Détermination d'un modèle de simulation d'une case ronde en Géobéton

OUATTARA F.

RESUME

La réponse thermique de la case ronde entièrement construite en géobéton est analysée au moyen de la modélisation. Dans ce document, deux modèles de simulation ont été mis en place:

Le modèle unidimensionnel dans le quel la conduction est traitée de manière radiale et en régime non stationnaire et le modèle bidimensionnel basé sur la conduction radiale et orthoradiale en régime non stationnaire.

Outre la conduction, les modèles tiennent compte de la convection et du rayonnement et de la tache solaire sur l'habitat ; à cela, il faut ajouter le transfert de masse à l'interface paroi-air puisque le géobéton est un matériau poreux.

Après la mise en place de ces modèles, ils seront validés par comparaison avec certains résultats expérimentaux. Dès lors que la validation est achevée, nous allons déterminer le meilleur modèle pour simuler l'habitat en comparant les modèles obtenus..

Mots clés: Transfert thermique, Confort thermique, Discrétisation, Modèle, Simulation.

ABSTRACT

The thermal response of round hut built in local material namely geobeton is analysed by means of modelling. In this paper, we make two simulation models.

The one-dimensional model consider the one-dimensional unsteady-state conduction problem (r coordinate axe in cylindrical referential) and the other model consider the unsteady-state conduction problem in r and θ coordinate axes.

The simulation methods combining conduction, convection, solar radiation, thermal radiation with sky and between inner sides of the cover. As the cover is a porous material, the models include the mass transfer in the interface air-material; these models include also sun spot.

After the simulation models are validated by comparing, certain results with experimental data measured from a round hut.

After the models validation was achieved, we determined the best model which will be used to simulate the round hut by comparing models.

Key Word: Thermal transfer, Thermal comfort, Discretization, Model, Simulation

INTRODUCTION

Les études expérimentales d'une case ronde en géobéton (Casimir, 1991 ; Ouattara, 1998, Ouattara et al., 2004) ont montré que dans l'habitat expérimental (figure 1) il existe un inconfort thermique. Pour solutionner cet inconfort à moindre coût la simulation est la meilleure méthode. L'objectif de notre simulation est de déterminer la meilleure enveloppe thermique de l'habitat expérimental et ce, dans l'optique d'intégration du géobéton dans les constructions fitures. Pour ce faire, des modèles de simulation ont été élaborés (Ouattarza, 1998).

Dans le présent travail, nous presentons les équations mathématiques qui régissent les échanges thermiques de l'habitat lorsqu'il est soumis aux sollicitations climatiques. De ce modèle mathématique, nous élaborons un modèle de simulation unidiemensionnel que nous comparons à un modèle de stimulation bidimentionnelle afin de palier le déquilibre thermique entre le côté nord et le côté sud-ouest constaté dans le modèle unidimentionnel.

Après la présentation des résulats des deux modèles validés, nous comparaons les résultats de simulations dans le but de déterminer le modèle optimal de simulation de l'habitat.

Notre objectif à travers ce travail est de montrer qu'un modèle de simulation est perfectible quelque que soit le dégré de validation.

I. MODELES MATHEMATIQUES

L'habitat expérimental est une case ronde entièrement en géobéton avec trois fenêtres en persiennes de vitre et une porte en bois (figure 1).

Afin de minimiser l'effet de la conduction orthoradiale due à la tache solaire de l'habitat, l'enveloppe est divisée en secteurs angulaires (figure 4.a).

Pour l'étude du rayonnement, les arcs des secteurs angulaires ont été remplacés par les cordes dans le but d'obtenir des secteurs à azimuts différents.

1.1 Etude du transfert de chaleur par rayonnement

Pour l'échange radiatif, nous allons distingué deux types d'échange : courte et grande longueur d'onde.

1.1.1 Echanges radiatifs externes

• L'intensité du rayonnement solaire sur un secteur

Ecole Normale Supérieure - Université de Koudougou
BP 376 Koudougou, Burkina Faso
E-mail : ouattarafred@yahoo.fr

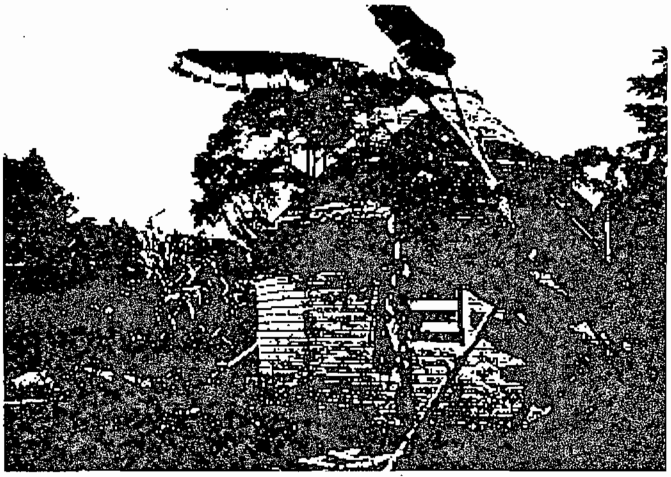

Figure 1 : Habitat expérimental

L'habitat reçoit de la chaleur à travers les persiennes, le mur et le toit. Les fenêtres sont situées sur les côtés Nord Est, Sud Ouest, Sud Est (fiigure 2).

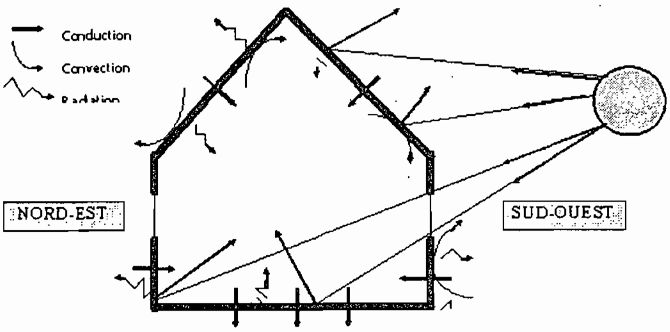

Figure 2 : Habitat sous investigation

Pour obtenir les valeurs expérimentales de l'habitat les maillages de la figure 3 est utilisé. Ce maillage permet l'évaluation de la conduction verticale.

