II-1-b), on a (distributivité de l'intercorrélation par rapport à l'addition des fonctions) :

$$C_{S_e S_e}(t) = \sum_{i=0}^n \cdot \sum_{j=0}^n C_{S_i S_j}(t)$$

Et, comme $S_i(t) = a_i \cdot S(t - i t_0)$ et $S_j(t) = a_j \cdot S(t - j t_0)$ (équations (8)) d'après II-1-a), on a :

$$C_{S_i S_j}(t) = a_i \cdot a_j C_{SS}(t - (i - j) t_0)$$

d'où :

$$C_{S_e S_e}(t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \{ a_i \cdot a_j C_{SS}(t - (i - j) t_0) \} \quad (9)$$

avec $S_e(t) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot S(t - i t_0)$ et $a_0 = 1$.

II-2-2) Autre façon de présenter le même résultat :

On vient de voir donc que (équation (9)) :

$$C_{S_e S_e}(t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \{ a_i \cdot a_j C_{SS}(t - (i - j) t_0) \}$$

Maintenant, regroupons les couples (i, j) suivant la valeur de l'écart $i - j$: la valeur absolue de $(i - j)$ varie de 0 à n .

Pour chaque écart $(i - j)$ fixé, faisons varier i :

Pour $i = j$, on aura dans la formule de la fonction d'autocorrélation de $S_e(t)$ des termes de la forme $a_i^2 \cdot C_{SS}(t)$

Pour $i - j = k$, on aura des termes de la forme $a_i \cdot a_{i-k} \cdot C_{SS}(t - k t_0)$

Finalement donc, on peut mettre la fonction d'autocorrélation du signal sous la forme :

$$C_{S_e S_e}(t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \{ a_i a_j \cdot C_{SS}(t - (i - j) t_0) \}$$

$$\begin{aligned}
C_{SeSe}(t) = & \left(\sum_{i=0}^n a_i^2 \right) C_{SS}(t) + \left(\sum_{i=0}^{n-1} a_i a_{i+1} \right) C_{SS}(t+t_0) + \\
& \left(\sum_{i=1}^n a_i a_{i-1} \right) C_{SS}(t-t_0) + \dots + \left(\sum_{i=0}^{n-p} a_i a_{i+p} \right) C_{SS}(t+p t_0) + \\
& \left(\sum_{i=p}^n a_i a_{i-p} \right) C_{SS}(t-p t_0) + \dots + a_0 a_m \left[C_{SS}(t+m t_0) + C_{SS}(t-m t_0) \right]
\end{aligned}$$

On voit donc que la fonction d'autocorrélation du signal à structure d'échos $Se(t)$, formé à partir de $S(t)$, est une fonction à "structure d'échos", chaque "écho" n'étant autre chose que la fonction d'autocorrélation de $S(t)$. Chacun de ces "échos" est translaté par rapport à son précédent de la même quantité que l'est un écho de $Se(t)$ par rapport à son précédent, c'est-à-dire ici de t_0 .

Les amplitudes des "échos" placés en $p.t_0$ et $-p.t_0$ sont égales (parité de $C_{SeSe}(t)$).

(Je mets entre crochets les échos relatifs à la fonction d'autocorrélation de $Se(t)$). En effet, on a :

$$\sum_{i=0}^{n-p} a_i a_{i+p} = \sum_{i=p}^n a_i a_{i-p}$$

d'où :

$$\begin{aligned}
C_{SeSe}(t) = & (1 + a_1^2 + \dots + a_m^2) C_{SS}(t) + \left(\sum_{i=0}^{n-1} a_i a_{i+1} \right) \left[C_{SS}(t+t_0) + C_{SS}(t-t_0) \right] \\
& + \dots + \left(\sum_{i=0}^{n-p} a_i a_{i+p} \right) \left[C_{SS}(t+p t_0) + C_{SS}(t-p t_0) \right] + \dots + \\
& a_0 a_m \left[C_{SS}(t+m t_0) + C_{SS}(t-m t_0) \right]
\end{aligned}$$

(10-1)

Soit M_0 le maximum de la fonction d'autocorrélation de $S(t)$: on a $C_{SS}(0) = M_0$; en posant $\sum_{i=0}^{n-p} a_i a_{i+p} = L_p$, il vient :

$$C_{S_e S_e}(t) = L_0 C_{SS}(t) + \sum_{p=1}^n L_p \{ C_{SS}(t+p t_0) + C_{SS}(t-p t_0) \}$$

$$\text{avec } L_p = \sum_{i=0}^{n-p} a_i \cdot a_{i+p} ; \quad 0 \leq p \leq n ; \quad a_0 = 1$$

(10-2)

$M_0 > 0$ (valeur de la fonction d'autocorrélation de $S(t)$ à l'origine)

$L_0 > 0$: ($L_0 = 1 + a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_1^2 + \dots + a_n^2$).

Pour p différent de 0, L_p peut être positif ou négatif.

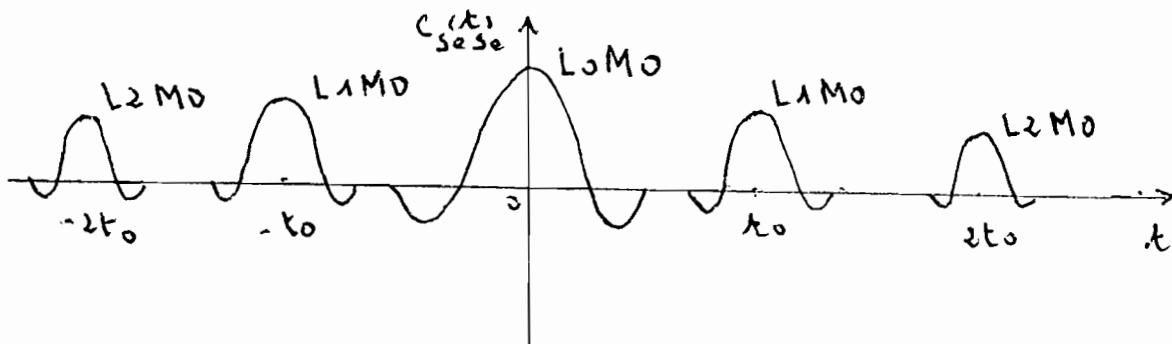


Figure A7-b.

La figure ci-dessus correspond au cas où $t_0 \gg 2 \cdot \Delta t$ (Δt est la largeur de chaque écho).

Exemple :

Soit $S(t)$ l'écho de bord d'un défaut plan obtenu en utilisant un transducteur plan large bande (figure A7-1). Il s'agit d'un écho de bord proche.

Les signaux sont échantillonnés sur 512 échantillons.