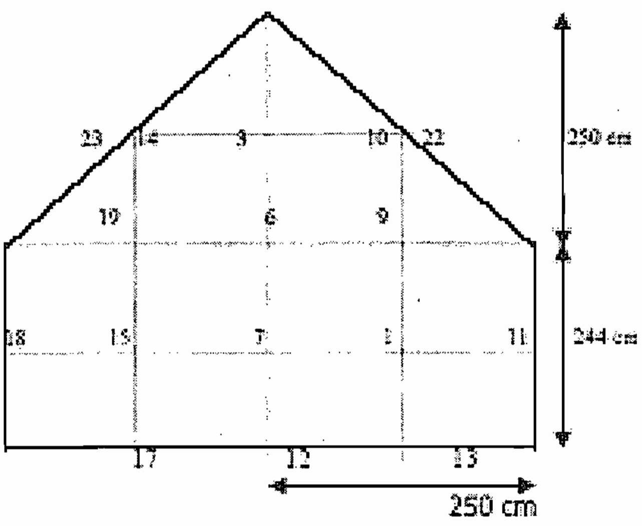

Figure 3.a : Maillage sur un plan vertical pour la métrologie

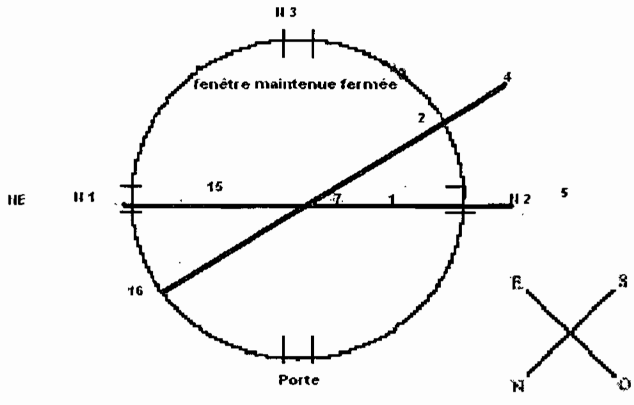

Figure 3.b : Maillage sur un plan horizontal pour la métrologie

angulaire (j) est la somme du flux direct I(ij ,γj ,CF) et du flux diffus D(ij).

Le flux direct peut s'écrire (Daneshyar, 1978)

$$(1)\quad I(i_j,\gamma_j,CF) = I(i_j,\gamma_j)(1-CF)$$

Où selon Bernard (Bernard et al., 1980) et Garg (Garg et al., 1993) I(ij,γj) prend l'expression ci-après :

$$I(i_j,\gamma_j) = I_n\left[\cos h_s\ \sin i_j\ \cos(\gamma-\gamma_j) + \sin h_s\ \cos i_j\right] \qquad (2)$$

In s'exprime par (Daneshyar, 1978).

$$I_n = 951.55\left[1-\exp(-0.075(90-\theta_z))\right]$$

Le flux diffus s'écrit de la manière suivante :

$$D(i_j) = \frac{1+\cos i_j}{2} D_h + \frac{1-\cos i_j}{2} Al\, G_h \qquad (3)$$

Le terme D_h s'obtient par la relation suivante (Daneshyar, 1978).

$$D_h = 1.432 + 2.107(90-\theta_z) + 121.3\ CF$$

et G_h par l'équation ci-dessous :

$$G_h = I_h + D_h \text{ and } I_h = I_n \sin h$$

Dans l'équation (3), Al est l'albédo du sol.

• Expression des flux pour un secteur angulaire (j)
Flux radiatif externe courte longueur d'onde :

$$\phi_e^{b} = \alpha_j\left[I(i_j,\gamma_j,\mathcal{E}\ ) + D(i_j)\right] \qquad (4)$$

Flux radiatif grande longueur d'onde (Saccadura, 1980)

$$\phi_{ge}^{jb} = \sigma\varepsilon_j\left(T_{ej}^{b4} - T_{ae}^4\right) + \sigma\varepsilon_j \frac{1+\cos i}{2}\left(1-\varepsilon_{ci}\right)T_{ae}^4 \qquad (5)$$

Où selon Bernard (Bernard et al., 1980) εci s'exprime comme suit :

$$\varepsilon_{ci} = 1 - 0.26\exp\left[-7.7710^{-4}\left(T_{ae}-273\right)^2\right]$$

1.1.2 Echanges radiatifs internes

• Flux grande longueur d'onde

$$\phi_{gi}^{j} = \sigma\varepsilon_j \frac{\sum_{k=1}^{3} B_{jk}\left(T_{ij}^4 - T_{ik}^4\right)}{\left(1-\varepsilon_j\right)} \qquad (6)$$

où j=1..3 et (Bjk) est l'inverse de la matrice (Ajk). Cette matrice s'exprime comme suit :

$$A_{jk} = \frac{\delta_{jk} - \left(1-\varepsilon_j\right)F_{jk}}{\varepsilon_j}$$

F_{ji} est le facteur de forme tandis que j et i désignent le mur, le toit ou le plancher

• Flux courte longueur d'onde

$$\varphi'_{ci} = \frac{\varepsilon_j C'_{ti}}{\left(1-\varepsilon_j\right)} \text{ avec } 1 \leq j \leq 3 \qquad (7)$$

Le terme C_{tij} s'obtient par la résolution du système ci-après :

$$\sum_{k=1}^{3} A1_{kj} C_{ti}^{j} = b_j \qquad (8)$$

Dans ce système $A1_{kj}$ s'exprime comme : $A1_{kj} = \delta_{kj} - \rho_k F_{kj}$

et $$b_3 = \rho_3 \sum_{p=1}^{3}\left[d_3 + \tau D\left(i_p\right)\right] \quad \text{pour le mur.}$$

$$b_2 = \rho_2\left(\sum_{p=1}^{3}\left[\tau D\left(i_p\right)\right] + d_2\right) \quad \text{pour le plancher}$$

et $$b_1 = \rho_1 \sum_{p=1}^{3}\left[\tau D\left(i_p\right)\right] \quad \text{pour le toit}$$

Avec $d_j = \frac{Pu_p}{S_j}$ et $Pu_p = \iint_{Ts_p} \tau I\left(i_p, \gamma_p, CF\right)\cos i_p \, dTs_p$ (Siegel, 1972).