La période d'échantillonnage, T_e , est égale à 0.02 microseconde (on a donc une fréquence d'échantillonnage de 50 MHz). J'ai fabriqué, à partir de $S(t)$, un signal à structure d'échos, $S_e(t)$, de la forme suivante :

$$S_e(t) = S(t) - 0.8 \cdot S(t-85T_e) + 0.64 \cdot S(t-170T_e).$$

$$t_0 = 85T_e; \quad a_1 = -0.8 ; \quad a_2 = 0.64.$$

$$S_e(t) = S(t) - 0.8 \cdot S(t-t_0) + 0.64 \cdot S(t-2t_0) \quad (\text{voir la figure A7-3})$$

D'après l'équation suivante (précédemment établie) :

$$C_{S_e S_e}(t) = (1 + a_1^2 + \dots + a_n^2) C_{S_s}(t) + \sum_{p=1}^n L_p \left[C_{S_s}(t + p t_0) + C_{S_s}(t - p t_0) \right]$$

$$\text{avec } L_p = \sum_{i=0}^{n-p} a_i \cdot a_{i+p}.$$

On a ici $n=2$; $a_0=1$ (par définition) ; $a_1 = -0.8$; $a_2 = 0.64$

Le calcul de la fonction d'autocorrélation de $S(t)$, écho de bord proche à partir duquel a été simulé le signal $S_e(t)$ à structure d'échos, donne $M_0 = 125.7$ (valeur à l'origine de la fonction d'autocorrélation de $S(t)$) : fig. A7-2.

Vérification des formules :

Calcul des coefficients L_p :

$$L_0 = 1 + a_1^2 + a_2^2 = 1 + 0.64 + 0.41 = 2.05$$

$$L_1 = a_0 \cdot a_1 + a_1 \cdot a_2 = a_1 + a_1 \cdot a_2 = -1.31$$

$$L_2 = a_0 \cdot a_2 = 0.64$$

Si les différents motifs de $C_{S_e S_e}(t)$ sont bien séparés (pas de phénomène de superposition (cas présent où t_0 est supérieur à $2\Delta t$, largeur de chaque écho)), on a : $C_{S_e S_e}(0) = L_0 \cdot M_0$, $C_{S_e S_e}(t_0) = L_1 \cdot M_0$ et $C_{S_e S_e}(2t_0) = L_2 \cdot M_0$

Si on applique ici ces équations, on trouve par calcul $C_{S_e S_e}(0) = 257,6$ (c'est bien la valeur trouvée par le calcul direct de la fonction d'autocorrélation de $S_e(t)$). De même, pour $C_{S_e S_e}(t_0)$, on trouve $-165 = C_{S_e S_e}(-t_0)$. Enfin, on a $C_{S_e S_e}(2t_0) = 84,44 = C_{S_e S_e}(-2t_0)$. On retrouve les valeurs données par le calcul direct de la fonction d'autocorrélation de $S_e(t)$ (voir figure A7-4). On rappelle que ces égalités sont valables dans le cas où il n'y a pas de phénomène de superposition ("condition de Shannon").

La fonction d'autocorrélation $C_{S_e S_e}(t)$ est translatée de $257,6$ sur la figure A7-6.

Le résultat intéressant, c'est que la fonction d'autocorrélation du signal à structure d'échos équidistants de t_0 est elle aussi formée d'échos équidistants de t_0 .

On peut accéder ainsi à t_0 , avec une assez bonne précision, en considérant les positions des maxima (en valeur absolue) de la fonction d'autocorrélation. Cela peut être intéressant dans le cas où la forme de $S_e(t)$ (le signal à structure d'échos) ne permet pas de trouver par mesure directe l'écart temporel entre deux échos avec une assez bonne précision.

II-2-3) Condition pour éviter le phénomène de superposition dans la fonction d'autocorrélation du signal à structure d'échos.

Soit un signal à structure d'échos, $S_e(t)$. Supposons que chaque écho est de largeur Δt . Supposons que chaque écho est traduit par rapport au précédent de t_0 . On peut voir sur une figure la condition à remplir pour éviter le phénomène de "chevauchement" entre les "échos" de la fonction d'autocorrélation de $S_e(t)$.

Exemple :

Soit le signal précédent $S_e(t) = S(t) - 0.8.S(t-t_0) + 0.64.S(t-2t_0)$ avec $t_0 = 85T_e$. On a deux échos ($n=2$).

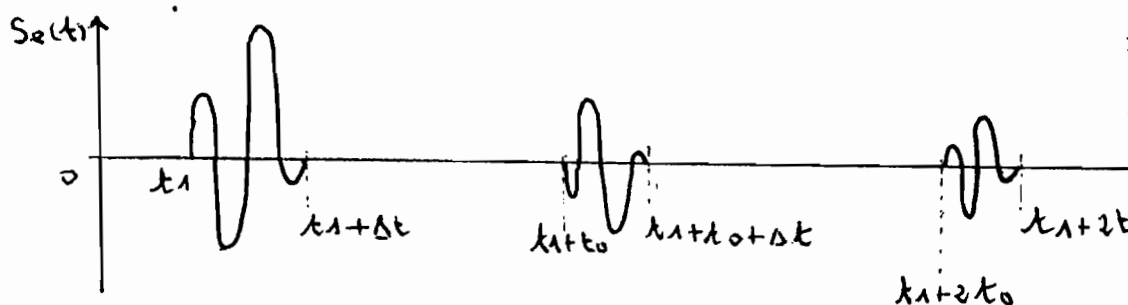


Figure A7-c.

Procédure de calcul de la fonction d'autocorrélation :

$$C_{S_e S_e}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_e(t) \cdot S_e(t-\tau) dt$$

Etapes du calcul :

- 1) on fixe $S_e(t)$.
- 2) On prend une fonction $S_m(t) = S_e(t-\tau)$.
- 3) On fait varier τ , et pour chaque τ , on calcule l'aire algébrique sous la fonction produit $F_p(t) = S_e(t) \cdot S_m(t) = S_e(t) \cdot S_e(t-\tau)$ (la figure A7-d qui fait la comparaison entre corrélation et convolution, résume la procédure à suivre dans le cas général de la fonction d'intercorrélation entre deux fonctions $x(\tau)$ et $h(\tau)$. Sur cette figure, la variable pour la fonction d'intercorrélation est t et la variable pour les fonctions à intercorrélérer est τ ; Dans mon cas, c'est le contraire, ce qui n'influe évidemment pas sur le résultat. Ce n'est qu'une différence de notation. En suivant donc ici cette procédure dans le cas de la fonction d'autocorrélation, on peut trouver par simple examen graphique, la condition de séparation entre les différents "échos" de $C_{S_e S_e}(\tau)$

Convolution et corrélation.