La lettre p désigne le nombre de fenêtres et la lettre j le toit (j=1), le plancher (j=2), ou le mur (j=3)

1.2 Etude de quelques déperditions

• Déperdition à travers les ouvrants :

$$\phi_o^{k} = K_t^k S_k (T_{ae} - T_{ai}) \qquad (9)$$

avec $1 \leq k \leq 3$ pour les trois fenêtres et k = 4 pour la porte

• Déperdition à travers le plancher (CSTB, 1975)

$$\phi_S = K_s L (T_{ai} - T_{ae}) \qquad (10)$$

Avec L la circonférence du plancher

• Déperdition par infiltration (Kreith, 1978)

$$\phi_f = \phi_{ff} C_{pa} \cdot \rho_a (T_{ai} - T_{ae}) \qquad (11)$$

avec ϕff = LcQi. Dans cette équation Lc est le pourtour des différents ouvrants et Qi la fonction d'infiltration.

• Déperdition par renouvellement d'air (Maillard et Vieillard, 1981)

$$\phi_r = \frac{\rho_a N V C_{pa}\left(T_{ai} - T_{ae}\right)}{3600} \qquad (12)$$

où N est le taux de renouvellement et V le volume de l'habitat $\phi_{iconv}^{j} = H_{iconv}^{jb} S_{ij}\left(T_{ij}^{b} - T_{ai}\right)$

• Déperdition due à l'effet de cheminée

$$F_m = C_{pa} D_m (T_{ai} - T_{ae}) \qquad 13)$$

Dm le flux de la masse d'air et Tai la température d'air.

1.3 Etude du flux convectif

♦ Flux convectif interne

$$\phi_{conv}^{f} = H_{iconv}^{f} S_f \left(T_{if} - T_{ai}\right) \qquad (14)$$

♦ Flux convectif externe

$$\phi_{econv}^{jb} = H_{econv}^{jb} S_{ej}\left(T_{ej}^{b} - T_{ae}\right) \qquad (15)$$

avec b=r pour le toit et b=w pour le mur

♦ Flux convectif au niveau du plancher

$$\phi_{cdf} = \phi_{cvf} + \phi_f \qquad (16)$$

1.4 Equation de détermination de la température d'air de l'habitat la température de l'air se détermine par :

$$m_a C_{pa} \frac{dT_{ai}}{dt} = \sum_{j=1}^{8}\left(\phi_{iconv}^{jr} + \phi_{iconv}^{jw}\right) + \phi_{iconv}^{f} + \sum_{k=1}^{4}\phi_o^{k} - \phi_r - \phi_s - \phi_f - F_m \qquad (17)$$

1.5 Equation de détermination de la température du plancher

$$\phi_{cdf} = \phi_{cvf} + \phi_f \qquad (18)$$

avec $\phi_{cvf} = H_{iconv}^{f} S_f\left(T_f - T_{ai}\right)$ et $\phi_{cdp} = \frac{\lambda_g}{E_g} S_f (T_g - T_f)$

Les flux ϕcvf, ϕrf, ϕcdf, designent respectivement le flux convectif au niveau du plancher, le flux radiatif global au niveau du plancher et le flux conductif à travers le plancher.

1.6 Flux conductif

1.6.1 Modèle unidimensionnel

L'habitat expérimental va être simulé au moyen du modèle unidimensionnel dans lequel la conduction est traitée seulement en une direction c'est-à-dire la conduction radiale. Ce modèle néglige le couplage des secteurs angulaires par conduction orthoradiale.

L'enveloppe de l'habitat expérimental est subdivisée en huit secteurs angulaires afin de tenir compte de la tache solaire (nous supposons que la tache solaire occupe environ la huitième partie de l'enveloppe).

Ainsi pour la détermination des températures du mur ou du toit chaque secteur angulaire (figure 4.a) est muni de nœuds (figure 4.b).

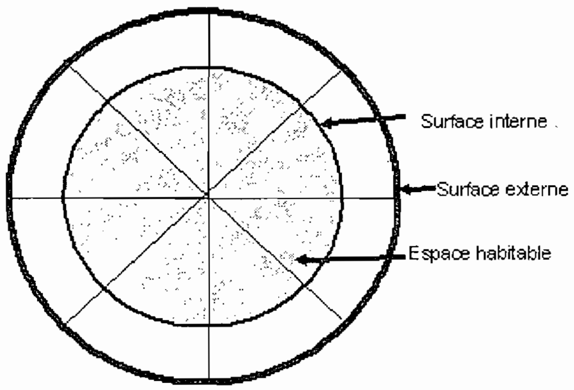

Figure 4.a : Subdivision de l'enveloppe en secteurs angulaires

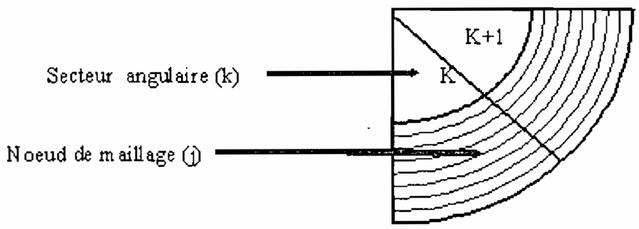

Figure 4.b : Maillage pour une modélisation unidimensionnelle

La détermination de la température pour un secteur angulaire de toit ou de mur (j) à l'intérieur (T_{ij}^{b}) ou à l'extérieur (T_{ej}^{b}) se fait en considérant une conduction radiale.

L'équation de la chaleur pour un régime non stationnaire est la suivante :

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_j}{\partial r}\right), j=1..16 \qquad (19)$$

A cette équation s'associent les conditions aux limites suivantes :

Toiture interne

$$\lambda \left.\frac{\partial T_j}{\partial r}\right)_{int} = H^{r}_{iconv}\left(T_{ai} - T^{r}_{ij}\right) - L_v M_m - \phi^{r}_{gi} + \varphi^{r}_{ci}$$

Toiture externe

$$\lambda \left.\frac{\partial T_j}{\partial r}\right)_{ext} = H^{r}_{econv}\left(T_{ae} - T^{r}_{ej}\right) - \phi^{r}_{ge} + \phi^{r}_{ce}$$

Mur interne

$$\lambda \left.\frac{\partial T_j}{\partial r}\right)_{int} = H^{w}_{iconv}\left(T_{ai} - T^{w}_{ij}\right) - L_v M_m - \phi^{w}_{gi} + \varphi^{w}_{ci}$$

Mur externe

$$\lambda \left.\frac{\partial T_j}{\partial r}\right)_{ext} = H^{w}_{econv}\left(T_{ae} - T^{w}_{ej}\right) - \phi^{w}_{ge} + \phi^{w}_{ce} \quad \text{avec } M_m = \frac{H_m}{461.5}\left(\frac{Pv_p}{T_p} - \frac{Pva}{T_{ai}}\right)$$

1.6.2 Modèle bidimensionnel

Ce modèle a été développé en vue d'évaluer la conduction orthoradiale qui entraîne un couplage des secteurs angulaires par conduction. L'équation de la chaleur devient donc :

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_j}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_j}{\partial \theta^2}\right) \quad \text{with } j=1..16 \qquad (20)$$

avec Tj la température du secteur angulaire (j) à l'instant t.

Pour la détermination des températures du mur ou du toit chaque secteur angulaire (figure 4.a) est muni de nœuds (figure 4.c).

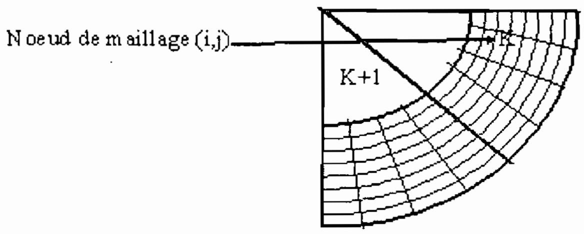

Figure 4.c : Maillage bidimensionnel pour un secteur angulaire

II. DISCRETISATION ET RESOLUTION

La discrétisation des équations ci-dessus se fera par différences finies.

2.1 Equation de la température de l'habitat

Cette équation est résolue par la méthode de RUNGE-KUTTA d'ordre 4.

2.2 Modèle unidimensionnel

La discrétisation de l'équation de la chaleur donne :

$$T_{i+1j} - T_{ij} = b_j.\{ (\Delta r + 2.r_j).T_{ij+1} + (2.r_j - \Delta r).T_{ij-1} - 4.r_j.T_{ij}\} \qquad (21)$$

avec $b_j = \frac{a}{2r_j}\frac{\Delta t}{\Delta r^2}$

Cette équation sera résolue par la méthode de CRANK-NICOLSON (Johnson et Reiss, 1982) ; l'équation ci-après s'obtient avec :

$$T_{i+1j}.(1 + 4.r_j c_j) - c_j.(\Delta r + 2.r_j).T_{i+1j+1} - c_j.(2.r_j - \Delta r).T_{i+1j-1} =$$
$$= c_j.(2.r_j - \Delta r).T_{ij-1} + (1 - 4.r_j.c_j).T_{ij} + c_j.(\Delta r + 2.r_j).T_{ij+1} \qquad (22)$$

avec j variant de un (1) à n-1 où n est le nombre total de subdivision de l'épaisseur de l'enveloppe et i est le pas d'incrémentation du temps.

On obtient ainsi un système matriciel valable pour les nœuds internes du maillage qu'il faut compléter avec les équations discrétisées des conditions aux limites.

En écrivant les équations de conditions aux limites sous la forme :

$$\left\{\frac{\partial T}{\partial r}\right\}\text{int} = \beta\, T_{i0} + \gamma$$
$$\left\{\frac{\partial T}{\partial r}\right\}\text{ext} = \beta_1\, T_{in} + \gamma_1$$

où les coefficients sont des réels et,

Ti o et Ti n sont respectivement les températures interne et externe des faces de parois, nous pouvons les discrétisées afin d'obtenir les coefficients de la matrice en fonction des points de la frontière.

Les équations discrétisées régissant les conditions aux limites sont les suivantes :

Conditions aux limites intérieures

$$T_{i\,-1} = -2\Delta r\beta T_{i\,o} - 2\Delta r\gamma + T_{i\,1}$$

Conditions aux limites extérieures

$$T_{i\,n+1} = 2\Delta r\beta_1 T_{i\,n} + 2\Delta r\gamma_1 + T_{i\,n-1}$$

La combinaison de l'équation matricielle et celles des conditions aux limites donnent :

frontière intérieure (j=0)

$$\left[1 + 4r_0c_0 + 2.\Delta r\beta\, c_0\left(2r_0 - \Delta r\right)\right]T_{i+1\,0} - 4r_0c_0T_{i+1\,1} = \left[1 - 4r_0c_0 - 2.\Delta r\beta\, c_0\left(2r_0 - \Delta r\right)\right]T_{i\,0} + 4r_0c_0T_{i+1\,1} - 4\Delta rc_0\gamma\left(2r_0 - \Delta r\right)$$

frontière extérieure (j=9)

$$\left[1 + 4r_nc_n - 2.\Delta r\beta_1\, c_n\left(2r_n + \Delta r\right)\right]T_{i+1\,n} - 4r_nc_nT_{i+1\,n-1} = \left[1 - 4r_nc_n + 2.\Delta r\beta_1\, c_n\left(2r_n + \Delta r\right)\right]T_{i\,n} + 4r_nc_nT_{i\,n-1} + 4\Delta rc_n\gamma_1\left(2r_n + \Delta r\right)$$

où n est le nombre total de subdivisions de l'épaisseur de l'enveloppe.