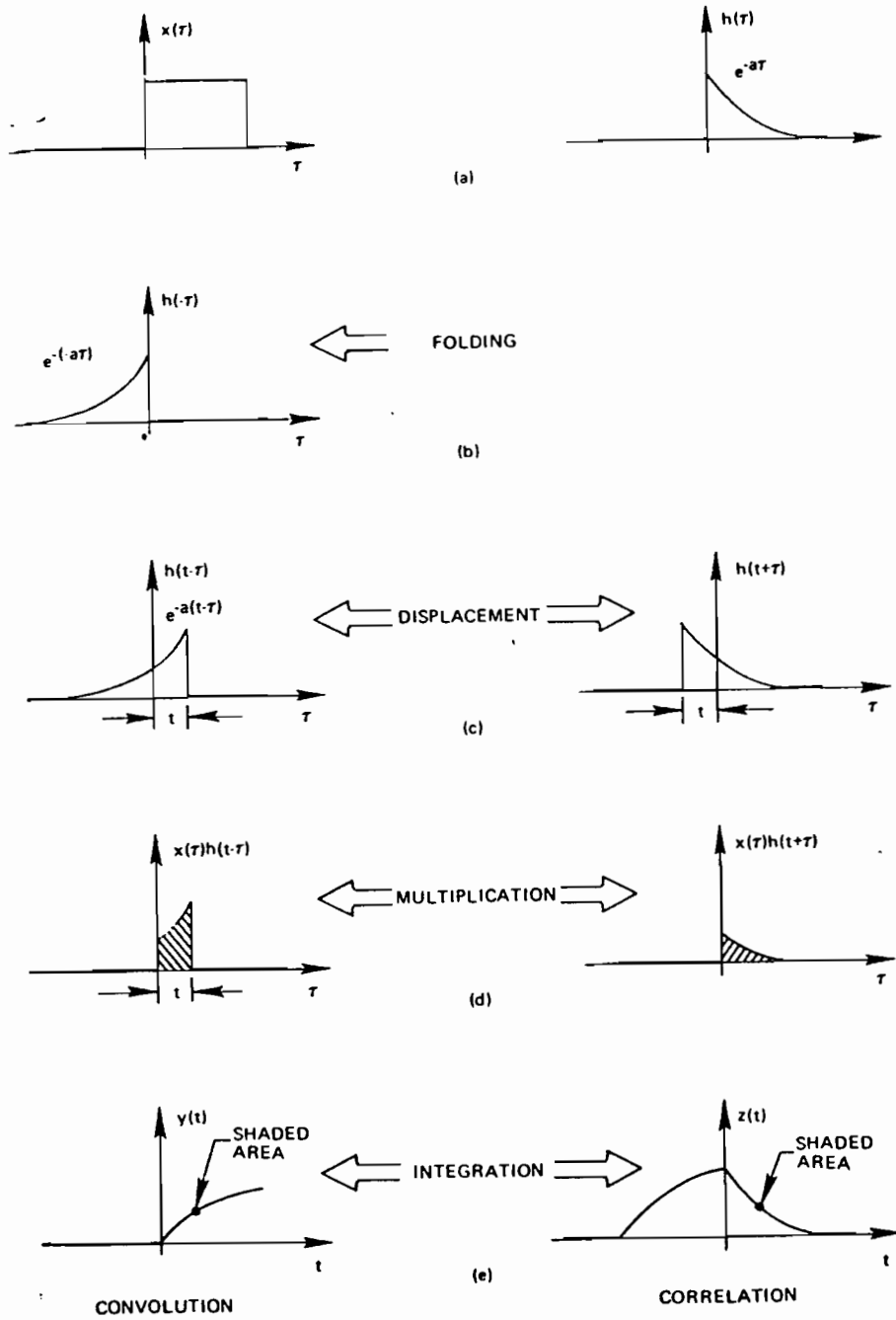


Figure A7-d:
 Comparaison graphique entre convolution et corrélation.
 (Réf.:cours de D.E.A. d'acoustique: 1981-1982;Paris VI).

Soit donc le signal à structure d'échos $Se(t)$. On suppose que chaque écho a une largeur Δt et que l'écart temporel entre deux échos successifs est t_0 :

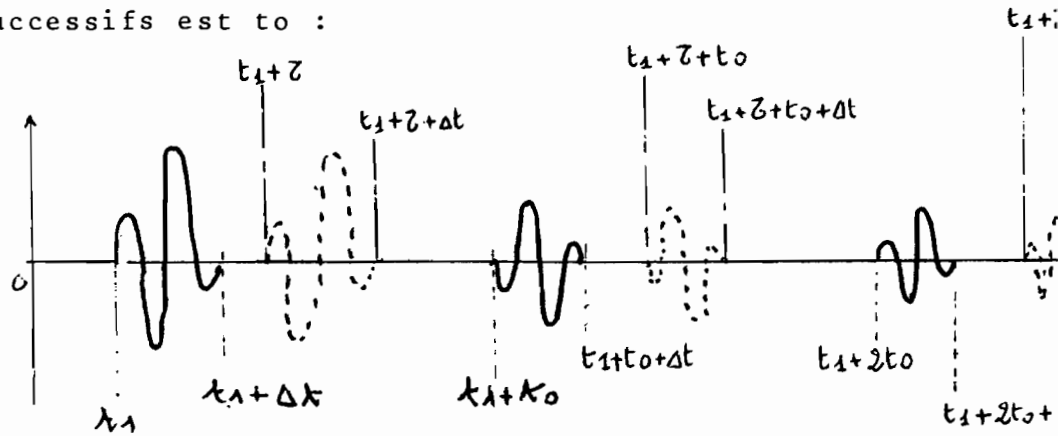


Figure A7-e.

Sur la figure ci-dessus, $Se(t)$ est en trait plein. En pointillé $Se(t-\tau)$.

τ indique la translation de $Se(t)$.

t_1 indique le début de $Se(t)$.

Quand $\tau = 0$, les deux courbes se superposent exactement et on a le maximum de $C_{SeSc}(\tau)$: $C_{SeSc}(0)$

Ayons à l'esprit la définition de $C_{SeSc}(\tau)$: la figure ci-dessus montre que la condition de séparation entre les "écho" de $C_{SeSc}(\tau)$ est que t_0 , écart temporel entre deux échos successifs de $Se(t)$, soit égal ou supérieur au double de la largeur Δt de chaque écho.

$$\boxed{\text{Condition de séparation : } t_0 \geq 2 \cdot \Delta t} \quad (11)$$

Dans l'exemple précédent, où $Se(t) = S(t) - 0.8 \cdot S(t-t_0) + 0.64 \cdot S(t-2t_0)$ on a $t_0 = 85T_e$ ($T_e = 0.02$ micros) et $\Delta t = 41T_e$ (voir fig. A7-1). La condition de séparation ($t_0 \geq 2 \cdot \Delta t$) est respectée et on obtient la courbe de la figure A7-4. Les "échos" de $C_{SeSc}(\tau)$ sont bien de la forme $L_p \cdot C_{SS}(\tau - p t_0)$ avec p variant de 0 à n (ici, $n=2$) (voir page 235, la définition de L_p)

Si la condition de séparation ($t_0 \geq 2 \cdot \Delta t$) est remplie, on vérifie donc que pour tout entier p compris entre 0 et n (0 et n compris on a :

$$C_{SeSc}(p t_0) = L_p C_{SS}(0)$$

Si on ne cherche qu'à trouver t_0 (écart temporel) entre échos successifs, la condition de séparation ($t_0 \geq 2 \cdot \Delta t$) n'est pas nécessaire.