Nous obtenons un système matriciel résolu par la méthode LU.

2.3 Modèle bidimensionnel

La discrétisation de l'équation de chaleur conduit à l'utilisation du maillage de la figure 4.c.

L'équation discrétisée obtenue est donc :

$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n}}{\Delta t} = \frac{n}{2r_i^2\Delta\theta^2\Delta r^2}\left\{2r_i\Delta\theta^2\left(T_{i+1j}^n - 2T_{ij}^n + T_{i-1j}^n\right) + r_i\Delta\theta^2\Delta r\left(T_{i+1j}^n - T_{i-1j}^n\right) + 2\Delta r^2\left(T_{i+1j}^n - 2T_{ij}^n + T_{i-1j}^n\right)\right\} \quad (23)$$

avec 1 ≤ i ≤ m-1 et 1 ≤ j ≤ m-1 où m est le nombre total de subdivision de l'épaisseur de l'enveloppe.

Cette équation est résolue par la méthode de PEACEMAN-RACHFORD (Johnson et Reiss, 1982).

Les températures aux différents nœuds de la frontière seront déterminées par la méthode du volume de contrôle identifié par la figure 5.

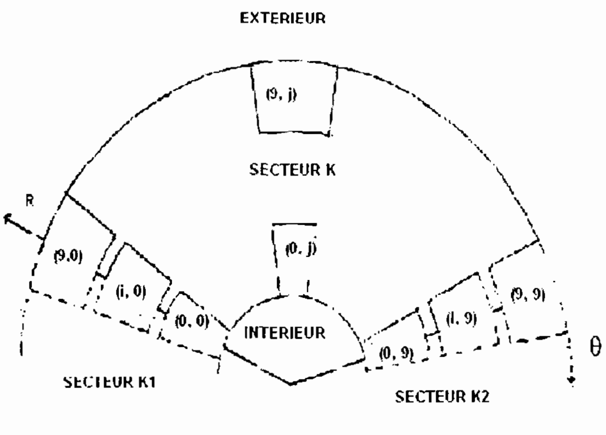

Figure 5 : Volume de contrôle pour une modélisation bidimensionnelle

Les équations aux frontières sont les suivantes :

1. Equations aux limites suivant la direction radiale

a) j=0 et 1≤ i ≤ 8 (frontière intérieure)

$$\alpha\frac{\Delta t}{\Delta\theta\,\Delta r}\left\{\frac{\Delta r}{\Delta\theta}\left(T_{i\,1}^{(k)n} + T_{i\,8}^{(k1)n}\right) + \frac{\Delta\theta}{\Delta r}\left(T_{i+1\,0}^{(k)n} + T_{i-1\,0}^{(k)n}\right) - 2\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} + \frac{\Delta r}{\Delta\theta}\right)T_{i\,0}^{(k)n}\right\} = T_{i\,0}^{(k)n+1} - T_{i\,0}^{(k)n} \quad (24)$$

b) j=9 et 1≤ i ≤ 8 (frontière extérieure)

$$\alpha\frac{\Delta t}{\Delta\theta\,\Delta r}\left\{\frac{\Delta r}{\Delta\theta}\left(T_{i\,8}^{(k)n} + T_{i\,1}^{(k2)n}\right) + \frac{\Delta\theta}{\Delta r}\left(T_{i-1\,9}^{(k)n} + T_{i+1\,9}^{(k)n}\right) - 2\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta r} + \frac{\Delta r}{\Delta\theta}\right)T_{i\,9}^{(k)n}\right\} = T_{i\,9}^{(k)n+1} - T_{i\,9}^{(k)n} \quad (25)$$

2. Equations aux limites suivant la diection orthoradiale

a) i=0 and 1≤ j ≤ 8

$$2\alpha\frac{\Delta t\lambda}{\Delta\theta\,\Delta r}\left\{-\frac{\Delta\theta\,\phi_i^{(k)n}}{\lambda} + \frac{\Delta\theta}{\Delta r}\left(T_{1\,j}^{(k)n} - T_{0\,j}^{(k)n}\right) + \frac{\Delta r}{2\Delta\theta}\left(T_{0\,j-1}^{(k)n} + T_{0\,j+1}^{(k)n}\right) - \frac{\Delta r}{\Delta\theta}T_{0\,j}^{(k)n}\right\} = T_{0\,j}^{(k)n+1} - T_{0\,j}^{(k)n} \quad (26)$$

b) i=9 and 1≤ j ≤ 8

$$2\alpha\frac{\lambda\Delta t}{\Delta\theta\,\Delta r}\left\{\frac{\Delta\theta\,\phi_e^{(k)n}}{\lambda} + \frac{\Delta\theta}{\Delta r}\left(T_{8\,j}^{(k)n} - T_{9\,j}^{(k)n}\right) + \frac{\Delta r}{2\Delta\theta}\left(T_{9\,j-1}^{(k)n} + T_{9\,j+1}^{(k)n}\right) - \frac{\Delta r}{\Delta\theta}T_{9\,j}^{(k)n}\right\} = T_{9\,j}^{(k)n+1} - T_{9\,j}^{(k)n} \quad (27)$$

3. Noeud corner (0,0)

$$2\alpha\frac{\lambda\Delta t}{\Delta\theta\Delta r}\left\{-\frac{\Delta\theta\left(\phi_i^{(k1)n} + \phi_i^{(k)n}\right)}{2\lambda} + \frac{\Delta\theta}{\Delta r}\left(T_{1\,0}^{(k)n} - T_{0\,0}^{(k)n}\right) + \frac{\Delta r}{2\Delta\theta}\left(T_{0\,8}^{(k1)n} + T_{0\,1}^{(k)n}\right) - \frac{\Delta r}{\Delta\theta}T_{0\,0}^{(k)n}\right\} = T_{0\,0}^{(k)n+1} - T_{0\,0}^{(k)n} \quad (28)$$

4. Noeud corner (9,0)

$$2\alpha\frac{\lambda\Delta t}{\Delta\theta\,\Delta r}\left\{\frac{\Delta\theta\left(\phi_e^{(k1)n} + \phi_e^{(k)n}\right)}{2\lambda} + \frac{\Delta\theta}{\Delta r}\left(T_{8\,0}^{(k)n} - T_{9\,0}^{(k)n}\right) + \frac{\Delta r}{2\Delta\theta}\left(T_{9\,1}^{(k)n} + T_{9\,8}^{(k1)n}\right) - \frac{\Delta r}{\Delta\theta}T_{9\,0}^{(k)n}\right\} = T_{9\,0}^{(k)n+1} - T_{9\,0}^{(k)n} \quad (29)$$

5. Noeud corner (0,9)

$$2\alpha\frac{\Delta t}{\Delta\theta\,\Delta r}\left\{-\frac{\Delta\theta\left(\phi_i^{(k2)n} + \phi_i^{(k)n}\right)}{2\lambda} + \frac{\Delta\theta}{\Delta r}\left(T_{1\,9}^{(k)n} - T_{0\,9}^{(k)n}\right) + \frac{\Delta r}{2\Delta\theta}\left(T_{0\,8}^{(k)n} + T_{0\,1}^{(k2)n}\right) - \frac{\Delta r}{\Delta\theta}T_{0\,9}^{(k)n}\right\} = T_{0\,9}^{(k)n+1} - T_{0\,9}^{(k)n} \quad (30)$$

6. Noeud corner (9,9)

$$2\alpha\frac{\Delta t}{\Delta\theta\,\Delta r}\left\{\frac{\Delta\theta\left(\phi_e^{(k2)n} + \phi_e^{(k)n}\right)}{2\lambda} + \frac{\Delta\theta}{\Delta r}\left(T_{8\,9}^{(k)n} - T_{9\,9}^{(k)n}\right) + \frac{\Delta r}{2\Delta\theta}\left(T_{9\,8}^{(k)n} + T_{9\,1}^{(k2)n}\right) - \frac{\Delta r}{\Delta\theta}T_{9\,9}^{(k)n}\right\} = T_{9\,9}^{(k)n+1} - T_{9\,9}^{(k)n} \quad (31)$$

Dans les équations précédentes, i et j sont les indices d'incrémentation radial et orthoradial ; Tij(k)n représente la température du secteur angulaire k au nœud (i,j) à l'instant n. Δr, Δθ, Δt désignent respectivement les pas radial, orthoradial et temporel. Les flux ϕi(k)n et ϕe(k)n sont respectivement les flux globaux interne et externe par secteur angulaire k à l'instant n. λ et α sont la conductivité et la diffusivité thermique de l'enveloppe.

III. VALIDATION DES MODELES MATHEMATIQUES

3.1 Données expérimentales

3.1.1 Dimensions de la case ronde

toit
hauteur : 2,5 m
rayon interne de base : 2,5 m

mur
hauteur : 2,44 m
rayon interne : 2,5 m

3.1.2 Caractéristiques thermophysiques et épaisseur de la brique

α= 0,87510-6 m.s-1 λ=1,12W.m-1 K-1
εj=0,8 ρj=0,2
e =0,15 m

3.2 Validation

3.2.1 Model unidimensionnel

La figure 6 montre une bonne concordance entre la température d'aire théorique et expérimentale.

Pour la case fermée, le modèle traduit l'évolution de la température interne (figure 6.a) alors que pour la case ouverte (fenêtres Sud-Ouest et Nord-Est ouvertes) la différence entre le modèle et l'expérience s'accroît de 14 h à 18 h (figure 6.b). Ce désaccord qui résulte du déséquilibre thermique entre le côté Nord-Est et le côté Sud-Ouest (Ouattara, 1998) est accentué par la ventilation. Cette situation met en exergue l'existence et l'importance d'une conduction orthoradiale. D'où l'importance de la mise en œuvre d'un modèle bidimensionnel.

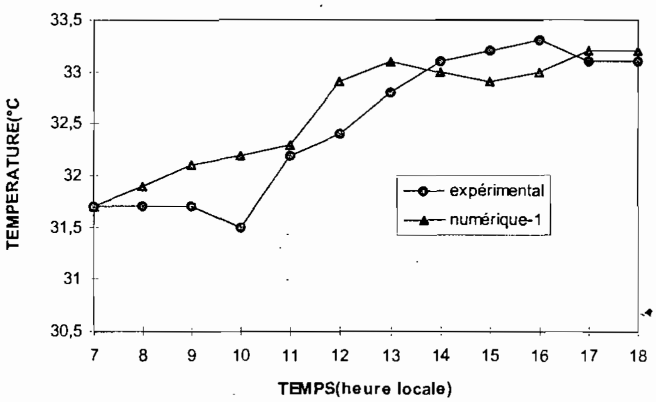

Figure 6.a : Comparaison valeurs expérimentale et théorique pour un modèle unidimensionnel (case fermée)