L'exemple de la figure A7-7 est relatif au cas où $t_0 = \Delta t$. Dans cet exemple, $S_e(t)$, le signal à structure d'échos, a la forme suivante :

$$S_e(t) = S(t) - 0.3.S(t-\Delta t) + 0.64.S(t-2\Delta t) ;$$

$t_0 = \Delta t = 41T_e$ (T_e , la période d'échantillonnage est toujours égale à 0.02 microseconde)

Un autre exemple : je considère toujours le signal $S_e(t)$. Mais ici, je prends : $t_0 = 20T_e$ (20: plus grand entier $< \frac{\Delta t}{2}$).

$$S_e(t) = S(t) - 0.3.S(t-t_0) + 0.64.S(t-2t_0) ;$$

$S(t)$ est toujours l'écho de bord proche d'un défaut plan rectangulaire.

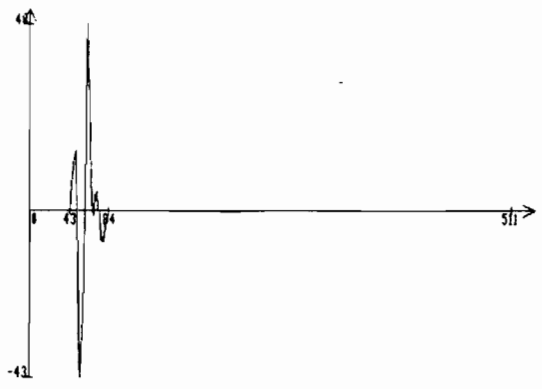
$\Delta t = 41T_e$ et $t_0 = 20T_e$; $T_e = 0.02$ microseconde

La figure A7-12 montre qu'on peut encore accéder à t_0 (les maxima (en valeur absolue) des "échos" de la fonction d'autocorrélation de $S_e(t)$ sont bien placés successivement en 0 (origine) $t_0 = 20T_e$, $2t_0 = 40T_e$) (voir aussi fig. A7-15).

Par contre, si on prend $t_0 \approx \Delta t / 10$ ($t_0 = 4T_e$), la mesure de t_0 , par autocorrélation, devient ici impossible. (Fig. A7-16 et A7-19). Les maxima ne sont plus placés en t_0 et $2t_0$ (multiples entiers de t_0).

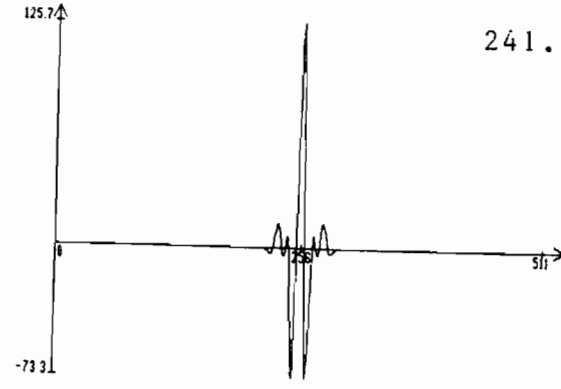
Remarque :

On utilise la FFT dans le calcul de la fonction d'intercorrélacion donc aussi d'autocorrélacion. Le nombre d'échantillons, N , doit donc être une puissance de 2. N , le nombre d'échantillons est différent de n , le nombre d'échos du signal à structure d'échos. (FFT = Fast Fourier Transform, Transformée de Fourier Rapide). Dans les exemples traités dans cette annexe, le nombre d'échantillons, N , est égal à 512.



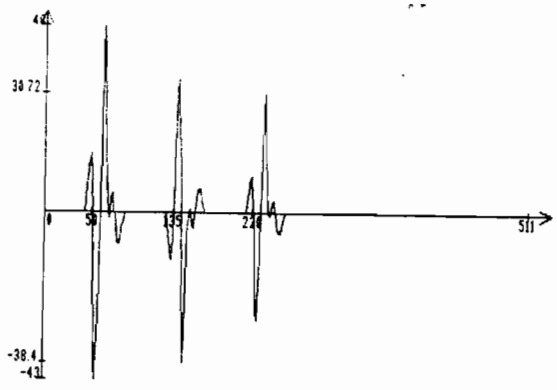
ECHO DU BORD PROCHE D'UN DEFAUT PLAN: TRANSDUCTEUR PLAN LARGE BANDE

Figure A7-1 :
écho debord proche d'un défaut plan : traducteur plan large bande



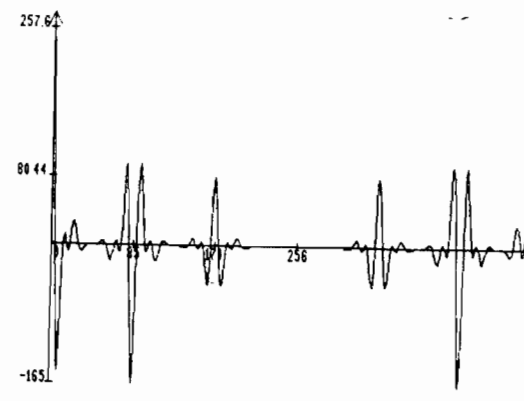
AUTOCORRELATION DE L'ECHO DE BORD PROCHE TRANSLATEE DE 256 ECHANTILLONS

Figure A7-2 :
autocorrélation de l'écho de bord proche (translatée de 256 échantillons)



SIGNAL A STRUCTURE D'ECHOS SIMULE: 85 ECHANTILLONS ENTRE 2 ECHOS SUCCESSIFS

Figure A7-3: signal à structure d'écho simulé : 85 échantillons entre deux échos successifs



AUTOCORRELATION DU SIGNAL A STRUCTURE D'ECHOS

Figure A7-4 :
autocorrélation du signal à structure d'échos de la figure A7-3



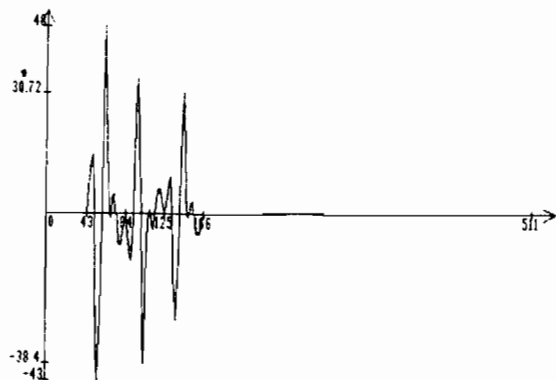
SIGNAL A STRUCTURE D'ECHOS SIMULE: 85 ECHANTILLONS ENTRE 2 ECHOS SUCCESSIFS

Figure A7-5 : signal à structure d'écho : 85 éch. entre 2 échos successifs



AUTOCORRELATION TRANSLATEE DE 256 ECHANTILLONS DU SIGNAL

Figure A7-6 : autocorrélation du signal de la figure A7-5 (autocorrélation translatée de 256 échantillons)



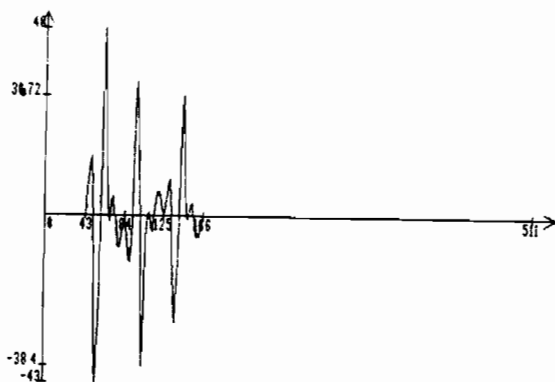
STRUCTURE D'ECHOS. CAS LIMITE DU LARGEUR D'ECHO = ECART ENTRE ECHOS = $41T_e$

Figure A7-7 : signal à structure d'échos : cas où la largeur d'écho = écart entre échos successifs = $41T_e$



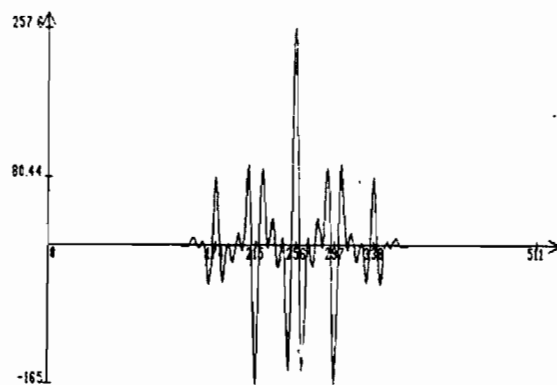
AUTOCORRELATION DU SIGNAL : LARGEUR D'ECHO = ECART ENTRE ECHOS

Figure A7-8: autocorrélation du signal de la figure A7-7 (largeur d'écho = écart entre échos = $41T_e$)



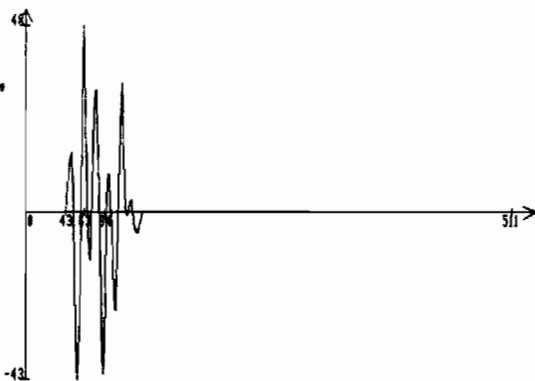
SIGNAL A STRUCTURE D'ECHOS: LARGEUR D'ECHO = ECART ENTRE ECHOS = $41 T_e$

Figure A7-9: signal à structure d'échos : largeur d'écho = écart entre échos successifs = $41T_e$.



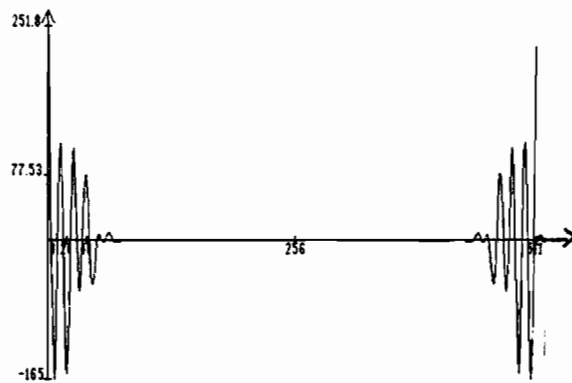
AUTOCORRELATION DU SIGNAL A STRUCTURE D'ECHOS TRANSLATEE DE 256 TE

Figure A7-10: autocorrélation translatée de 256 échantillons du signal de la figure A7-9



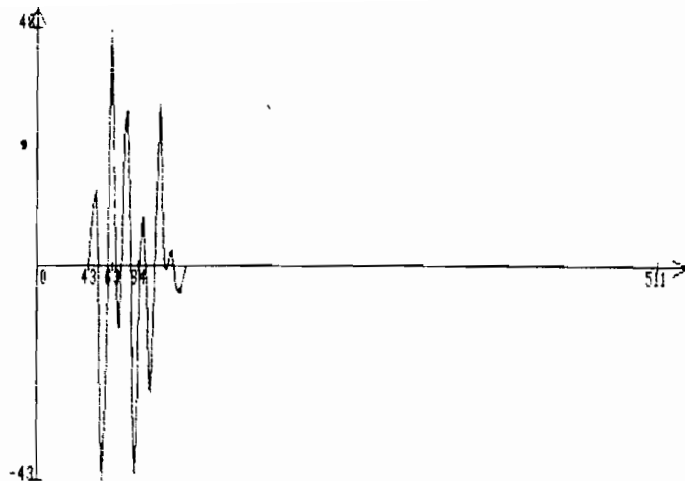
SIGNAL A "STRUCTURE D'ECHOS": LARGEUR D'ECHO = 2 FOIS ECART ENTRE ECHOS

Figure A7-11 : signal à structure d'échos : largeur d'écho = 2 fois écart entre échos successifs