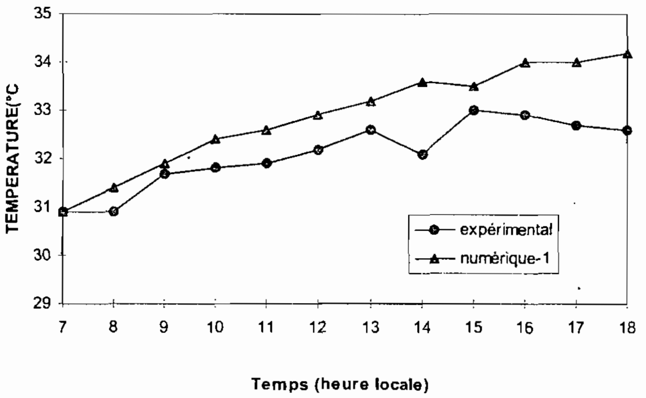

Figure 6.b : Comparaison valeurs expérimentale et théorique pour un modèle unidimensionnel (case ouverte)

3.2.2 Model bidimensionnel

La figure 7 traduit une évolution comparative entre les valeurs du modèle et celles de l'expérience

Il est important de noter qu'on observe une bonne concordance et la différence observée dans la figure 7.a est réduite dans la figure 7.b. Ce résultat confirme l'existence et l'importance de la conduction orthoradiale.

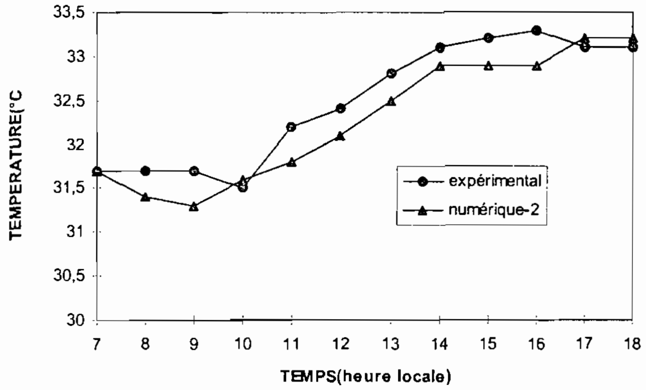

Figure 7.a : Comparaison valeurs expérimentale et théorique pour un modèle bidimensionnel (case fermée)

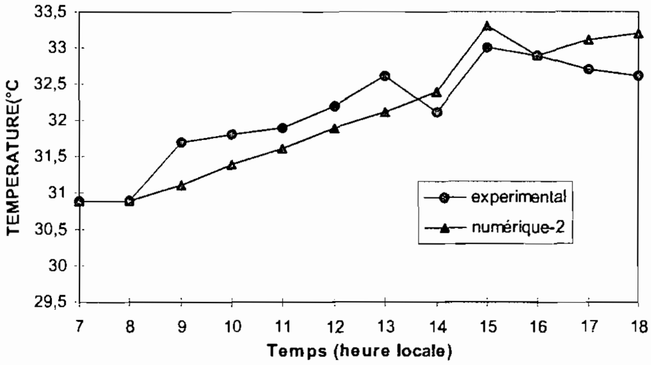

Figure 7.b : Comparaison valeurs expérimentale et théorique pour un modèle bidimensionnel (case ouverte)

3.3 Détermination du modèle de simulation de l'habitat

Il ressort de l'analyse des figures 6.b et 7.b que la conduction orthoradiale joue un rôle très important dans la réponse thermique de l'habitat. Par conséquent, la prise en compte de la tache solaire par la considération des secteurs angulaires, ne minimise pas l'effet de la conduction orthoradiale. Au regard de ce qui précède le modèle bidimensionnel qui traduit mieux la réponse thermique de l'habitat va être utilisé comme modèle de simulation de l'habitat. En effet, ce modèle traduit correctement la réponse thermique de l'habitat au plan de la température. Cependant, il ne traduit pas le déséquilibre entre le côté nord-est et le côté sud-ouest.

CONCLUSION

Il ressort de ce travail d'une part que le modèle unidimensionnel traduit bien la réponse thermique de l'habitat et d'autre part que la réponse thermique de l'habitat est mieux traduite par le modèle bidimensionnel.

La comparaison entre les modèles obtenus met en évidence l'existence et l'importance d'une conduction orthoradiale. Cette comparaison a en outre permis la détermination du modèle de simulation de l'habitat. Ce modèle est le modèle bidimensionnel. Ainsi ce dernier modèle sera utilisé comme modèle de simulation de l'habitat. Nous nous proposons dans une deuxième partie de faire une simulation de l'habitat afin de déterminer les méthodes d'amélioration du confort thermique de l'habitat à moindre coût ; ceci dans la mesure où, dans l'habitat règne un inconfort thermique (Ouattara, 1998) que même le modèle bidimentionnel ne règle pas totalement.

APPENDICE MATHEMATIQUE

A.1 Caractéristiques de l'air (Younes, 1992)

Cpa = 1003,6 + 6,8.10^{-2}.Tai + 2,2210^{-4}.Tai^2 $(J.Kg^{-1}.K^{-1})$

ρa = 1,288 - 0,0039.Tai $(Kg.m^{-3})$ avec Tai (°C)

A.2 Coefficient de transfert de masse

$$(H_m = \frac{H^{jb}_{iconv}}{\rho_a C_{pa}}) \quad ms^{-1}$$

A.3 Coefficient d'échange convectif

Extérieur (Bailly, 1971)

$$H^{jb}_{econv} = 6.8+0.046T_{ej}^{b} \ (W.m^{-2}.K^{-1})$$

avec T_{ej}^{b} en kelvin, b=r pour le toit et b=w pour le mur.

Intérieur

Toit (Wiart, 1981)

$$H^{jr}_{iconv} = 2,5 \ (W.m^{-2}.K^{-1})$$

Mur [16]

$$H^{jw}_{iconv} = 1,87(T^{w}_{ij} - T_{ai})^{0,333} \ (W.m^{-2}.K^{-1})$$

Plancher (Wiart, 1981)

$$H^{f}_{conv} = 5 \ (W.m^{-2}.K^{-1})$$

BIBLIOGRAPHIE

BAILLY M.,1971. Thermodynamique Technique. 2a. Production et transfert de chaleur, écoulement. Edition Bordas.