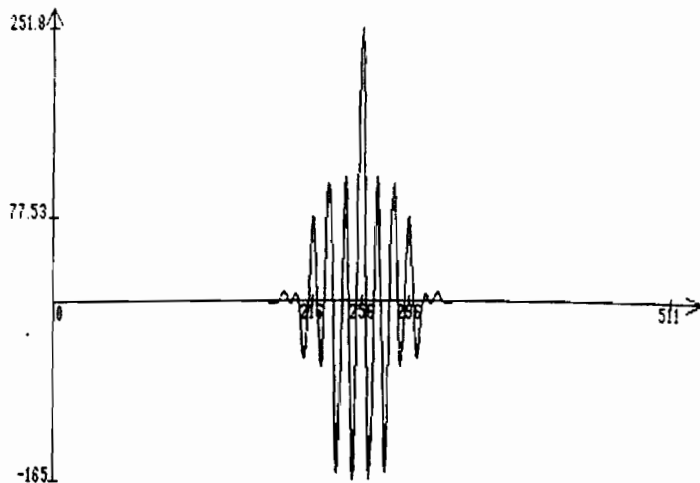
AUTOCORRELATION DU SIGNAL A STRUCTURE D'ECHOS : 512 ECHANTILLONS

Figure A7-12 : autocorrélation du signal de la figure A7-12



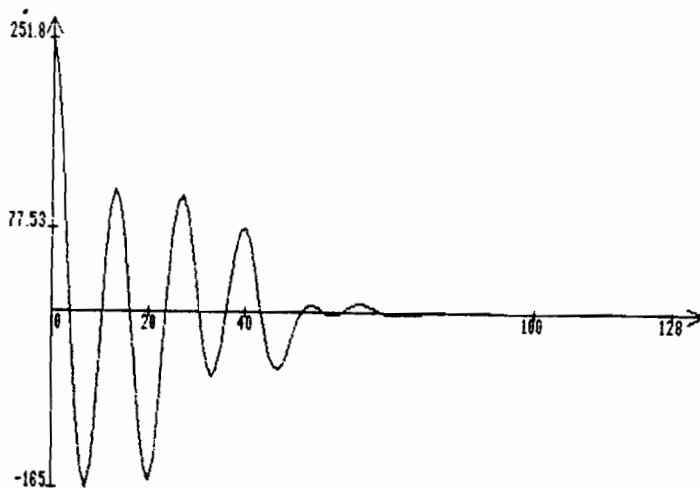
SIGNAL A STRUCTURE D'ECHOS: LARGEUR D'ECHO = 2 FOIS ECART ENTRE ECHOS

Figure A7-13 : signal à structure d'échos :
largeur d'écho = 2 fois écart entre échos suc-
cessifs



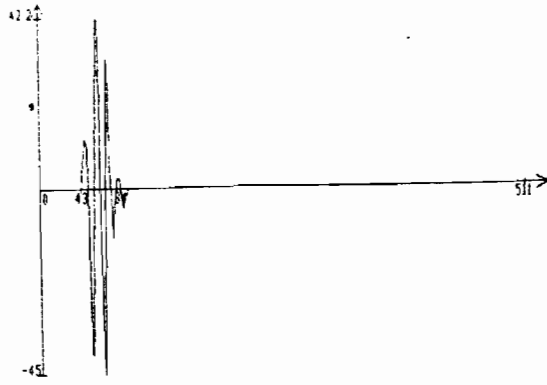
AUTOCORRELATION TRANSLATEE DE 256 ECHANTILLONS DU SIGNAL CI-BESSUS

Figure A7-14 : autocorrélation
translatée de 256 échantillons du signal
de la figure A7-13



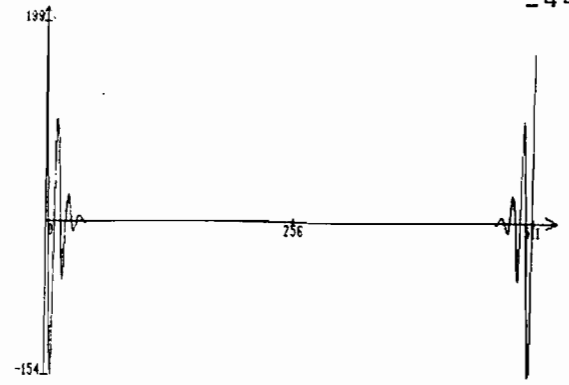
AUTOCORRELATION DU SIGNAL A STRUCTURE D'ECHOS: LES 128 PREMIERS POINTS

Figure A7-15: Autocorrélation de la
figure A7-14 représentée pour les 128
premiers échantillons (pas de translation)



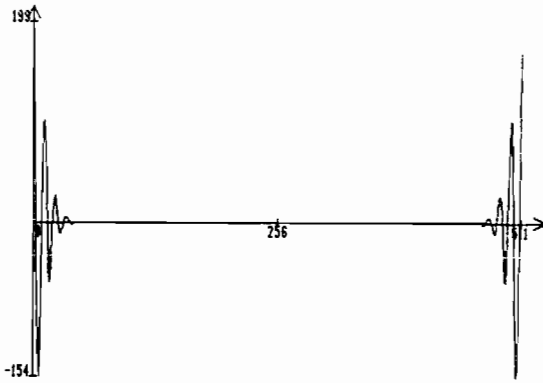
SIGNAL A "STRUCTURE D'ECHOS" : LARGEUR D'ECHO = 10 FOIS ECART ENTRE ECHOS

Figure A7-16: Signal à structure d'échos: largeur d'échos= 10 fois écart entre échos.



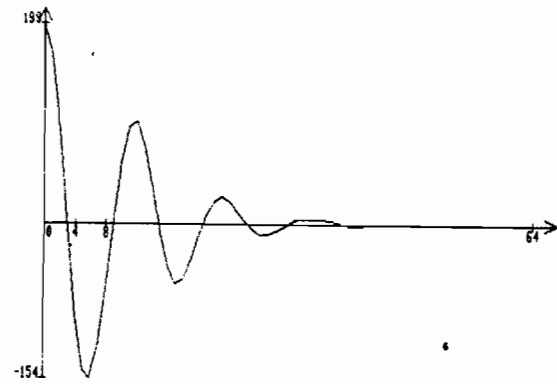
AUTOCORRELATION DU SIGNAL D'ECHOS : LARGEUR D'ECHO = 10 FOIS ECART ENTRE ECHOS

Figure A7-17 : autocorrélation du signal de la figure A7-16 (largeur d'écho = 10 fois écart entre échos)



AUTOCORRELATION DU SIGNAL D'ECHOS : LARGEUR D'ECHO = 10 FOIS ECART ENTRE ECHOS

Figure A7-18 : autocorrélation représentée pour les 512 échantillons



AUTOCORRELATION CI-DESSUS: 64 PREMIERS POINTS CONTENANT L'INFORMATION UTILE

Figure A7-19 : autocorrélation représentée pour les 64 premier échantillons contenant l'information utile.

Annexe A3.Les fonctions d'intercorrélation.1) Rappels :1-1) Produit de convolution :

Soit deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$ à valeurs réelles ; le PRODUIT DE CONVOLUTION entre $x(t)$ et $y(t)$, noté $x(t)*y(t)$ est :

$$x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot y(t-\tau) d\tau \quad (1)$$

1-2) Fonction d'intercorrélation :

a) Pour deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$ dont la puissance d'interaction est finie, LA FONCTION D'INTERCORRELATION notée $C_{xy}(t)$ est

$$C_{xy}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(\tau) \bar{y}(\tau-t) d\tau \quad (2)$$

($\bar{y}(t)$ est la fonction conjuguée de $y(t)$).

Si les deux fonctions sont à valeurs réelles, on a :

$$C_{xy}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(\tau) y(\tau-t) d\tau \quad (3)$$

b) Pour deux signaux $x(t)$ et $y(t)$ dont l'énergie d'interaction est finie, LA FONCTION D'INTERCORRELATION est :

$$C_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \bar{y}(\tau-t) d\tau \quad (4)$$

Si $x(t)$ et $y(t)$ sont à valeurs réelles (cas réel), on a :

$$C_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(\tau-t) d\tau \quad (5)$$

Par la suite, on considère uniquement des fonctions à valeurs réelles dont l'énergie d'interaction est finie (cas réel).

On a ainsi :

Pour le PRODUIT DE CONVOLUTION :

$$x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(t-\tau) d\tau$$

Et pour la FONCTION D'INTERCORRELATION :

$$C_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot y(\tau-t) d\tau$$

2) Quelques propriétés des fonctions d'intercorrélation :

2-1) On peut définir la FONCTION D'INTERCORRELATION entre $x(t)$ et $y(t)$ à l'aide de leur PRODUIT DE CONVOLUTION :

$$C_{xy}(t) = x(t) * y(-t) \quad (6)$$

2-2) La fonction d'autocorrélation est paire :

$$C_{xx}(-t) = C_{xx}(t) \quad (7)$$

Démonstration :

$$C_{xx}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot x(\tau-t) d\tau$$

$$C_{xx}(-t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot x(\tau+t) d\tau$$

$$\tau = \tau' - t \Rightarrow C_{xx}(-t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau' - t) \cdot x(\tau') d\tau' = C_{xx}(t)$$

2-3) De façon plus générale :

$$C_{xy}(t) = C_{yx}(-t) \quad (8)$$

Démonstration :

$$C_{xy}(t) = x(t) * y(-t)$$

$$C_{yx}(-t) = C_{yx}(t') \quad t' = -t$$

$$C_{yx}(-t) = y(t') * x(-t') = x(t) * y(-t) = C_{xy}(t)$$

2-4) En posant :

$$h(t) = x(t) * y(t) ; \quad x'(t) = \frac{dx(t)}{dt} ; \quad y'(t) = \frac{dy(t)}{dt} ; \quad h'(t) = \frac{dh(t)}{dt}$$

$$\text{on a : } \boxed{h'(t) = x'(t) * y(t) = x(t) * y'(t)} \quad (9)$$

d'où :

Pour dériver le produit de convolution de deux fonctions, il suffit de dériver l'une de ces deux fonctions.

Démonstration :

$$h(t) = x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(t-\tau) d\tau$$

$$\begin{aligned} h'(t) &= \frac{dh(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot y(t-\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \left(\frac{d}{dt} y(t-\tau) \right) d\tau = x(t) * y'(t) \end{aligned}$$

$$h(t) = x(t) * y(t) = y(t) * x(t)$$

$$\implies h'(t) = y(t) * x'(t) = x'(t) * y(t)$$

$$2-5) \boxed{C_{xy'}(t) = -C_{x'y}(t)} \quad (10)$$

Démonstration :

$$y'(t) = \frac{dy(t)}{dt} = f(t) \quad x'(t) = \frac{dx(t)}{dt} = g(t)$$

$$C_{xy'}(t) = x(t) * f(-t) = x(t) * y'(-t) \quad (1)$$

$$C_{x'y}(t) = x'(t) * y(-t)$$

$$(g) \Rightarrow x'(t) * y(-t) = x(t) * \frac{dy(-t)}{dt} = -x(t) * y'(-t) \quad (2)$$

$$\left(\frac{dy(-t)}{dt} = -y'(-t) \right); \quad \left. \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array} \right\} \Rightarrow C_{x'y}(t) = -C_{xy'}(t)$$

$$2-6) \quad \boxed{C_{xy'}(t) = -C_{yx'}(-t)} \quad (11)$$

Démonstration :

D'après les équations (8) et (10), on a :

$$\left. \begin{array}{l} \text{D'après (10)} \quad : C_{xy'}(t) = -C_{x'y}(t) \\ \text{D'après (8)} \quad : C_{x'y}(t) = C_{yx'}(-t) \end{array} \right\} \Rightarrow C_{xy'}(t) = -C_{yx'}(-t)$$

2-7) Cas particulier : $x(t) = y(t)$

$$\text{On obtient : } \boxed{C_{xx'}(-t) = -C_{xx'}(t)} \quad (12)$$

D'où le résultat suivant :

La fonction d'intercorrélation entre un signal et sa dérivée est une fonction impaire.

2-8) La fonction d'intercorrélation entre la primitive d'un signal $x(t)$ et sa dérivée $x'(t)$ est une fonction paire de maximum négatif.

Démonstration :

(Je ne tiens pas compte des constantes d'intégrations).

Posons : $X_p(t)$ primitive de $x(t)$ et $X_d(t)$ dérivée de $x(t)$

$$X_p(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{je suppose que} \\ x(0) = X_p(0) = 0 \end{array} \right.$$

$$X_d(t) = \frac{dx(t)}{dt} = x'(t)$$

$$C_{X_p X_d}(t) = X_p(t) * X_d(-t) = \left\{ \int_0^t x(\tau) d\tau \right\} * \left\{ -x(-t) \right\}'$$

$$= \left\{ \int_0^t x(\tau) d\tau \right\}' * \left\{ -x(-t) \right\} \quad (\text{D'après (9)})$$

$$= -x(t) * x(-t) = -C_{xx}(t) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Or } C_{xx}(t) \text{ est une fonction} \\ \text{paire, de maximum positif} \\ \text{CQFD} \end{array} \right.$$

Donc

$$\boxed{C_{\left[\int_0^t x(\tau) d\tau \right] x'(t)}(t) = -C_{xx}(t)} \quad (13)$$

2-9) La primitive du produit de convolution de deux fonctions est le produit de convolution de la primitive de l'une quelconque de ces fonctions par l'autre fonction :

Si $h(t) = x(t) * y(t)$ alors $\int_0^t h(\tau) d\tau = \left\{ \int_0^t x(\tau) d\tau \right\} * y(t) = x(t) * \left\{ \int_0^t y(\tau) d\tau \right\}$

La démonstration découle du théorème (9) : pour dériver le produit de convolution de deux fonctions, il suffit de dériver l'une de ces fonctions.

2-10) Aux constantes d'intégration près, :

Soit $X_p(t)$ la primitive de $x(t)$ et $Y_p(t)$ celle de $y(t)$, on a :

$$C_{X_p Y}(t) = -C_{X Y_p}(t) \quad \text{soit : } \boxed{C_{\left\{ \int_0^t x(\tau) d\tau \right\} y}(t) = -C_{x \left\{ \int_0^t y(\tau) d\tau \right\}}(t)} \quad (15)$$

Démonstration :

$$C_{X_p Y}(t) = X_p(t) * y(-t) = \left\{ \int_0^t x(\tau) d\tau \right\} * y(-t) = \left\{ \int_0^t x(\tau) d\tau \right\} * \left[-Y_p(-t) \right]'$$

$$= x(t) * \left[-Y_p(-t) \right] \quad (\text{D'après (9)})$$

$$= -x(t) * Y_p(-t) = -C_{X Y_p}(t)$$

$$C_{X_p Y}(t) = -C_{X Y_p}(t) \quad \text{CQFD}$$

ADDENDA

Soit $h(t)$ le produit de convolution entre deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$; on a vu (paragraphe 2-4, page 247) que dériver $h(t)$ revient à dériver soit $x(t)$, soit $y(t)$ (et à faire le produit de convolution de cette dérivée avec l'autre fonction).

De même, aux constantes additives près : la primitive du produit de convolution de deux fonctions est le produit de convolution entre la primitive de l'une de ces deux fonctions et l'autre fonction (équation 14).