BERNARD R., MENGUY G., CHWARTZ M.S., 1980. Le rayonnement solaire conversion thermique et application. Deuxième édition augmentée. Technologie et Documentation Lavoisier 75008, Paris.

C.S.T.B., février 1975. Règles de calcul des caractéristiques thermiques utiles des parois de construction, des déperditions de base des bâtiments et du coefficient G des logements et autres locaux d'habitations. Document Technique Unifié. Editées par le Centre Scientifique et Technique des Bâtiments

DANESHYAR M., 1978. Solar radiation statistics for Iran. Solar Energy, 21 (4).

GARG H.P., DALTA G., June/July 1993. Solar radiation fundamentals and characteristics of solar radiation, Renewable Energy, number 4/5, Vol 3.

GULMA M.A., LORENZO S.L. and FALAIYE J.O. 1989. Passive Solar Houses in Northern Nigeria : the west African Sub-Region. Solar and Wind Technology , n°4, Vol 6, p.427 – 431

JOHNSON L.W., RISS R. D., 1982. Numerical analysis; second edition

KREITH F. & KREIDER J.F., 1978. Principal of solar engineering. Hemisphere publishing corporation

MAILLARET T. et VIEILLARD J.M., 1981. L'indépendance énergétique de la maison. Editions Eyrolles 75005. Paris

OUATTARA F., mai 1998. Etude théorique et expérimentale des transferts thermiques dans une case ronde entièrement construite en géobéton. Thèse troisième cycle. Université de Cocody-Abidjan : Laboratoire d'Energie Solaire UFR-SSMT

OUATTARA F., TOURÉ S., MEMELEDJE A., MUSERUKA C., 2004. Etude théorique et expérimentale d'une case ronde en géobéton. Journal des Sciences, Vol 4, n°1, p.10-19.

OUATTARA F., 2006a. Simulation unidimensionnelle d'une case ronde en géobéton, soumis à la série sciences appliquées et technologies de l'IRSAT

OUATTARA F., 2006 b. Simulation bidimensionnelle d'une case ronde en gébéton, soumis à la révue de la soachim

SACCADURA J.F., 1980. Initiation aux transferts thermiques. Technique et Documentation

SIEGEL R., HOWELL J.R., 1972. Thermal radiation heat transfert

TRAORE M., juillet 1991. Construire avec le climat tropical. Recommandation aux concepteurs et aux pouvoirs publics. Université d'Abidjan : CRAU

YAGHOUBI M.A. and SABZEVARI, A., 1987. Studies on simulation of passive solar buildings. Solar and Wind Technology , n°4, Vol 6, p 337 – 346

YOUNES B., 23 novembre 1992. Etude des transferts de chaleur par convection naturelle en espace confiné :stabilité des écoulements et ajustement des profils de température. Thèse de doctorat d'état ès science. Université SIDI Mohamed Ben Abdellah.

NOMENCLATURE

ij = Angle d'inclinaison de la surface
γj = Angle zénithal du secteur angulaire (j)
γ = Azimut solaire
CF = Nébulosité du ciel
In = Flux direct sur une surface horizontale
hs = hauteur solaire °
Dh = Flux diffus sur une surface horizontale
Ih = Flux direct sur une surface horizontale
Gh = Flux global sur une surface horizontale
σ = Constante de Stéphan-Boltzmann : 5,6810-8
εj = Emissivité du secteur angulaire (j)
εci = Emissivité du ciel
Al = Albédo du sol
Trij = Température de surface interne du secteur angulaire (j) du toit K
Trej = Température de surface externe du secteur angulaire (j) du toit K
Twij = Température de surface interne du secteur angulaire (j) du mur K
Twej = Température de surface externe du secteur angulaire (j) du mur K
Cjti = La radiosité du flux diffus sur la surface interne du secteur angulaire (j)
Sij = Surface interne du secteur angulaire (j) m²
Sej = Surface externe du secteur angulaire (j) m²
Tsj = Tache solaire sur la surface interne secteur angulaire (j) m²
Puj = Puissance radiative W
dj= Densité de puissance radiative sur la surface interne du secteur angulaire (j)
Tae = Température d'air extérieur K
Tai = Température d'air intérieur K
Tf = Température du plancher K
Tg = Température du sol K
Sk = Surface d'ouvrant m²
Sf = Surface du plancher m²
Sj = Surface d'enveloppe m²
Kkt = Coefficient de transfert du flux global à travers un ouvrant
ρa = Masse volumique de l'air
Cpa = Chaleur massique d'air
Ks = Coeficient de transfert de chaleur à travers le sol
Sf = Surface du plancher m²
ma = Masse de d'air interne Kg
Hjriconv= Coefficient d'échange convectif interne entre un secteur angulaire du toit et l'air (j)
Hjreconv= Coefficient d'échange convectif interne entre un secteur angulaire du toit et l'air (j)
Hjwiconv = Coefficient d'échange convectif interne entre un secteur angulaire du mur et l'air (j)
Hjweconv= Coefficient d'échange convectif externe entre un secteur angulaire du mur et l'air (j)
λg = Conductivité du géobéton
Lv = Chaleur latente de changement d'état
Mm = Débit massique
Hm = Coefficient de transfert de masse
Tejb =Température du toit ou du mur K
Pvp = Pression de vapeur saturante au niveau du mur Pa
Pva = Pression de vapeur saturante à la température d'air Pa
τ = Transmitivité à travers les fenêtres en persiennes
Dm = Débit massique d'air du à l'effet de cheminé
ρj = Coefficient de réflexion du mur, du plancher ou du toit
εj = Emissivité du mur, du toit ou du plancher