Voyons maintenant ce qu'il en est des fonctions d'intercorrélation.

2-11 Dérivation des fonctions d'intercorrélation

Soit $g(t)$ la fonction d'intercorrélation entre deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$:

$$g(t) = C_{xy}(t)$$

On a :

$$\frac{d}{dt} C_{xy}(t) = C_{x'y}(t) \quad (16)$$

$$C_{xy'}(t) = - \frac{d}{dt} C_{xy}(t) \quad (17)$$

Autrement dit :

La dérivée de la fonction d'intercorrélation entre deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$ est égale à la fonction d'intercorrélation entre la dérivée de la première fonction (soit $x'(t)$) et la deuxième fonction $y(t)$; (16).

et,

La fonction d'intercorrélation entre la première fonction $x(t)$ et la dérivée de la deuxième fonction ($y'(t)$) est l'opposée de la dérivée de la fonction d'intercorrélation entre $x(t)$ et $y(t)$ (équation 17).

Démonstrations :

a) de l'équation (16) :

$$(C_{xy}(t))' = (x(t) * y(-t))' = x'(t) * y(-t) = C_{x'y}(t)$$

b) de l'équation (17) :

$$\begin{aligned} C_{xy'}(t) &= x(t) * y'(-t) = x(t) * (-y(-t))' \\ &= - (C_{xy}(t))' = \frac{-d C_{xy}(t)}{dt} \end{aligned}$$

2-12) Intégration des fonctions d'intercorrélation

Appelons toujours $g(t)$ la fonction d'intercorrélation entre $x(t)$ et $y(t)$:

$$g(t) = C_{xy}(t) = x(t) * y(-t)$$

On a :

$$\int_0^t C_{xy}(z) dz = \int_0^t \left[\int_0^z x(\tau) d\tau \right] y(z-t) dz + A \quad (18)$$

$$\int_0^t x \left[\int_0^z y(\tau) d\tau \right] dz = - \int_0^t C_{xy}(z) dz + B \quad (19)$$

A et B étant des constantes.

Démonstrations :

c) de l'équation (18) :

$$\begin{aligned} \left[\int_0^t \left[\int_0^z x(\tau) d\tau \right] y(z-t) dz \right]' &= \left[\int_0^t x(\tau) d\tau \right] * y(-t) = \left[\int_0^t x(\tau) d\tau \right]' * y(-t) \\ &= x(t) * y(-t) = C_{xy}(t) \end{aligned}$$

donc : $\int_0^t C_{xy}(z) dz = \int_0^t \left[\int_0^z x(\tau) d\tau \right] y(z-t) dz + \text{constante} ; (A = \text{constante})$

d) de l'équation (19) :

$$\int_0^t C_{xy}(z) dz = \int_0^t \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(z') y(z'-z) dz' \right] dz = \int_{-\infty}^{+\infty} x(z') \left[\int_0^t y(z'-z) dz \right] dz'$$

Posons $v = z' - z$:

$$dv = -dz ; \int_0^t y(z'-z) dz = - \int_{z'}^{z'-t} y(v) dv = Y_p(z') - Y_p(z'-t)$$

(J'appelle $Y_p(t)$ la (ou une) primitive de $y(t)$).

$$\text{D'où : } \int_0^t C_{xy}(z) dz = - \int_{-\infty}^{+\infty} x(z') Y_p(z'-t) dz' + \int_{-\infty}^{+\infty} x(z') Y_p(z') dz' = - \int_{-\infty}^{+\infty} x(z') Y_p(z') dz' + \text{constante} \quad (+B)$$

En effet $\int_{-\infty}^{+\infty} x(z') Y_p(z') dz'$ est une constante car cette intégrale ne dépend pas de la variable t .

Ainsi, aux constantes additives près :

La primitive de la fonction d'intercorrélation entre deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$ est égale à la fonction d'intercorrélation entre la primitive de la première fonction $x(t)$ et la deuxième fonction.

La fonction d'intercorrélation entre la première fonction $x(t)$ et la primitive de la deuxième fonction est l'opposée de la primitive de la fonction d'intercorrélation entre $x(t)$ et $y(t)$.

Remarques :

1) On appelle fonction opposée à la fonction $f(t)$ une fonction $g(t)$, telle que pour tout t , $g(t) = -f(t)$.

2) Pour établir l'égalité (18), j'ai démontré que la dérivée du membre de droite de l'équation est égale à $C_{xy}(t)$, qu'il (le membre de droite) est donc une primitive de $C_{xy}(t)$. Mais on peut aussi faire la démonstration en calculant directement la primitive de $C_{xy}(t)$:

$$\int_0^t C_{xy}(z) dz = \int_0^t \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(z') y(z'-z) dz' \right] dz$$

Changement de variable :

$$z'-z = v \Rightarrow dz' = dv ; z' = v+z$$

$$\int_0^t C_{xy}(z) dz = \int_0^t \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(v+z) y(v) dv \right] dz = \int_{-\infty}^{+\infty} y(v) \left[\int_0^t x(v+z) dz \right] dv$$

Calcul de

$$\int_0^t x(v+z) dz$$

$$\text{Posons } v' = v+z \quad dz = dv'$$

$$\int_0^t x(v+z) dz = \int_v^{v+t} x(v') dv' = X_p(v+t) - X_p(v)$$

Je note $X_p(t)$ une primitive de $x(t)$

Donc :

$$\begin{aligned} \int_0^t C_{xy}(z) dz &= \int_{-\infty}^{+\infty} y(v) \left[X_p(v+t) - X_p(v) \right] dv \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} X_p(v+t) y(v) dv - \int_{-\infty}^{+\infty} X_p(v) y(v) dv \end{aligned}$$

$-\int_{-\infty}^{+\infty} X_p(v) y(v) dv$ est une constante : en effet, cette intégrale ne dépend pas de t (c'est la constante A de l'équation (18).).

Calcul de $\int_{-\infty}^{+\infty} X_p(v+t) y(v) dv$:

On pose $v+t = t'$, donc $dv = dt'$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} X_p(v+t) y(v) dv = \int_{-\infty}^{+\infty} X_p(t') y(t'-t) dt' = C_{X_p y}(t)$$

Ainsi, on a bien :

$$\int_0^t C_{xy}(z) dz = C_{X_p y}(t) + A$$

$$\text{Avec } X_p(t) = \int_0^t x(z) dz \quad \text{et } A = - \int_{-\infty}^{+\infty} X_p(v) y(v) dv$$

3) On peut établir les équations (14) et (15) (page 249) en procédant comme ici, id est en faisant la double intégration (plutôt que d'utiliser par exemple la définition de l'intercorrélation en fonction de la convolution).

De même, on peut faire la démonstration de l'équation (13) en utilisant la technique de l'intégration par parties.

Enfin, toutes les équations où il est question de primitive (comme la (13)) font intervenir des constantes additives, implicitement (13, 14, 15), ou explicitement (18 et 19).

